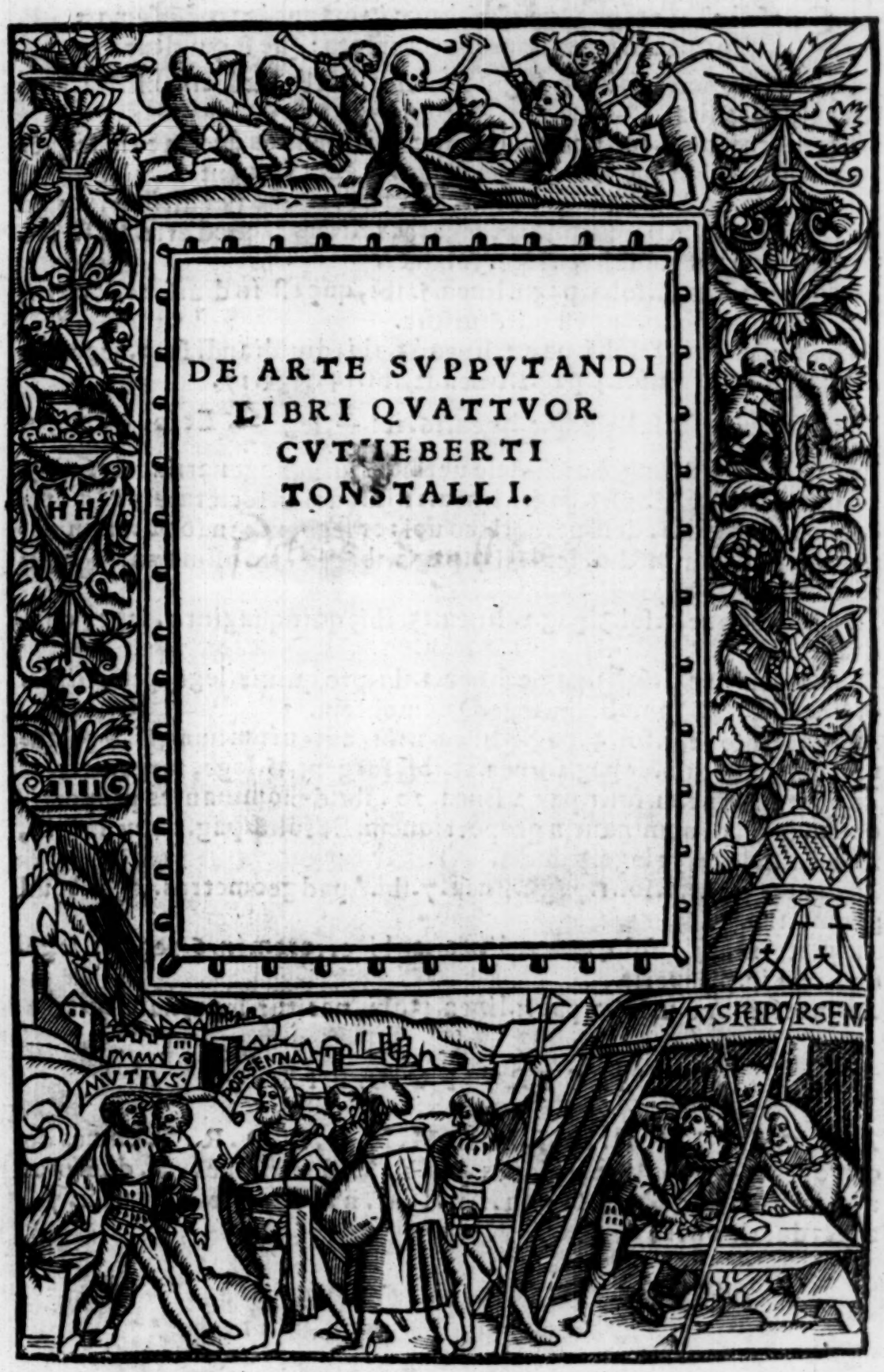
DE ARTE SVPPVTANDI LIBRI QVATTVOR CVTHBERTI TONSTALLI.



Quęso lector optime, ne librũ hunc in manus legendũ sumas: nisi prius corrigas impressoris errata: quę sequuntur.

In quaternione. H. folio. 3. pagina. 1. linea. 9. ibi sexdecim millia. lege sexaginta millia.

In quaternione. I. fol. 1. pag. 2. linea. 12. ibi, singulos decem eum sequẽtes. dele uerbum decem: et lege, singulos eum sequentes.

In quaterniõe. K. fol. 2. pag. 1. linea. 4. ibi, et reliquo penultimę si quod erit. dele uerbum penultime: et lege, et reliquo si quod erit. Et in fol. 3. pag. 2. linea. 6 ibi subuci. lege, subduci.

In quaternione. L. fol. 2. pag. 1. linea. 5. ibi, quę est in diuisore. loco in, lege sub, hoc modo. quę est sub diuisore.

In quaternione. Q. fol. 2. pag. 2. linea. 13. ibi, diuidiandi sunt. lege, dimidiandi sunt. Et fol. 3. pag. 2. linea. 12. ibi. 14. lege. 17.

In quaterniõe. Y. fol. 2. pag. 2. linea. 16. ibi, $\frac{2}{4}$, lege, $\frac{3}{4}$. Et fol. 4. pag. 1. linea. 1. ibi, quinquagenariũ. dele uerbum quinquagenariũ: et lege. 54.

In quaternione. Z. fol. 3. pag. 1. linea. 21. ibi, uel in societatem cõmunicata uel de medio. dele utroq; loco uel: et lege, nec in societatem cõmunicata nec de medio. Et fol. 4. pag. 2. ibi. 250. in infima parte figurarum. lege. 350.

In quaternione. a. fol. 3. pag. 2. linea. 13. ibi, quinquaginta. lege, quadraginta.

In quaternione. d. fol. 1. pag. 2. linea. 2. ibi, pro quiuis. lege, pro quinis. et linea. 12. ibi. Qamobrem. lege. Quamobrem.

In quaternione. g. fol. 4. pag. 1. linea. 1. ibi, aureorum numeri. lege, aureorum numerum. et pag. 2. linea. 23. ibi, surgent. 15. lege, surgent. 13.

In quaternione. m. fol. 1. pag. 2. linea. 20. ibi, denominantes proportionem. lege, denominantia proportionem. Et fol. 8. pag. 2. linea. 3. ibi, seducta. dele se, et lege. 3. ducta.

In quaternione. r. fol. 1. pag. 1. linea. 7. ibi. Apud geometros. lege. Apud geometras.

In quaternione. t. fol. 4. pag. 1. linea. 12. ibi, errorem in. 6. peperit. lege. errorem in. 3. peperit.

In quaternione. u. fol. 2. pag. 1. linea. 23. ibi, nacitur. lege, nascitur.

REGESTRVM OPERIS.

A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q. R. S. omnes duerniones. T. TV. V. terniones. X. Y. Z. duerniones. a. duernio. ab. ternio. b. c. d. e, f, g. h. i. k. l, m, n, o. p. q, r, ſ. t, u. x. y. z. &. duerniones.

CVTHEBERTVS TONSTALLVS THOMAE MORO SALVTEM.P.D.

IAM ANTE ALIQVOT ANnos mi More cum mihi cum argẽtarijs negocium interueniſſet, nec ſatis inter nos de ratione conueniret, ut fraudẽ mihi magnopere ſuſpectam uitarem, coactus ſum rationes non admodum expeditas paulo propius inſpicere, atq; artem ſupputandi quondam adoleſcenti mihi deguſtatam iterũ repetere. qua ratione cum me a callidorũ hominum moleſtia explicuiſſem, cœpi mecum cogitare, futurũ mihi in reliqua uita non modicũ operæprecium, ſi numerandi artem ſic in promptu tenerem: ut a quantũuis uerſuto falli attentus non poſſem. Itaq; ut penitius rem cognoſcerem, omnes omnium ſcriptos de ea re libellos, eruditos, ineptos, Latinos, barbaros, quorũ callerem linguas (nam nulla pene natio eſt, quæ non eam artem uulgi lingua ſcriptã habeat) perlegi. et ne ſæpius toti libelli, quorum magna pars interdum non placebat, non ſine faſtidio relegendi eſſent: ſi quid in his alicubi, quod gratum eſſet, occurreret, obiter annotaui. Quo factũ eſt, ut ex multis multorum ſcriptis multa etiam ipſe colligerem: quæ dum repoſita apud me aliquandiu aſſeruaſſem, ſubibat animũ, conducibile fore, ſi ſermone latino, paulo magis ꝑſpicua reddere ea poſſem. idq; dum tentarem, et res parum procede-

ret, fatigatione deuictus libellos ſæpe abieci, deſperans quod deſtinaram, a me præſtari poſſe, tum ꝙ res ipſa per ſe obſcura eſſet, tum ꝙ multa ſæpe occurrerent, quæ nec Latinum ſermonem nedum eloquentiam admittere uidebantur. Contra incepto deſiſtere poſt auſpicatum opus oneri ſuccumbentem pudebat. Itaq; ſubinde tentabam, ſi quid uirium adderet repetitus labor. Interdum cum ipſis certare difficultatibus iuuabat. et quæ moleſtiam nō modicam afferebant, contra q̃ fieri ſolet, obſtinatum ad laborem augebant animum. Nonnunq̃ cogitabam, poſtq̃ id quod maxime optabam, conſequi non poſſem, ut cuncta cum gratia quadam niterent: non inutile futurum, ſi quæ barbarie quadam inculta ſqualebant: minus horrida redderem. Sic tandem certus propoſiti deuoraui tedium, ac per multas difficultates eluctatus e cōpluribus excerpta hæc qualiacumq; notaui, quæ apud me iam diu de induſtria preſſi, cogitans ad urſi exemplum fœtus ipſos informes aliquando per ocium lambendo figurare.

Nunc ad pontificatum Londinenſem uacantem homo omnium maxime eo honore indignus benignitate tamē regis cum de omnibus bonis, tum de me ſupra q̃ dici poteſt meriti, deſignatus, et quod ſupereſt uitæ, ſacris addicturus litteris, prophana omnia ſcripta longe releganda putaui. atq; in primis illos apud me reconditos de numerandi arte commentarios Vulcani q̃ Mineruæ ſcrinijs digniores abijciendos cenſui. Neq; enim uel dignos eſſe, qui in doctorum uenirent manus, uel ullam impoſterum uitæ meæ partem ſacris ſuffurari litteris, ut limam eis inducerem, fas eſſe exiſtimaui. Rurſus in mentem uenit, aliquid

liquid in his non inutile Arithmeticę operā daturis posse deprehendi: nec satis consultum fore, si quæ mihi tot noctium lucubrationibus cōstiterunt, flammis absumenda committerem. Nec tamen ut regi longe supra regum fortunam erudito, decp me supra omnes mortales merito rude atq; impolitum opus dedicarem, animū inducere potui: ne publica tantisper negocia remorarer: dum ille ineptijs his legendis daret operam: neue gratiam quam referendi spes nequaq̃ datur: ingrato officio corrupisse uiderer. Itaq; circumspicienti mihi, cui nam potissimum ex amicorum cohorte collectanea hæc dicarem, tu p nostra consuetudine atq; animi tui candore uisus es ex omnibus maxime idoneus, qui, si quid in hoc opere placeret, gratum habere: si quid esset ieiunius, boni consulere: si quid usq̃ offenderet, ignoscere paratus esses. Cui enim aptiora hæc q̃ tibi esse possunt: qui totus in supputationibus excutiendis occupatus in regni ærario post præfectum primas tenes, quiq; liberis tuis, quos liberalibus institui disciplinis curas, legenda ea relegare potes. illis enim uel maxime profuerint, si modo essent lectu digna, cum nulla re iuuenum magis uegetetur ingenium q̃ numerorum arte discenda. Vale.

CVTHEBERTI TONSTALLI IN LIBRVM DE ARTE SVPPVTANDI PRAEFATIO.

ARTEM ſupputandi ſtudioſis editurus in primis illud præfandum operępreciũ eſſe putaui, Pythagoram et ueteres philoſophos pleroſq; omnes uim quãdam diuinam numeris tribuiſſe: id quod non abs re feciſſe exiſtimantur. Nam cũ mathematicæ diſciplinę quattuor exiſtãt, Arithmetica, quæ numerandi artem atq; uniuerſam numerorum uim explicat, Muſica, quæ ſonorum concentus atq; harmoniã diſcernit, Geometria, quæ terræ et aliarum rerũ metiri magnitudinem inſtituit, Aſtrologia, quæ cæli atq; aſtrorum motus certa naturę lege inuariabiles docet, harum ad notitiam peruenire cupienti primũ Arithmeticam, quæ cæteris aditum pandit, deguſtare neceſſe eſt, ſine qua nunq̃ ad illas penetrare licebit. Hæc namq; ab illis nihil ſumit mutuum, ſuiſq; contenta dotibus nihil alienum requirit, illæ contra ab hac præſidia ſæpe petunt. Itaq; cum dei natura ſit eſſentia ſubſtantiaq; ſimplex, quæ omnia intra ſe complexa nihil extra ſe quærit, ab omni concretione corporea terrenaq; ſemota, illam etiam diſciplinam, quæ de incorporeis tractans nihil aliunde petit, par eſt arbitrari diuinam. Hac ueteres ipſi totã philoſophandi rationem putauerunt eſſe concluſam. Nec tamen propterea ꝙ hæc omnium prima tentãda eſt, intellectu quoq; facillima deprehendetur,

prehendetur, cum in illis multa effingi possint, quæ nos per sensus corporis ueluti per manus in cognitionem ducant. quippe in Musica sonorum in musicis instrumentis concentus auribus applaudit, et se dat cognoscendum. In Geometria lineas, circulos, quadratas triquetrasq; figuras, et pyramides oculis subijcimus. Similiter in Astrologia cælum, sphæras, axes, zodiacos, signa duodecim, astra etiam ipsa nobis fingimus, atq; hæc quidem omnia uel lignea, uel ærea, uel si magis libet, depicta. quæ sane formæ cum omnis nostra cognitio a sensu oriatur, plurimum ad earum rerum cognitionem, quarum sunt simulachra, rudes animos iuuabunt. At in Arithmetica sicubi hærebis, quas, quæso, numerorum ideas excogitabis, ut tete explices? Numeros nihil corporeum exprimit: nihil oculorum, nihil aurium sensus ad numerorum nodos soluendos iuuat: nulla numerorum simulachra, nisi numeri: tantum acri ingenio, firma memoria, et mente in se collecta comprehenduntur. Atq; ideo moriones, qui sępe natura duce modulatos imitantur cantus, et omnigenas rerum formas in cõspectum delatas agnoscunt, multaq; ex sensu communi tam apte in sermone loquuntur, ut prudentes uideri possint, si quid de numeris paulo tortuosius quęras: continuo deprehenduntur rationis egentes: sine qua nihil in numeris explicari potest. Quocirca cum uita nostra tota in terrenis uersetur: ad quorum adsequendam notitiam sensus corporis nõ parum iuuant: cognitionem uero cælestium quæ sola ratione sectanda sunt, maxime petamus: cum mathematicæ disciplinæ medium inter utraq; gradum teneant: ad cælestium cognitionem nulla re

melius

melius exercitamur, q̃ animum a terrenis tãtisper abstrahendo, dum mathesibus intẽti sumus: quas nimirum hominibus ipsa rerum natura uidetur edidisse: ut esset, quo se ad cælestium meditationem exercerent. quod quum omnes disciplinæ mathematicæ prẽstent tum lõge omnium maxime Arithmetica: quæ nullis adiuta corporum imaginibus mente sola se colligente nititur. Hæc præterq̃ ꝙ in numeris abscondita quædam, et altioribus philosophię uenis abstrusa rimatur: communem etiam supputãdi rationem, sine qua uita trãsigi nullo modo potest, mortales docet. Etenim siue secessui quis, siue foro se se parat: si numerorũ rationem non tenet, frequenter erit in uita non sine damno derisus. nam qui supputantem per dolum defraudabit: maiorẽ ex decepti inertia, q̃ ex parto per fraudem lucro, uoluptatem capiet: quem risum nemo ingenuus ferre æquo animo posset. Itaq; uel negocio uel ocio se dedentibus nihil magis necessarium erit, q̃ numerandi artem tenere promptam. Et ut ea quæ in Arithmetica sunt altius recõdita philosophi magis callent, ita quod ad supputandi rationem attinet, quæ pars eius humillima est, a negociosis longe superantur, tã acres addit stimulos studium pecuniæ. Quemadmodũ autem cæteris mathematicis disciplinis Arithmetica ianuam aperit: ita in huius abdita penetrare sine computãdi ratione perspecta facile non datur. Cui rei perdiscendæ cum aliquando impense operã daremus: et uarijs ad id prẽceptoribus, alijs eruditis, alijs negociosis uteremur: multorumq; libros, qui de ea tentarunt scribere, perlegeremus: uisum est operæpretium: quæ nos e multis collegimus: studiosis legenda tradere.

dere. Id quo magis faceremus: aliorũ obſcura ſcripta, aliorum inperfecta, quorundam uero etiã errata nos impulerunt: ut quæ diu multumq; nos torſerunt: uel per nos emendatiora, uel magis facta perſpicua, ad poſterorũ uenirent manus. Quid uero pręſtiterimus aliorum ſit iudicium: certe conati ſumus: ut ne quis in poſterum, qui modo Latine ſciat: ad artem ſupputandi diſcendam, pręceptore egeret. Et quoniam in ſupputationibus ſæpe euenit: ut eadem res expediri multipharia poſſit: noſtri inſtituti non eſt, omnes omnino eorum, qui ſcripſerunt, pręceptiones enarrare: quod ſane, prętereq; q inutile eſſet: taſtidium afferret legentibus: ſed ex multis et uarijs modis eos maxime monſtrare: qui uiſi ſunt expeditiſſimi, quiq; nullis inuoluti ambagibus exitum ſtatim dabunt. Quædam etiam leuicula compendia trademus, hactenus a nemine (quod ſciam) ſcripto prodita. Quamobrem lectores candidi lucubratiunculas noſtras uos boni cõſulere eo æquius eſt: q in re per ſe obſcura plurimum deſudauimus: ut luce paululum inducta, uobis inoffenſa lectio renideret. cui noſtro propoſito, quantulumcumq; pręſtitimus, gratia a bonis uiris habenda eſt. Illud demum præmonendum eſſe duximus: quiſquis hunc librum in manus legendũ ſumet, niſi mauult operã perdere, ei a capite eſſe ordiẽdum. neq; enim ubiuis incipienti, tanq; in hiſtoria, ſeſe offeret ſenſus: quandoquidem ita contextum eſt opus, ut ſingula quæ præcedunt, ad ea quæ ſequuntur, inſtar elementorum habeant. Supputandi autem ratio partes has habet præcipuas, Numerationem, Additionem, Subductionem, Multiplicationẽ, Partitionem, Progreſſionem,

Radícum inueſtígationem: de quíbns ſíngulatim ſuo or=
dine dícemus.

INITIVM NVMERATIOnis ab uno proficiſcitur, procedere autem ea poteſt etiam in infinitū. Verum tamen numeri primarij et ſimplicia habentes nomina apud omnes gentes ſunt tantum decem: uidelicet unum, duo, tria, quatuor, quinq;, ſex, ſeptem, octo, nouem, decem: quibus in ſingulis nationibus primi nominū impoſitores uarie, ꝓ ſuo quiſq; arbitrio, nomina indiderūt. quicquid ultra decem numeraueris: compoſitum ex horū in ſe replicatione reperies. nam unum ad decem addimus, et numeramus undecim: duo ad decem, et duodecim producimus: tria ad decem, et procreamus tredecim: atq; ita reliquos numeros primarios cum decem componimus, nempe quatuordecim, quindecim, ſexdecim, ſeptēdecim, decem et octo, decem et nouem, donec iterum ad decem uentum fuerit, ibi quia bis dena collegimus, uiginti ea uocamus, quod bis decem ſignificat: quaſi bis ginta. b. literæ ſono in. u. tranſeunte propter uicinam quādam earum in pronunciatione cognationem. nam ut genta centum: ita ginta decem apud ueteres in compoſitione ſignificat.

Rurſus in numerando progredimur, et ſingulos numeros primarios cum uiginti coniungimus: quouſq; ad ter dena ueniamus, quæ triginta, hoc eſt ter decem, uocamus: quibus denuo primarios numeros accumulare pergimus, donec ad quater dena perueniamus: quæ quadraginta uocamus.

camus. Atq; hac numerandi ratione ſeruata, quinquaginta, ſexaginta, ſeptuaginta, octuaginta, nonaginta procreamus, ſemper prioribus denis primarios numeros aggregantes, donec alia collegerimus: quibus ipſis nomina a numeris primarijs ſecundum denorum collectorum numerum denominata tribui manifeſtius eſt: q̃ ut ſit admonendum. Decies dena centum primi nomenclatores Latine uocauerunt. Deinde alia dena rurſus procreantes ipſa centena creſcente numero coaceruarunt: quouſq; ad decies centena uenirent: quibus nomen indiderũt. Mille. Is ſummus numerus apud Latinos eſt: qui uno uocabulo exprimi poteſt. Reliqui autem omnes in infinitum numeri ex his in ſe replicatis et repetitis, apud Latinos, atq; itidem apud omnes omnium gentium linguas, ſua habẽt collecta nomina. Exempli gratia decies millena. centies millena. millies millena. decies millies millena. atq; id genus reliqua. præterq; q̃ Græca lingua multo cæteris locupletior non ſolum decies denis. et decies centenis. ſua uocabula Ecaton, et Chilia, dedit: ut cæteræ nationes: ſed etiam decies millenis ſpeciatim indidit nomen: ut Myria dicerentur, et Myriades.

VIDES itaq; in magno numerorum corpore id eſſe dena ipſa ex primarijs collecta numeris: quod in corpore noſtro ſunt artus: qui maiora exiſtunt membra. Et quẽadmodum in arundinibus internodia paribus diſtincta ſpacijs proceritatem ipſam producunt calamorum: ſic in maioribus numeris alia aliis aggregata dena, uelut numerorum internodia, creſcentem magnitudinem connectũt. Igitur omnem numerum neceſſe eſt, uel primarium eſſe:

uel ex

uel ex denis coaceruatis collectum: uel partim ex denis, partim ex primarijs compositum.

Numeros suis litteris et notis Latini, suis Greci uarie scribunt: quæ qui latius nosse uelit: apud Latinos Valerium Probum legat, apud Græcos Herodiani de numeris libellum. Nostri instituti est eum solum numeros scribendi morem nunc attingere: qui a Chaldeis primum in finitimos, deinde in omnes pene gentes fluxit: ut suis numeri characteribus, non litterarum elementis notarentur, qui mos signandi numeros, tam apud eruditos et Arithmeticæ peritos, q̃ apud omnes omnium gentium mercatores et negotiosos sic obtinuit: ut non alius magis per orbem terræ nunc seruetur.

DECEM itaq; sunt numerorum notæ: quas Arithmetici figuras uocant: signa etiã appellare eas licet: quæ omnes omnino in infinitum numeros uarie pro locorum ratione positæ significare possunt. Harum nouem suos denotant quæq; numeros, uidelicet prima. 1. unum significat. secunda. 2. duo. tertia. 3. tria. quarta. 4. quatuor. quinta. 5. quinq;. sexta. 6. sex. septima. 7. septem. octaua. 8. octo. nona. 9. nouem. Decima uero nota ad formam. o. litteræ circulari figura est: quam alij circulum, uulgus cyphram uocat: quæ nihil ipsa significat: uerum alijs prępositа numeris, eorum omnium qui sequuntur, auget in decuplum significationem. Exempli gratia. o. primæ notæ siue figuræ. 1. a dextra parte iuncta eam, quæ unũ expresserat, decem significare facit. 10. atq; itidem in reliquis.

ILLVD in primis animaduertendum. Cum omnes Latini et Græci, atq; horum æmuli cæteri aliquid scripturi a

leua recepto more incipiant: atq; ita in dextram tendant: quisquis his notis numeros scribere uelit: a dextra paginæ parte incipere debet: et numeros cæteris minores a dextra parte ponere, atq; ita in leuam tendendo progredi: ut quo maiores accedunt numeri, eo magis in leuam semper eos promoueat. Id quod itidem in numeris obseruant Latini, Græci, et alij: ut maximum quemq; numerum a leua, minimum quemq; a dextra collocent. Vnde constare penitius inspicienti potest, numerandi artem a Chaldeis esse profectam: qui dum scribunt, a dextra incipiunt, et in leuam progrediuntur. dextram appello paginæ partem, quę proposita ante nos charta, dextrę nostræ propior est: leuam, quæ sinistræ.

HAE nouem notæ et figuræ omnes, quibus numeros suos denotari diximus, cum non semper easdem sedes occupent, uarie pro locorum positione significant. Nam earū unaquæq; primo loco, qui ad dextram est, tantum suum numerum enunciat: Secundo loco leuam uersus posita, decies tantūdem. Tertio loco leuam uersus, tantundem centies. Quarto loco leuam uersus, millies tantundem. Quinto loco leuam uersus, tantundē decies millies. Sexto loco leuā uersus, centies millies tantundem. Septimo loco leuam uersus, millies tantundem millies. Octauo loco leuā uersus, decies millies tantundem millies. Nono loco leuam uersus, centies millies tantundem millies. Decimo loco leuam uersus, millies supra millies tantundem millies. Vndecimo loco leuam uersus, decies millies supra millies tantundem millies. Duodecimo loco leuam uersus, cēties millies supra millies tantundem millies. Tertiodecimo loco

mo loco leuã uerſus, míllies ſupra míllies tantundem míl=lies. atq; id quidem míllies ad quem modum ulterius etiã in infinitum progredí licet.

Poſtremum autem in numeris locum circulus nunq; obti=net: quando níhíl eum ſequitur, cuius ſignificationẽ au=geat. Alioquí ſi qua figura a tergo ei erit, omnes nume=rorum ſedes occupare poteſt. Exemplum ſubdamus, in quo omnes numerorum notas ſuo ordine ponamus, cum alíquarum repetitione uſq; ad tertiumdecímum locum, hoc modo.

. . . .

3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Huius ſeriei numerum et eiuſmodi ſimíles, quí in immen=ſum creſcunt, recenſurus, ne qua tibí inter numerandum oríatur confuſio, quartum locum qui mille repræſentat, puncto ſupra poſito notabis. Deinde quinto loco et ſexto intermíſſis, iterum ſupra ſeptimum locũ punctũ adíjcies. Rurſus octauo loco et nono intermíſſis, decímum locum puncto ſupra adiecto ſignabis. Similiter undecímo loco et duodecímo prętermíſſis, ſupra tertiumdecímum locum punctum appones. Atq; ita, ſi maior fuerit numerus, du=obus locis a quarto ſemper intermíſſis, tertium quemq; puncto ſupra poſito notabis. Hæc punctorum adiectio non mediocrem numerandi facilitatem pariet. nam pun=ctis ſignata loca, míllenaría demonſtrant: ad quæ, uelut ad quoſdam gradus, inter numerandum ſiſtere licet. neq; enim longa numerorũ ſeries uno ſpiritu pronunciarí po=teſt. Quartus itaq; locus exhíbet mílle. Septimus míllena míllia: uulgus míllionẽ barbare uocat. Latine reddideris,

ut nunc

ut nūc fit ſupputatio, uel míllena míllia: uel míllies míllena. Príſci decies cẽtena míllia dixerunt: ſícut paulū infra monſtrabimus. Decimus locus capit míllies míllena míllia: uulgus milliones millionum uocat: Latine dixeris: ut nūc mos eſt loquẽdi: uel míllies míllena míllia, uel míllies míllena míllies. Priſci decies míllies cẽtena míllia numerū íllum uocauerunt. Tertius decimus locus exprimit míllies míllena míllia míllies: uulgus míllionem de míllionibus millionum uocat. Latine recepto nunc ſupputandi more, enunciabimus, uel míllies míllena míllenorum míllia, uel míllies míllena míllia míllies. Príſci eum numerum decies míllies centena míllia míllies appellarunt. Numeros inter hos medios ſiue centenarios, ſiue denarios promptum eſt cuíuis enunciare: cum ſtatim ante oculos nobis occurrat: ínter quæ genera míllenariorum ſunt locati. Quod poſtq̃ animaduertímus: íllud in primis obſeruare debemus: ut numeri illi centenarij et denarij inter puncta adiecta medij, ſecundum nunc receptū ſupputandi morem, ea ſemper exprímant míllenariorū genera: quæ proxime a dextra parte punctis ſunt notata: quouſq; ad prima míllenaria uenerimus.

IGITVR numerum hunc immenſum, punctis ſupra poſitís in locis prædictis notatum, Latine ſic enunciabimus, a poſtremis et maximis incipiẽtes numeris, et in mínímis ac primis deſinentes. Qui mos eſt apud omnes gẽtes, uerbis numeros eloquendi.

. . . .

3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Ter míllies míllena míllia míllies, ducenties decies míllies míllena

míllena míllía, noningenties octuagies ſepties míllena míllía, ſexcenta quinquaginta quatuor míllía, trecenta uíginti unum. Aliud exemplum totidem notarum, conuerſo figurarum ordine, ponamus: quo magis, quod dicimus: legentíbus innoteſcat.

. . . .

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3.

Hunc etíam numerum punctis, ut ſupra dictum eſt: notatum, Latine ſic reddemus. Míllies míllena míllía míllies. Ducenties tricies quater míllies míllena míllía. Quingenties ſexagies ſepties míllena míllía. Octingenta nonaginta míllía. centum uíginti tría.

EX HIS, quos poſuímus: immenſis numeris per notas ſuas ſcriptis, punctisq; notatis, et Latine redditis, facile erit cuiuis numerum quemlibet minorem tum ſcribere, tum punctis ſignatum, Latine enunciare.

Si uero maior occurret numerus: eadem erit re ipſa facílitas: ſed uerba, míllies, et míllía, toties in ſíngulis maioribus numeris repetita, quoties ea addi pro loci augmento neceſſe eſt, auribus faſtídium nõ leue parient. Et uix unq̃ in negocijs humanis maior occurrit numerus: q̃ quem ſupra poſuímus.

IN huiuſmodi autem immenſis numeris, ad ſíngula loca punctis ſignata uerbis enũcianda, toties uocabula hęc, uel míllía, uel míllena, uel míllies, repetenda ſunt, quoties puncta, ab eo loco una etíam connumerato, in tota ſerie uſq; ad primam notam reperíentur: id, quod in exemplis iam explicatis licet cernere.

VERVM, ne quis exempla faciliora in libro noſtro deſyderet, eiuſmodi quoq; ſubiungemus. Atq; ideo notis, ut libet, uſq; ad ſeptimum locum poſitis (nam infra nihil eſt opus deſcendere) illud exemplum eſto.

6 8 5 4 9 7 3

Hoc exemplum, punctis prius ſignatum, ſic Latine reddes. Sexies millena millia, octingenta quinquaginta quatuor millia, noningenta ſeptuaginta tria. Aliud exemplū uſq; ad decimum locum addo.

7 9 2 4 8 5 3 1 6 0

Numerum hunc, punctis ſupra poſitis prius diſtinctum, Latine ſic reddemus. Septies millies millena millia, noningenties uicies quater millena millia, octingenta quinquaginta tria millia, centum ſexaginta.

Plura numerorū exempla nihil eſt opus adſcribere, quandoquidem ea, quæ poſuimus: facile indicant, quomodo numeri quiuis alij, et ſcribi et Latine enunciari debeant.

NON ME latet Romanos ueteres, priſco more, ſuos nūmos Seſtertios computātes, numerum trāſcendentem centum millia (qui numerus ſextam apud Arithmeticos ſedem occupat) Latine non enunciaſſe, niſi per aduerbia, decies, undecies, et quę ſupra ſunt, uſq; ad centies et millies, atq; etiam ultra in immenſum: per quæ numerū illum centū millium in ſe replicabāt. in quo uelut in limite quodam numerandi ſiſtebant, iterum incepturi. Interdū etiā uocabula hæc, centena millia, quodam ſermonis compē-

dio

dio omittebāt: ut dicerēt. Decies ſeſtertiū. pro decies centenis millibus ſeſtertiū. qui numerus millena millia ſeſtertiorum nummorū exprimit, et ſeptimam apud Arithmeticos ſedem tenet. Cēties ſeſtertium. pro centies centenis millibus ſeſtertiorū. qui numerus decies millena millia ſeſtertiorum nummorum indicat: et ſedem apud Arithmeticos occupat octauam. Millies ſeſtertiū. pro millies centenis millibus ſeſtertiorum nūmorum. qui numerus centies millena millia ſeſtertiorum nummorū ſignificat, et locum apud Arithmeticos nonū poſſidet. et ſic ulterius uſq; in immenſum ueteres ad eam rationem Latine ſuos nummos computabant. id quod BVDAEVS uir cū primis ętatis noſtræ eruditus, in libro ſuo, de Aſſe, mira ſagacitate plenius annotauit. Cæterum Arithmetici ultra centena millia tranſcendentes magis ad millena millia gradū quendam ſiſtendi faciunt: quem tamen ipſum trauſiliūt: et per decies, et centies, auctis locis, rurſus ad millies millena millia denuo figunt gradum: atq; ultra etiam ea, procedentes in immenſum, millena millia millenis accumulant: quemadmodum ante diximus. qui mos ſupputandi per orbem terræ nūc eſt receptus. Itaq; inter priſcos et recentiores nihil intereſt aliud, niſi q hi millenariorum loca obſeruantes millena millia millenis aggregant. At priſci centenorum loca uelut gradus quoſdam facientes, cētena millia centenis uſq; in immenſum accumulabant, ſemper ea in ſe replicantes. Cæterum locorum augmenta tam cū priſca ſupputatione, q̄ cum nunc recepta conſentiunt. Quamobrem nihil uideo, cur priſcam computationem:

poſtq̃ apud omnes nationes eſt antiquata: mordicus tenere debeamus: quando mos nunc receptus maiore ratione nititur. Etenim cum, Mille, maximus ſit apud Latinos numerus, qui unico uocabulo poteſt exprimi: magis progredi congruit, donec ad millena millia uentum erit, q̃ ad centena millia, quæ infra ſunt, facere gradum. Verũ ſi quem magis iuuat priſco more numerũ aliquem immẽſum Latine reddere: breue ad id quoq; compendium trademus: ut numerum notis ſcriptum punctis ſupra uerticẽ ſignet, tertio, ſexto, nono, et duodecimo loco, ceteriſq;, qui deinceps, duobus ſemper intermiſſis, ſequentur. illudq; obſeruet: ut a poſtremis incipiens ſingulas numerorũ notas uſq; ad locum ſextum, ea ſignificatione, quam ſedes ſuppeditabunt, per aduerbia exprimat: que uero ſextum locum præcedunt: reddat per uocabula. Cum autem ad punctis ſignata loca uentum erit: uocabula hæc, centena millia, ad ſingula puncta pronunciet. ueluti in primo exemplo per nos ſupra poſito, ſi quis priſco more numeros enunciare uelit.

. . . .

3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Tricies bis millies centena millia millies, centies nouies millies centena millia, octingenties ſeptuagies ſexies centena millia, quinquaginta quatuor millia, trecenta uiginti unum.

ITIDEM in alijs numeris quantumũis immenſis cuiuis erit facile priſcos imitari, ueluti in ſecundo ſupra poſito, quem priſco more ſic exprimes.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3

Duodecies millies centena millia millies, trecenties quadragies quinquies millies centena millia, sexcenties septuagies octies centena millia, nonaginta millia, centum uiginti tria. Ad horum exemplum ceteros numeros omnes prisco more Latine reddere nullum est negocium.

GRAECI autem supputando quendam sistendi gradum faciunt ad Myriades: quæ decem millia significant: quintamq; occupant sedem. quo maiorem numerum uno uocabulo non exprimunt. deinde myriades tam multas sibi aggregant, ut ipsarum etiam myriadum faciant myriadem: quæ summa millies centena millia, sicut loquuntur prisci: uel centies millena millia: sicut nunc Arithmetici: significat: et nonum locum tenet. ultra quem numerum Græci uocabulis carentes rursus myriades in se replicãt: donec totidem myriadum myriades accumulauerint: quot propositi numeri magnitudo suggerit.
Hactenus de numeratione dixisse sufficiat.

DE ADDITIONE.

ADDITIO NVMERORVM EST DVOrum pluriumue numerorum in unam summam collectio. Id autem fieri potest, siue minores quiuis numeri maioribus addantur, siue econuerso, siue æquales æqualibus. Illud summopere obseruandũ est: ut siue duo siue plures sint numerorum ordines: quos in unam summam

colligere uelimus: ita eos omnino ſcribamus: ut ſub prima nota primi ordinis primæ reliquorum ordinum figurę directe, uelut ad perpendiculum, locentur: ſub ſecunda ſecundæ: ſub tertia tertiæ: et ſic deinceps: ut in ſingulis ordinibus loci quoq; numerorum, uelut ſub una linea perpendiculari ſibi reſpondeant. Nam alioqui ſi numerorũ ordines oblique ſcripti fuerint, et ipſi eorum loci alij alijs permixti ſe mutuo directe uon reſpexerint: ut neſciatur: quis cui locus reſpondeat: magna ſequetur in computando confuſio. Idq; non modo in numerorum additione: uerũ etiam in deductione, multiplicatione, et partitione eueniet. Quare ne in huiuſmodi labyrinthum incidamus: in uniuerſum præcipiendum eſt in tota numerandi arte: ut accurate ante omnia ponantur directi numerorum ordines: ut primi in ſingulis loci primis, ſecũdi ſecũdis, tertij tertijs, et ſic deinceps reſpondeant.

AD HAEC in numerorũ additione, deductione, multiplicatione, partitione, per uniuerſas numerorum ſedes, ſiue ſecũdas, ſiue tertias, ſiue quartas, ſiue ulteriores, illud perpetuo ſeruare debemus: ut tantiſper dum numeros addimus, deducimus, multiplicamus, partimur, omnes omnium locorum notas pro primarijs numeris, non autem pro denarijs, centenarijs, millenarijs, aut ulterioribus accipiamus. Peracto uero opere, quando ſummam uel collectam, uel deductam, uel multiplicatam, uel partitam reſencemus: ſingulis numerorum ſedibus ſuam uim reſtituimus: ut tum notæ in exprimenda ſumma eam ſignificationem habeant: quam loci ſuppeditabunt.

Qui

QVI NVMEROS numeris additurus es: si duo tantum sint ordines: postq̃ alterum numerum supra, alterũ infra scripseris: sub ambobus lineam calamo ducito. Deinde a dextra parte, ubi minimi numeri locati sunt: incipiens, inferiorem primi loci numerum superiori eiusdem loci adde: et numerum ex his duobus compositum, si una nota scribi possit (quod certe erit: si minor q̃ decẽ fuerit) sub linea directe sub primo loco pone.

4
3
7

Sin fuerit numerus denarius, aut eo maior, ut duabus notis ad eius expressionem sit opus: primam figuram, etiam si circulus sit: sub linea directe sub primo loco signa. Et secundæ figuræ numerum memoriter tenens ad secundum locum progredere. Vbi si circulos tam in superiore, q̃ inferiore ordine reperis: numerum memoria retentum sub linea secũdo loco subscribe.

3 0 9
2 0 4
1 3

Sin neutra figura circulus fuerit: ante omnia reposce a memoria numerum depositum: ne eius obrepat obliuio: si reliquos numeros prius addas: q̃ illum repetis: eumq; ad inferiorem eius loci notam memoriter adiungens, illam ipsam sic auctam, ad superiorem secundi loci figuram adde: et umerum ex eis surgentem, si una nota scribi possit: sub linea directe sub secundo loco scribe.

5 9
3 4
9 3

Si uero altera tantum secundi loci nota circulus fuerit: altera figura significans: numerũ ipsum memoria retentũ ex memoria promens adde significanti figuræ: et ex eis surgentem

gentem numerum, ſi una nota ſcri-
bi poſſit, ſecundo loco ſubſcribe.

```
3 8 9
2 0 4
-----
  9 3
```

Sin ad eum numerum exprimendum, qui ſecũdo loco reperitur: duabus notis opus erit: primam earum, etiam ſi circulus erit: ſub linea directe ſub ſecundo loco pone: et ſecundæ notæ numerum memoria ſeruans, ad tertium locum progredere. Vbi itidem per omnia facies, uti ſecũdo loco feciſti: et numerum ex additione repertum tertio loco repone. et ſic ulterius uſque ad poſtremum locum perge.

```
3 8 9
2 6 4
-----
6 5 3
```

Quo cum uentum erit: numerum ex additione repertum, ſi una nota ſcribi poteſt: poſtremo loco depone.

```
7 3 8 9
1 2 6 4
-------
8 6 5 3
```

Sin duabus figuris ad eum exprimendum opus erit: numerus, qui ſupereſt memoria retentus: a ſiniſtra poſtremi numeri, ſub linea ponatur.

```
  7 3 8 9
  6 2 6 4
---------
1 3 6 5 3
```

Illa generaliter in omni numerorũ addendi loco obſeruare debemus: ut quotieſcunq; in ordinibus addendis omnes notę eiuſdem loci, circuli fuerint: ſi nullus numerus mente ſit retentus, qui lineæ ſubdatur: ſubſcribatur circulus.

```
2 0   4 0 2
1 0   3 0 1
-----------
3 0   7 0 3
```

Et ſimiliter quotieſcũq; in ordinibus addendis circulus et nota ſignificãs eiuſdem loci fuerint: nullusq; numerus ſupereſt memoria retentus: qui ſignificanti notæ addatur:

illa

illa ipſa nota ſignificans, ſiue ſuperioris ſiue inferioris ordinis fuerit: lineæ ſubſcribatur.

4 0 5 2
3 6 0 1
7 6 5 3

Præterea quotieſcunq; ſupra lineam ductam plures ſunt ſuperiorum ordinum q̃ inferiorum, loci, notæ illę quæ ſuperſunt: eiſdem locis ſub linea ſubſcribi debent, quibus ſupra lineam ſteterunt.

4 3 2 1
1 0
4 3 3 1

Exemplum duorum ordinũ petamus: quod ea omnia cõtineat, quæ ſupra docuimus. Id autẽ erit eiuſmodi.

7 3 0 0 5 8 9 4
6 0 2 0 3 6 4 3
1 3 3 2 0 9 5 3 7

Quiſquis hos duos numeros in unum compoſiturus eſt, uel mente cogitet, uel uerbis enunciet ea quæ ſequuntur. Primo loco in inferiori ordine reperio tria. addo ea ad quatuor quæ ſunt in ſuperiore ordine. fiunt ſeptẽ. ea ſub linea ducta ſubſcribo primo loco. deinde trãſeo ad ſecundũ. reperio infra quattuor, ſupra nouem, addo: fiunt tredecim: quæ, quia duabus notis ſcribi neceſſe eſt: primã figuram, quæ tria demonſtrat: ſubſcribo ſecundo loco, Alteram uero, quæ unum repræſentat memoriter tenens progredior ad tertium locum. Vbi primũ exonerãs memoriam, unũ, quod mente teneo adiungo ad ſex, qui numerus inferioris ordinis primus occurrit. fiũt ſeptem. ea addo ad octo, quę ſunt in ſuperiori ordine. ſic prodeunt quindecim. et quoniam ea duabus notis ſcribenda ſunt: primã tertio loco ſubſcribo, quinq;. alteram, quæ unum indicat, ſeruans memoria tranſeo

ria transeo ad quartum locum. Vbi primum promens ex memoria unum mente retentum, id adiungo ad tria, quæ inferiori ordine sunt scripta. fiunt quattuor. quæ addo ad quinq; in superiori ordine, et subscribo quarto loco nouē. Pergo ad quintum locum ubi supra et infra circuli occurrūt. nihil habeo quod addam: atq; ideo subscribo circulū. sexto loco infra duo, supra circulus occurrūt. nihil est cui addam duo. subscribo duo. accedo ad septimū locum. ibi infra circulus, supra tria sunt: nihil est inferius, quod adiūgam ad tria. subscribo tria. festino ad octauū et postremum locum. reperio infra sex: adiungo ad septem quæ supra sunt. exeunt tredecim. is numerus, quia duabus notis signandus est: primā, nempe tria, octauo loco subscribo: et aliam, quę unū significat: a sinistra eiusdem loci qui postremus est, pono. atq; ita sub linea facio nonum locum. numerus itaq; sub linea, quem duos supra lineam numeros addentes, composuimus, continet in uniuersum. Centies tricies ter millena millia, ducenta nouem millia, quingenta triginta septem. Quę de duobus ordinibus componendis diximus: pene nobis instituendis suffecerint, si plures numerorū ordines in unam summam redigere uelimus. Verum ut paucis præcipiendis rem magis aperiamus: Multos ordines in unum collecturi, numeros primas sedes occupantes primo colligere sic debemus: ut ab inferioribus ordinibus incipientes ad superiores ascēdamus, et numerum ex additione repertum, si primarius erit, primo loco sub linea ponamus. Sin ex denarijs numeris aliquis fuerit, circulus eo loco subsignetur. et nota, quę denarium illum, secūdum suam denominationem repręsentare

debet

debet,memorię commendata ſecundarum ſedium figuris, ſi infra centum numerus fuerit, annumeretur. Nam alioqui ſi numerus centenarius, aut eo maior uſq; ad mille ſurget, ut in magnis additionibus nōnunq; euenit:cētena tertium locum, et quæ ſuperſunt dena, ſecundum occupent. Verumtamen ubi numerus unius ſedis uſq; ad centū aut ſupra aſcendit, et nota quæ illum ſignificatura eſt, memoriter retenta in tertium ab illa ſede locum tranſferri debet, ne nobis circa ſecundi loci additionem occupatis,obrepat obliuio numeri retenti, ſtatim eum ſub linea paulum ſub tertio loco alicubi notemus:ut cum ad illum uenerimus: admoneamur eum reliquis ſui loci numeris adiungere.

Si uero numerus ex primario et denario compoſitus erit: numerus primarius ſub linea ſubſcribatur:et denarius memoria retentus ſecundum ſuam denominationem figuris ſecundi loci connumeretur: ſicut de duobus ordinibus eſt ſupradictum. Expedito ſecundo loco ad tertium tranſeundum eſt: et itidem per omnia faciendum, quemadmodum in ſecundo. Deinde ad quartum locum ſimiliter pergendum:et deinceps ad reliquos omnes: in quibus obſeruentur: quæ de ſecundo loco diximus. Vbicunq; autem eandem ſedem circuli aliqui et notę ſignificantes occupāt: circulis omiſſis, reliquæ figuræ ſimul additę ſub linea ſuo loco ponantur. Quæ diximus magis illuſtrabuntur ſequentibus exemplis.

6 9 0 0 1 3 0 3
6 9 0 0 0 0 0 0
6 9 0 0 8 0 0 0
7 9 0 1 7 1 0 0
7 9 0 0 0 0 0 3
7 9 0 0 6 0 0 0
8 9 0 0 4 0 0 0
8 9 0 2 6 2 0 0
8 9 0 0 8 0 0 0
9 9 0 0 5 0 0 0
9 9 0 0 2 4 0 0
9 9 0 1 7 0 0 2

1 0 0 8 0 9 5 0 0 8

EX HIS tot numeris unum collecturus, sic cogitabis tacitus: uel si mauis, uerbis enunciabis. primo loco præter circulos notæ reliquæ octo constituūt. igitur sub linea scribantur octo. Secundus locus circulos habet. sub linea noto circulum. Tertij loci notæ præter circulos exprimūt decē. uno igitur memoriter seruato pro denario numero, atq; eo adiūcto ad quarti loci figuras, fiunt quinquaginta quinq;. horum quinq; sub linea quarto loco notantur: et quinq; mēte retēta quinti loci notis, quę circulis permixtę sunt: aggregata faciunt nouē. ea lineæ subdūtur. Sexto loco, quia circuli sunt: circulus lineę subij cietur. Septimo loco notæ omnes compositæ producunt centū et octo. subscribuntur itaq; octo: et centenarij numeri nota, in nonū locum, qui connumerato septimo, tertius ab eo est: sub linea reponenda seruatur. Octauo et postremo ordinum, qui

qui ſupra lineam ſunt, loco ex numeris collectis ſurgunt nonaginta. nouem igitur memoriæ mandantur. circulus octauo loco reponitur. Nono loco ſub linea ex memoria promo nouem ab octauo loco delata. ibi reperio unũ pro centenarij numeri nota ex ſeptimo loco ante reconditum: quæ ſimul adiuncta fiunt decem. Nono igitur loco circulum ſubnoto: et ab eius ſiniſtra unum depono: quod decimũ locum facit. Numerus igitur ex additione ſub linea collectus erit. Millies millena millia, octies millena millia nonaginta quinq; millia et octo.

Aliud exemplum multorum ordinum magis intricatum ſubijcio.

	9	8	0	9	9	0	0	8
	7	9	0	9	8	0	0	9
	6	7	0	9	8	0	0	8
	9	8	0	9	9	0	0	9
	8	9	0	9	8	0	0	8
	7	7	0	9	8	0	0	9
	9	8	0	9	9	0	0	8
	7	9	0	9	8	0	0	9
	6	7	0	9	8	0	0	8
	9	^	0	9	9	0	0	9
	6	9	0	9	8	0	0	8
	8	7	0	9	8	0	0	9
1								
1	0	0	7	1	8	0	1	0	2

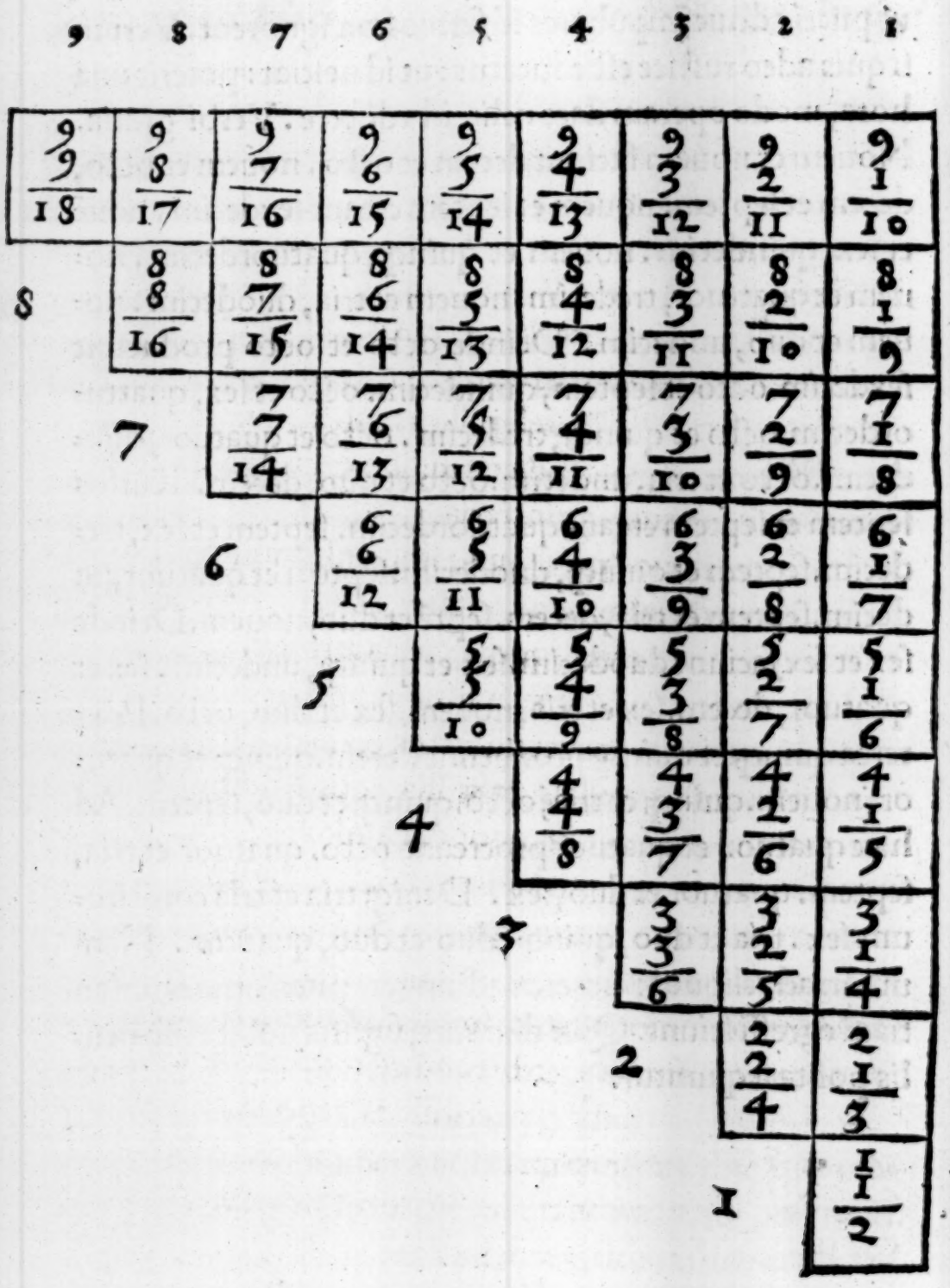
OMNES in hoc exemplo primi loci notæ ſimul iunctæ centum et duo conſtituunt. duo ſub linea primo loco ſcribantur. et centenarius numerus per unitatis notam ſcribendus

bendus tranſferatur in tertium locum. In ſecundo loco, quia nihil habes niſi circulos, ſubnotetur circulus. Tertio loco, quia omnes figuræ circuli ſunt: et nihil eſt, quod addas ad unum ex primo loco pro centenario numero tranſlatum, ſubſcribatur unū. Quartus locus iunctis ſimul notis centum continet: quamobrem ſubſcribere oportet circulum: et in tertium locum, quí a quarto etiam connumerato ſextus eſt: ſeruare reponendum unum. Quintus locus centum et octo continet. ſubnotentur octo. iterum unum in tertium locum, qui ſeptimus eſt a quinto connumerato, ſeruetur. Sextus locus, quia notæ omnes ſunt circuli, unum habet ſubſcriptum, ex quarto loco pro centenario numero ſeruatum. Septimus locus quia multas habet notas, repeto primo a memoria unum, ex quinto loco pro centenario numero ſeruatum. adiungo reliquis eius locí figuris. fiunt nonaginta ſeptem. ideo ſub linea ſubſcribo ſeptem, ſeruans nouem memoriter. Demum ad octauum et poſtremum ſupra lineam locum properans, nouem ante recondita iungo numeris eius loci. ſurgunt centum. quamobrem circulum unum octauo loco, alium a ſiniſtra loco nono ſub linea repono: et centenarij numeri notam in decimum locum, qui connumerato octauo, ab eo tertius eſt: tranſfero. continet autem hic numerus coaceruatus. Millies millena millia, ſepties millena millia, cētum octuaginta millia, centum et duo.

QVI numeros numeris addere prompte uelit: ante omnia memoriter ediſcere debet: quos numeros procreent ſinguli ſub decem numeri primarij, uel ipſi geminati, uel reliquis primarijs adiūcti. Quod certe tam ſcitu facile eſt:

ut pueri

ut pueri adhuc impuberes id ferme non ignorent. Verum si quis adeo rustice est educatus: ut id nesciat: poterit una hora, modo operam dare uelit, id edíscere. Verbi gratia. Nouem et nouem faciunt decem et octo. nouem et octo, decem et septem. nouem et septem creant sexdecim. nouē et sex, quindecim. nouem et quinq, quatuordecim. nouem et quattuor, tredecim. nouem et tria, duodecim. nouem et duo, undecim. Deinde octo et octo producunt sexdecim. octo et septem, quindecim. octo et sex, quattuordecim. octo et quinq, tredecim. octo et quatuor, duodecim. octo et tria, undecim. octo et duo, decem. Rursus septem et septem creant quatuordecim. septem et sex, tredecim. septem et quinq, duodecim. septem et quatuor, undecim. septem et tria, decem. septē et duo, nouem. Deinde sex et sex faciunt duodecim. sex et quinq, undecim. sex et quatuor, decem. sex et tria, nouem. sex et duo, octo. Præterea quinq et quinq producunt decem. quinq et quatuor, nouem. quinq et tria, octo. quinq et duo, septem. Ad hæc quatuor et quatuor procreant octo. quatuor et tria, septem. quatuor et duo, sex. Denicq tria et tria constituunt sex. tria et duo, quinq. duo et duo, quatuor. Nam unum ad reliquos numeros adiungere pueri omnes infantiam egressi sciunt. Quæ diximus, figuris notata sub oculis posita sequuntur.



Si quí

SI quis apud se scrutari uelit: cur hęc ita se habent: ut dum per singulos locos notas addimus: easq; pro primarijs computamus: numerus tamē sub linea collectus, quādo locis sua significatio redditur: recte in uniuersum respōdeat. In prōptu ratio est. Nam quemadmodum in primo numerādi loco, primarias notas, si recte copulatę sūt: numerus sub linea collectus continet: ita necesse est: ut per singulos locos figuras omnes, si recte cōiunctę sunt: numerus sub linea coaceruatus exprimat. Et si quis numerus, dū addimus, memoria retētus, a loco ubi repertus est: in aliū transfertur: id fit: quia maior est, q̄ ut eo loco, quo natus est, reponi debuerit: et quando in suum locū recte translatus est: uelut illius loci fœtus numeratur. Ad hæc cum per omnes quidem locos figurarum forma eadem sit, significatio uero pro augmento loci longe diuersa: denominationem tamen omnes a primo loco recipiunt: ut quot illic unitates singulæ repręsentant: totidem secundo loco dena: tertio centena: quarto millena: et sic deinceps, exprimant. Quādo igitur singulis numerorum sedibus, numerum ibi collectum, sub linea subijcimus: eadem per omnes sedes ratio est: quę de primo loco: ut sicut ibi omnes numeros numerus sub linea locatus continet: ita in omnibus locis collectos numeros repręsentet. Et cum omnium locorū notę denominationem a primo loco mutuentur: significationem autem diuersam singuli loci suppeditent: numerus sub linea collectus totidem secundo loco dena, tertio centena, quarto millena, et sic deinceps, nobis denominabit: quot unitates locorum illorū notę: si primo loco fuissent positę: repręsentarent.

SI SCIRE cupis: an recte numeros collegeris: numerorum additionem recte factam esse, per deductionem proba-

bis. Itaq; si postq̃ numerorum additorum ordinem aliquem a summa coaceruata deduces: reliquorum ordinum non deductorum summa ex deductione surget: tunc in addendo nihil est erratum. Nam cum partes complures ad cuiusuis rei compositionem coeunt: si qua earum sola sublata erit: cæteras remanere necesse est. Id manifestius fiet: cum de deductione prȩcepta dederimus: ad quam nunc properamus.

4	5	3
3	4	2
7	9	5
4	5	3

ET QVONIAM nulla natio est: quæ uaria nūmismatū genera non habeat: alia pluris precij, alia uilioris: ideo ad tā uariorū additionem faciendam, singulis et nummorū et summarū generibus suȩ classes in abaco designandȩ sunt: ut una quȩq; siue summa siue pecunia, quo maior est alijs: magis sinistram occupet: quo uilior: magis dextrā. Veluti si in unā summā colligēdi sint aurei, ualentes singuli denarios uicenos quinos: denarij, ualentes singuli. 4. nūmos sestertios: sestertij, ualētes singuli duos asses et semissem: cuiusmodi sunt uetera nūmismata Romana: aurei sinistrā occupent. denarij in dextrā uergentes, medium locū teneant. sestertij uero dextrā. Deinde genera hæc tā uaria additurus, a prima classe dextra sestertiorū incipe: numerosq; omnes colligēs, atq; obseruās, quot quaternarij reperiuntur: si quis numerus excurrit: qui quaternariū nō perficit: illū ibi subsignato. Ipsos autem quaternarios memoria tenens trāsfer in proximā denariorū classem. continuoq; memoriā exonerās, et denarios illic repertos eis adiungens, per omnes ipsius classis numeros discurre: atq; animaduerte: quot uiceni quini sūt obuij. numerū autem excurrentem, qui. 25. nō implet: ibi deponito. At uiceni quini memoria reconditi, in proximā aureorū classem transferātur,

cum

cum illis primum computãdi. et nũmerus omnium collectu illic ſubnotetur. Itidem ſi in quauis alia natiõe aurei, denarij, nũmi uiliores illius regionis ſupputandi ſunt: eodem modo curandum: ut ſingulis ſua claſſis detur. Viam tantum monſtramus. cætera facile dabit frequens exercitatio.

Exemplum ante oculos ſpectandũ hic ſubnotauimus: quod quiuis facile ſine præeunte explicabit.

Aurei	Denarij	Seſtertij
9 0 4	1 5	6
2 4 3	1 6	8
1 7 5	1 9	9
1 3 2 4	5	3

DE SVBDVCTIONE.

SVBDVCTIO NVMERORVM EET MINOris numeri a maiore: uel æqualis ab æquale ſubtractio. Hanc autem eandem, uel deductionem, uel ſubtractionem appellare Latine licet. Vſus eius eſt: a toto ſubducta parte, reliquam totius partem cognoſcere: et ut apertius dicamus: duobus propoſitis numeris, alterum ab altero demere: ut uideatur quid ſit reliquum: et quantum alter alterum ſuperet. Verbi gratia. ſume duos numeros, alterum ſeptem, alterum tria. ſi a ſeptem tria deducas: reliqua ſunt quatuor. totidem itaq; unitatibus tria ſuperantur. In ſubductione neceſſe omnino eſt: ut duo ſint numerorũ ordines: alter a quo fieri debet deductio: alter, qui ſummam deducendam contineat. Oportet autem ſemper uel minorem ſummam a maiore, uel æqualem ab æquale ſubducere. nã maiorem a minore ſubtrahere contra rerum naturam eſt. Qui de computandi ſcripſerunt arte: uaria præcepta de ſubducendis numeris dederunt: quorũ alij nõnunq; numeri propoſiti notas inter ſubtrahẽdũ

putauerũt esse delẽdas. Alij lõgis ambagibus obscura quędã docuerũt: ut pene difficilius nõ esset numeros diuidere, q̃ deducere. Quę dũ legerem⁹: et eorũ ꝓbaremus nihil: q̃ uel tortuosos haberẽt ãfractus: uel multis lituris figuras cõfũderẽt: diu multũq̃ inuestigãtes, si quid apertius inuenire possemus: tãdẽ Ioãnis Garthi philosophi eruditissimi atq̃ in Arithmetica lõge peritissimi auxilio, lõge facillimã et certissimã uiã in subducendis numeris inuenimus: qua certe numerus omnis quantũuis magnus, quantumuis intricatus, manentibus notis uniuersis, nullo negocio subduci potest. Et ne multa expectatiõe lectorẽ torqueamus: ea subducẽdi ratio est eiusmodi.

Postq̃ maior numerus, a quo fieri debet deductio: supra: et minor numerus, qui deducẽdus est: infra ita scribetur: ut loci numerorũ locis respondeãt: primi primis, secũdi secũdis, tertij tertijs, et sic deinceps: lineaq̃ sub ambobus numeris a leua in dextrã perducta erit: sicut in numerorũ additiõe supra docuimus: tũ a dextra parte, ubi minimi numeri locati sunt: incipientes a primo loco, primum numerum inferioris ordinis a primo superiore, si ille ipse superior maior fuerit: subducamus: et quod ex deductione reperietur: sub linea primo loco ponamus.

7	
3	
4	

Si uero numerus inferior superiore maior erit: ut ab eo deduci nõ possit: tũc superiori numero decẽ memoriter adiũgamus, cõputãtes superiorẽ illũ minorẽ numerũ uelut ex primario et denario numero cõpositũ: et ab eo sic aucto maiorẽ numerũ inferiorem deducamus. Exempli gr̃a. superior numerus esto, tria, inferior nouem. nemo deducere nouem a tribus potest. ad tria igitur mente adiungamus decem: et nouem a tredecim auferamus: tum quatuor supersunt. is est numerus: quem requirimus: qui sub linea locetur.

3	
9	
4	

Qz ſi ſuperior ordo circulū habeat: ut inferior numerus, quã-
tuluſcūqꝫ fuerit: ab eo demi nō poſſit: illū ipſum circulū ꝑ de-
cē memoriter numerēmus: et ab eo inferiorē notã, quę ſemper
denario numero minor erit: auferamus. Exempli gra. ſit circu
lus ſupra, infra ſeptē. fieri non poteſt: ut ſeptē a nihilo 0
deducamus. circulū igitur pro decem animo compu- 7
temus: et a decē ſubducamus ſeptē. reliqua erūt tria. 3
Quotieſcūqꝫ autē denario numero memoriter adiecto, ſupe-
riorē numerū augebimus: ut inferior qui maior eſt: ab eo de-
mi poſſit: toties per omnes numerorū locos, unū ad ſequētis
loci inferiorem numerū, e ueſtigio memoriter addemus: illūqꝫ
ipſū adiecta unitate ſic auctū, a ſuperiore eiꝰ loci nu- 4 0
mero, ſi maior ſit: ſubducemus: et quod reliquū erit: eo 2 7
ipſo loco ſub linea reponemus: unde id ſubtraximus. 1 3
Sin minor erit illius loci numerus ſuperior, q̃ ut ab eo demi
poſſit numerus inferior unitate illa auctus: rur- 2 4 0
ſus denario numero adiecto augeatur numerus 1 5 7
ille ſuperior: ut inferior ab eo ſubduci poſſit. 8 3
Idqꝫ per omnes numerorum locos ſemper eſt obſeruandum.
Sic primo loco expedito, ad ſecundum tranſeundum: ubi per
omnia faciendum eſt itidem: ut in primo. Sic cum ad tertiū,
quartum, ulteriorem ue locum uentum erit: eadem perpetuo
ſeruanda ſunt.

AT SI quibuſuis numerorum ſedibus in inferiore demen-
do numero circulus, in ſuperiore autem, a quo fit ſubductio:
nota ſignificans reperiatur: ſi nihil a priore loco propter de-
narium numerum mutuo ſumptum me- 4 3 2
moria retentum erit: quod deduci debeat: 3 0 1
numerus ille ſuperior integer ſubſcribetur. 1 3 1

Quando uero in utroq; numerorũ ordine circulus nobis occurret: ſi nihil ex memoria promi poteſt: quod ſubſcribatur: ſubnotetur cĩrculus.

4 0 2
3 0 1
1 0 1

Vbicumq; autem in quouis numerorũ loco numerus inferior ſuperiori æqualis erit: cũ nihil ſit reliquũ: ſubſcribatur circulus: pręterq; poſtremo loco. ibi enim ſi numerus ſubducendus ei par ſit: a quo fit ſubtractio: nihil omnino ſubnotari debet, quia tunc per cętera peracta eſt ſubductio. et circulus in numeris poſtremum locum occupare nunq; poteſt.

3 4 1
2 4 1
1 0 0

3 4 1
3 2 1
2 0

Qz ſi ſuperior numerorum ordo numeris aliquot et notis inferiorem tranſcendat: poſtq; inferioris ordinis numeros omnes a ſuperiore ſubduximus: quicquid de ſuperiore ordine reliquum erit: eiſdem locis et notis ſub linea numeris relictis adiungatur: quibus ſupra lineam ſuo ordine ſtetit.

6 5 4 7
2 3
6 5 2 4

Nunc exempla petamus: quę uiã demõſtratã clarius illuſtrẽt.

5 7 2 9 5 4 9 0
4 8 7 6 5 2 9 7
8 5 3 0 1 9 3

QVISQVIS a quinquagies ſepties millenis millibus, ducentis nonaginta quinq; millibus, quadringẽtis nonaginta, ſubducere cupit, quadragies octies millena millia, ſeptingẽta ſexaginta quinq; millia, ducẽta nonaginta ſeptem. diſpoſitis notarũ ordinibus, lineaq; ducta: eiuſmodi, quę ſequũtur, tacitus ſecũ cõſyderet: a primis auſpicãdo numeroꝝ ſedib⁹. Septem a circulo ſubducere nõ poſſum. cõputo igitur circulũ pro decem: et a decem demo ſeptẽ. ſuperſunt tria. ea ſub linea locãtur. Trãſeo ad ſecundã ſedem. numerus inferior ſubducendus

dus occurrit,nouem.huic unũ addo:quia ad circulũ in primo loco assumpsi decem, et pro decem computo. ea a nouem demere nõ possum.mutuor igitur alia decem:et addens ea superioribus nouem,cõputo decem et nouẽ: a quibus deduco decem.reliqua sunt nouem.quę subscribo. Pergo ad tertiũ locũ: ubi quia in priore sede sum decẽ mutuatus: unũ adiungo ad numerum inferiorem, nempe, duo: et fiunt tria.ea subduco a quatuor, quę supra sunt.reliquum est unũ.id subscribo. Progredior ad quartũ locũ.numer⁹ uterq; quinq; cõtinet.et quia alter alterũ exhaurit: nihil erit reliquũ. pono igitur sub linea circulũ. Quinto loco sex a nouem subtraho.tria relinquũtur: quę lineę subijcio.Sexto loco, quia septem a duobus demi nõ possunt:assumptis ad ea decẽ,fiunt duodecim.a quibus aufero septẽ, et quinq; supersunt: quæ lineę subdo. Septimo loco quia.10.in priore sede sum mutuatus:inferiorẽ numerũ,octo, uno augeo, et nouẽ cõputo.ea, quia a septẽ auferre nõ possũ: ad septem assumptis decẽ,a septemdecẽ aufero nouẽ. reliqua manent octo.ea sub linea depono. Propero ad postremũ locum:quo memoria affert unũ: quia ex superiore sede sumpta sunt decẽ mutua. eo ad inferiorem numerũ quaternarium iũcto, fiunt quinq;. quibus a quinq; superioribus dẽptis, nihil supereſt reliquũ. nihil igitur omnino subscribitur: tum quia subductio iam peracta est:tum quia postremus locus circulũ nunq; capit. Reliquum igitur superioris numeri,a quo inferiorem subduximus: sub linea reperietur. Octies millena millia, quingenta triginta millia, centũ nonaginta tria. Iterum aliud exemplum plurium locorũ magis impeditũ ponamus.

1 0 0 0 0 8 1 0 0 7 1 0 0
4 8 4 0 5 7 4 8 0 0 8 7

5 1 6 0 2 3 5 2 7 0 1 3

Primo loco, quia supra septē est circulus, assumātur decē: a quibus septē deductis, tria supersunt. Secūdo loco occurrunt octo: quę unitate ex memoria augētur: et fiūt nouē. si ea a decē ad circulū assumptis subtrahātur: remanet unū. Tertio loco unum supra, infra circulus est. unū ex memoria promitur: quod superius exhaurit. et quia nihil supereſt: subscribemus circulū. Quarto loco, quia inferius circulus est: superius septem: a quibus nihil est: quod subducamus: ipsa septē subscribuntur. Quinto loco, quia octo a circulo demi nequeūt: a decem quę mutuamur: ea deducimus. duo restāt. Sexto loco, ad quatuor: quę infra sunt: unū addimus ex priore sede memoria sumministrante: quę simul addita subducimus a decem ad circulū superiorem assumptis. remanent quinq;. Septimo loco, septē uno aucta, quia ab uno demi nequeūt: ab undecim tollūtur, sumptis decē. tria subnotamus. Octauo loco, quinq; quę sunt infra, uno ex priore sede delato, augemus: et sex ab octo subtrahimus. duo manent reliqua. Nono loco supra et infra circulus est. igitur sub linea ponitur circulus. Decimo loco, sublatis quatuor a decem, quia a circulo nequeunt eximi: sex subsignāda sunt. Vndecimo loco, octo, quę inferius sunt: uno in memoria recondito augemus. et nouē, quia a circulo nō possumus: a decem deducimus. sic unū manet reliquum. Duodecimo loco promimus unū ex memoria: et addimus ad quatuor. quę, quia supra circulus est: auferimus a decem: et quinq; nobis supersunt. ea sub linea deponimus. et quoniam unū adhuc supereſt mente reconditum: quod unitatem illam superioris ordinis postremam exhaurit: circulus subscribi deberet: nisi postremus esset locus: qui eū non capit. igitur nihil amplius apponitur: quia peractum est opus. Reliqui summa est.

ma eſt. Quingenties ſedecies millies millena millia, uities ter millena millia, quingẽta uiginti ſeptẽ millia, et tredecĩ. Si quis expedite ſine ulla mora numeros uelit ſubducere: primum memoriter ediſcat: quantum erit reliquum: ſi ſinguli numeri primarij, minores a maioribus ſubducantur: id quod pueri plericꝫ omnes tenent. et rurſus quid ſupererit: ſi numeri ſimplices, maiores a minoribus cum denario numero infra uiginti copulatis fuerint ſubducti. Et quemadmodum in additione prȩcepimus in primis, in memoria recondendum eſſe, quos numeros procrearent ſinguli numeri primarij ſibi inuicem copulati: ita hic e cõuerſo perneceſſarium putamus: ut expedite quis teneat: quos relinquant numeros ſinguli numeri primarij, uel inuicem a ſe ſubducti, uel a procreatis per ſui additionẽ numeris extracti. Quod ſi quis ignorat: unius horæ labor: modo intentus ſit animus: id ſuppeditabit. Verbi gratia, decem a decem et nouem deductis, ſuperſunt nouem. nouem a decem et octo demptis, reliqua ſunt nouem. nouem a ſeptemdecem ſublatis, manent octo. ſi nouem tollas a ſexdecem: remanent ſeptem. ſi nouẽ demas a quindecim: reſtant ſex. ſi nouem auferas a quatuordecim: ſupererunt quinꝫ. nouem exemptis a tredecim, quatuor relicta ſunt. Si uero nouem extrahas a duodecim: tria remanebunt. Ab undecim ſublatis nouem, duo ſupereſſe palam eſt. Deinde octo a ſeptemdecem tollantur: nouem remanebunt. Octo demantur a ſexdecem: octo relinquuntur. octo ſubducantur a quindecim: ſeptẽ erunt reliqua. Octo auferantur a quatuordecim: ſex adhuc ſuperſunt. Si octo deducas a tredecim: quinꝫ manent. Si octo a duodecim

extrahas: quatuor exíſtunt relíqua. Sí octo tollas ab undecím: tría ſunt relícta. Rurſus ſeptem a ſexdecím tolle: nouem deprehendes. Septem aufer a quíndecím: octo reperíes. Septem ſubtrahe a quatuordecím: uídebís ſupereſſe ſeptem. Septem deme a tredecím: ſex ínuenies. Septem a duodecím demptís, quínq; ſuperſunt. Septem ab undecím ſublatís, quatuor relícta ſunt. Iam ſex a quíndecím dempta, nouē relíquunt. Sex a quatuordecím ſubductís, ſuperſunt octo. Deme ſex a tredecím: remanebūt ſeptem. tolle ſex a duodecím: relíqua erunt ſex. Aufer ſex ab undecím: quínq; tamen ſuperſunt. Age, ſí quínq; a quatuordecím ſubduxerís: nouem ſupereſſe ínuenies. Sí quínq; a tredecím tollas: octo deprehendes. Sí quínq; a duodecím demas: reperíes ſeptem. Sí quínq; ab undecím ſubducas: relíqua erunt ſex. Iam uero, ſí quatuor a tredecím deducantur: relínquentur nouem. Sí quatuor tollantur a duodecím: octo remanebunt. Sí quatuor ab undecím auferantur: ſeptem erunt relíqua. Rurſus tría demantur a duodecím: nouem nobís occurrunt. Subducantur tría ab undecím: octo ſeſe offerunt. Deníq; duo ſublata ab undecím nobís relínquunt nouem.

Hæc, quę pluríbus uerbís edocuímus: figurís annotata ſub oculís ſubíecímus.

19	18	17	16	15	14	13	12	11	
19 / 10 / 9	18 / 9 / 9	17 / 9 / 8	16 / 9 / 7	15 / 9 / 6	14 / 9 / 5	13 / 9 / 4	12 / 9 / 3	11 / 9 / 2	9
	8	17 / 8 / 9	16 / 8 / 8	15 / 8 / 7	14 / 8 / 6	13 / 8 / 5	12 / 8 / 4	11 / 8 / 3	8
		7	16 / 7 / 9	15 / 7 / 8	14 / 7 / 7	13 / 7 / 6	12 / 7 / 5	11 / 7 / 4	7
			6	15 / 6 / 9	14 / 6 / 8	13 / 6 / 7	12 / 6 / 6	11 / 6 / 5	6
				5	14 / 5 / 9	13 / 5 / 8	12 / 5 / 7	11 / 5 / 6	5
					4	13 / 4 / 9	12 / 4 / 8	11 / 4 / 7	4
						3	12 / 3 / 9	11 / 3 / 8	3
							2	11 / 2 / 9	2

MVLTI, qui de ſubtractione antehac ſcripſerunt: præcipiunt: quoties numerus maior in aliqua numerorum ſede deducendus eſt: q̃ is a quo deduci debeat: ſtatim ab ulteriori loco proximo decem eſſe petenda: delendamq; eſſe notam: unde fuerunt petita: et aliam unitate minorem eius loco reponẽdam. Qz ſi circuli ſint medij: iubent omnes eſſe delendos: et eorum loco figuras nouenarias apponendas. Sin unitas ſit figura: quæ decem commodat: illam in circulum mutãdam. Et quia non inutile ad multa erit: quæ illi prodũt cognoſcere: q̃uis priores deleant notas: eorum exempla figuris annotata ſubiecimus.

2 9 10 10
3 ø x ø
1 1 1 1
1 8 9 9

Numerus ſuperior a quo deductio fieri debeat: ſignetur. tria millia et decem. inferior, mille centũ et undecim. Principio quia unum a circulo non poſſunt deducere, decem a ſecundo loco ſumunt: et figura unitatis ibi deleta: circulũ reponunt. ab illis decem exempto uno, nouem ſuperſunt. Secundo loco, quia unum a circulo ſubducere non licet: et tertius itidem locus circulum habet: ex quarto loco, ubi tria notata ſunt, decem petunt: et pro nota ternaria, quam delent: binariam ibi reponunt: circulumq; tertij loci medium in figuram nouenariam mutant. Deinde unum ſecundo loco extrahunt a decem: et ſub linea reponunt nouem. Tertio loco unum auferunt a nouem. manent octo. Quarto loco unum a duobus deducũt. et unum, quod eſt reliquum: ſub linea locant. Hæc deducendi uia q̃q̃ certa eſt: et

eſt:et memoriam ſeruandis unitatibus non onerat:numeri tamen maioris, a quo fit deductio: notas confundit: ut ſi cui propter errorem in ſubducendo admiſſum repetendum eſſet opus:numerū primo datū agnoſcere nō poſſet. Alij, quoties numerus ſubducendus maior eo eſt: a quo fit ſubtractio:præcipiunt inferioris numeri diſtantiam a denario, ad ſuperiorem, a quo fieri debet deductio: addi: et numerum ex additione illa procreatum lineæ ſubdi. Et quandocumq; diſtantiam accipiunt: ſemper ſubtrahendę proximæ figuræ unitatem mente reconditam addunt. ut illa nota ſic aucta deducatur ab ea: quæ ſupra eam poſita eſt. idq; per omnes numerorum locos ſeruant. ut ſi ſeptem a quatuor eſſent demenda: quia ſeptem a decem per tria diſtant: tria ad quatuor addunt: ſeptemque ſic procreata ſubſcribunt. et unum mente ſeruatum in proximi loci numerum inferiorem: qui deducendus eſt tranſferunt.

```
3 4
9 7
---
  7
```

Si uero nota: cui addendum eſt unum memoria retentū: nouenaria fuerit. quia uno aucta fit decem: et nihil a decē diſtat: numerum ſupra uerticem poſitum, a quo fuiſſet facta deductio: integrum ſubſcribunt. ut ſi nouem ſecundo loco: quibus unitas ex primo loco ſeruata addēda eſt: ſubducenda eſſent: a tribus in ſuperiore ordine poſitis. quia nouem uno aucta fiunt decem: et nulla eſt diſtantia: quæ capi poſſit: tria, quæ ſupra uerticem ſunt: ſub linea reponunt.

```
3 4
9 7
---
3 7
```

Sin figura cui addenda eſt unitas: ſit circulus: cum nihil ſit: cui addatur: eam ipſam a ſuperiore figura auferunt: et reliquum ſubnotant.

```
2 4
0 7
---
1 7
```

Si uero ſupra etiam circulus ſit: nouem, quæ diſtantia eſt a decem: lineæ ſubdunt.

2 0 4
0 7
9 7

Vbicumq; uero ſuperior nota circulus eſt: inferior figura ſignificans: diſtantiam inferioris a decem ſubſcribunt. ut ſi duo a circulo deduci debeant: quia duo a decem per octo diſtant: octo ſubſcribuntur.

1 0
2
8

Cætera quæ tradunt: cum his omnino conſentiunt: quæ nos ſupra præcepimus. Hic quoq; ſubducendi modus: q̃uis neminem fallat: tamen dum frequenter aucupamur diſtantiam: dum eam inuentam ad ſuperiorem numerum addimus: diu nos moratur. et pene plus de additione q̃ de ſubtractione refert. Quamobrem uia per nos ſupra tradita magis erit ſequenda: quę cum ſit certiſſima, tum longe cęteris eſt et breuior, et expeditior: nec ullam affert ſubducenti moram. notas quoq; primas relinquit ſemper intactas: ut ſi cui propter errorem in ſubtrahendo admiſſum, repetendum eſſet opus: primus numerus ante oculos prę-ſto illi maneat. Q; ſi quis inueſtigare pergat. quare quoties decem ab aliqua numerorum ſede mutuamur: toties ad inferiorem ſequentis loci numerum: qui deduci debeat: unum addamus: cum prima facie cuiuis uideri poſſit: unitatem illam ad ſuperiorem ſequentis loci numerum, a quo fit ſubtractio: potius addi debere. Ne præcepta dare uideamur: quorum lectori non conſtet ratio: cauſam aperiemus: cur ita fieri neceſſe ſit. Nam omnis numerus ultra primum locum uel numeros denarios continet: uel ex denarijs collectos. unde cum in aliquo numerorum loco maior occurrit nota in ordine inferiori, q̃ quæ ex minori

ſuperioris

ſuperioris ordinis deduci poſſit: neceſſe eſt ſuperiorem ordinem ab ulteriori aliqua numerorum ſede eum numerū mutuari: qui ſufficere poſſit. is autem erit denarius a proxima ulteriori claſſe petitus: qui iunctus ad minorem illum primarium ſuperioris ordinis numerum, ad cuius accerſitur auxilium: magnitudinem ſuperabit illius maioris numeri: qui prius a minori non potuit ſubduci. Quocirca cū denarium aliquem numerum ab ulteriori ſede petimus, illius notam ſecūdum præceptionem noſtram ibi relinquētes intactam: ſi nihil ad inferiorem illius loci figuram, unde decē ſumpſimus: adderemus: quod denarij numeri commodati notam adhuc reſtantem exhauriret: decem ibi redundarent: quę ante memoriter fuiſſent illinc deprompta. Quamobrem, ut illa decem ſumpta mutuo, quorum adhuc figura nihil mutata ibi manet: cum ad illum locum uentum erit: exhauriamus: unitatem ſemper ad ſequentis loci inferiorem numerum: qui ſubducendus eſt: addimus: quæ numerum illum denarium ibi redundantem ſubducat. Idq; fit per omnes numerorum ſedes: quoties decem uel ad circulum, uel ad alium primarium aſſumimus.

Si quis experiri uult, an recte ſubductio facta ſit: id quod ſummę reliquum eſt, ad numerum ſubtractum addat. et ſi ex illa numerorum adiunctione maior numerus, a quo minorē ſubduximus: iterū ſurget: tum neceſſe eſt ſubtractionem recte peractam eſſe. Q; ſi alium numerum, q̄ eum a quo prius minorem abſtulimus: additio illa ꝓducet: errorem calculi interueniſſe palam eſt. Nam quemadmodū totum omnibus ſuis partibus ſeiunctis par eſt: ita partes omnes compoſitæ ſuo toto ſunt pares. Cum itaq; maior

numerus

numerus totus a quo ſubductio facta eſt: minorem, qui ſubtractus eſt, et reliquum quod ſupereſt, partes ſuas habeat: eiſq; par ſit: fieri non poteſt, quin partes illæ rurſus compoſitæ ſuum totum, id eſt primum numerum, a quo minorem abſtulimus: denuo procreent. Et ſi partes illæ ſimul poſitę alium numerum creant: error manifeſtus eſt. nam omnes partes collectas a ſuo toto diſſidere rerum natura non patitur. Vſum autem ſubductionis eſſe iam ante diximus: ut indicet: quid ſit reliquum: et quantum maior numerus minorem ſuperet. Quod quum per præcepta, quæ tradidimus: inuentum fuerit: ſimul deprehenſum erit, quantum ipſi numeri inter ſe diſtabunt. Nam quantum alter numerus alterum ſuperabit: tantum inter ſe diſtare comperientur: ut quot unitatibus minor a maiori ſuperatus fuerit (quod ſemper ipſum reliquum indicabit) totidem diſtent. Verbi gratia. ſume duos numeros, alterum ſeptem, alterum tria. deme tria a ſeptem. reliqua ſunt quatuor. ſeptem enim tria ſuperant quatuor unitatibus. diſtant igitur inter ſe totidem. Qz ſi duos numeros ęquales ſumas: et alterum demas ab altero: quia nihil erit reliquum: nihil inter ſe diſtabunt. Itaq; ſi perſcrutari uelis: quantum duo quiuis numeri inter ſe diſtabunt: poſtq̃ altero ab altero ſubducto, comperiſti reliquum: una opera differentiam deprehendiſti.

DE

Qvsi uarij generis nummi ſubducendi ſunt: deſcriptis in ſuas claſſes, uti in additione diximus: eorũ generibus, ueluti aureis ualentibus ſingulis denarios. 25. denarijs ualentibus ſingulis ſeſtertios. 4. ſeſtertijs ualentibus ſingulis duos aſſes et ſemiſſem: cuiuſmodi ſunt uetera nummiſmata Romana: numerorum ſubductio a dextra ſumat initium: ſubtrahanturq; numeri primæ nummorum claſſis inferiores a ſuperioribus: ſi id fieri poteſt. Cæterum ſi id fieri nequit: a proxima denariorum claſſe ſumptus mutuo denarius, et in 4. ſeſtertios reſolutus numerum ſeſtertiorum ſuperioris numeri augeat: ut tum demum inferioris ſubductioni ſufficiat. et quoties numerus aliquis mutuo ſumetur: toties ad claſſis ſequentis proximum numerum ſubducendum, unitas eſt addenda. Similiter ſi denariorum numerus ſubducendus maior ſit: q̃ ut a ſuperiore demi poſſit: aureum mutuum a proxima ſiniſtra claſſe petamus: ut is in denarios. 25. reſolutus numerum denariorum, a quibus fiet ſubductio: augeat. et cum ad illam claſſem uentum erit: ad numerum proximum ſubducendum unitatem adiungamus. Itidem fiat de quibuſcumque uarijs nummiſmatum generibus, cuiuſuis nationis, ſubducendis. Veluti aureis, denarijs, et nummis uilioribus.

Exemplum hic ſubnotauimus: quod ſolus facile ſine præeunte explicabis.

Aurei	Denarij	Seſtertij
1 1 2 5	1 2	2
4 5 6	1 7	3
6 6 6	1 9	3

Q 24319

DE MVLTIPLICATIONE.

MVLTIPLICATIO NVMERORVM EST unius in alterum ductu tertij numeri maioris procreatio: qui toties numerum multiplicatum contineat: quoties numerus multiplicans capit unitatem. Et ut apertius dicamus. Numerorū multiplicatio est maioris numeri procreatio per alicuius numeri ad se ipsum, frequentem accumulationem, crebramq; additionem toties repetitam, quoties numerus multiplicans cōtinet unitatem. Vsus eius non modo Astrologis pro reductione signorū ad gradus, graduum ad minuta, minutorū ad dimidia, et sic deinceps, uerū etiam ad uitam humanam degēdam mercatoribus, et omniū hominū conditioni perneceſſarius est. Verbi gratia. Si quis centū tritici modios, decem nummis unumquemq; : aut centum uini dolia, decē aureis singula, emit: et scire cupit: quid ei pro universis sit soluendū. In multiplicatione peragēda tres omnino numeri requiruntur. Primū numerus multiplicandus: quem per aliū multiplicare destinamus. Deinde numerus multiplicans, qui toties eum numerū, quē multiplicare decreuimus: colligat: quoties in se ipso continet unitatem. Nihil autem refert: an minor numerus multiplicet maiorem: an e cōuerso minorem maior. Nam ex eorū mutuo in se ductu idem utrobiq; numerus semper surget. Sicut ter septē, et septies tria eūdem numerū creant, facilior tamen longe multiplicandi modus est: cum numerus minor multiplicantis partes occupat: et numerus maior multiplicandi: q̄ cū contra fit. Tertius numerus, quem requirimus: ex numeri multiplicantis in eum, qui multiplicandus est: ductu, uelut amborū fœtus procreatur,

atur, per multiplicationem nobis inuestigandus. Numerus is, qui multiplicat: ab eo, quem multiplicare uolumus: eo dinoscitur, q̄ numerus multiplicās per aduerbiū semper exprimitur: multiplicandus autem per nomen. uti si ter septem dicas. ternarius numerus multiplicans est: septenarius multiplicandus. Illud in primis animaduertendū est: Vnū nec seipsum neq; aliū numerū multiplicare. Nēpe semel unū nihil est nisi unum. quatuor semel nihil amplius sunt, q̄ quatuor. Et ut facillima quæq; primum expediamus. Si quis aliquem numerum per decem multiplicare uelit. unum solum circulum a dextra ei præponat: qui sequentem numerum augebit in decuplum. Si numerum quemuis per centum multiplicare uoles. duos a dextra præpone ei circulos: et numerus, qui sequitur, augebitur in centuplum. Sin per mille numerū quemlibet multiplicare cupimus, tribus a dextra adiectis circulis, auctus est in millecuplum. Atq; itidem si quis per eum numerū, quem aliquis quantumuis ulterior numerorum locus significat: alium numerum multiplicare destinat: is totidem eidem ascribens circulos, quot locum illum repręsentare possunt: multiplicationem absoluet.

Principio ad numeros oēs expedite multiplicādos nō parū nobis cōducet, in memoria recōditū habere: quē numerū singuli primarij infra decem, alius in alium ducti procreent: id, quod ex numerorū uelut in tabula depictorū quadā descriptione facile deprehēdi potest. Ea autē est huiusmodi. A sinistra ab uno incipiēs, ac naturali numerorū serie in dextrā progrediens, singulos primarios usq; ad decē, modicis interualis scribe. Deinde ab illo ipso uno ad siniſtram posito, uelut a quodam uertice, iterum incipiens, eandem numerorū seriem,

deorſum uerſus tendendo, modicis et paribus interuallis diſtingue. ſinguloſq; primarios uſq; ad decem ita ſcribe: ut numerorum utraq; ſeries uelut pythagoræ normam angulum rectũ facientem nobis depingat. Poſtea ſub prima ſerie, quæ a leua in dextram tendit: a binario numero incipiens, aliam decem numerorũ ſeriem contexe: in qua ſinguli numeri, qui in dextram progrediuntur: binarij incrementum accipiant. ea ſeries deſinat in uiginti. Tertius rurſus ordo decem numerorum a ternario numero ad ſiniſtram exordium ſumens deſinat in triginta, ſingulicq; numeri in dextram protenſi incremento ternarij augeantur. Quartus itidem ordo a quaternario initium capiens, atq; per decem numeros in dextram progrediens, ſingulis auctis adijciat quaternarium: deſinatq; in quadraginta. Quinta ſimiliter ſeries a quinario procedens per decem numeros, quinario quemq; auctos, finiatur in quinquaginta. Sextus ordo a ſenario ad leuam orſus, per decem numeros, ſenario quẽq; auctos, ad ſexaginta pertendat. Septima quoq; ſeries a ſeptenario exorſa ſingulis auctis numeris ſeptenarij incrementum adijciat, in ſeptuaginta deſinẽs. Octauus ordo ab octonario ad octoginta perueniat: octonarij augmentũ ad ſingulos auctos numeros accommodans. Nona ſeries ſimiliter a nouenario progrediens ad nonaginta, per numeros decem, nouenario quemq; creſcentes protendatur. Decimus ordo a denario procedens ſequentes numeros, denario ſingulos, augeat: deſinatq; in centum. Deinde numeris ita ſcriptis, lineę parallelę inter ſingulos ordines directę ſic ducantur: tam a ſummo uertice ad imum cadentes, q̃ tranſuerſę a leua in dextram, ut eiuſmodi linearum ductu ſinguli numeri quadratis locellis ubiq; concludantur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

HAEC numerorũ figura mira quadam proprietate primariorũ numerorũ multiplicationem nobis ante oculos e ueſtigio demõſtrat. Nam ſi ſcire cupis: quẽ numerũ duo quilibet primarij in ſe ducti creẽt. Primũ illorũ alterũ in ſerie ſuprema a ſiniſtra in dextrã protenſa perquire. Deinde alterũ ueſtiga in prima ad ſiniſtrã ſerie deſcẽdente. quos ambos cũ inueneris: ab altero intẽr parallelas lineas recta ſemita deſcẽdens, ab altero in trãſuerſum parallelas duces ſequẽs, ꝓgredere: donec ad linearũ in quadrãgularem

formam

formã coeuntiũ locellũ angularẽ peruenias: in quo numerũ, quẽ requiris: ex amborũ in ſe ductu procreatum deprehendes. Verbi gratia. ſi uis ſcire: quem numerũ ſepties octo procreent. in altera ſerie ſeptẽ, in altera octo quęre: parallelasq; utriuſq; numeri, alteras deſcẽdentes, alteras trãſuerſas, uelut duces, ſequere: donec in quadrãgularẽ coeãt figurã. in cuius angulari locello quinquaginta ſex notata inuenies. Atq; itidem in reliquis numeris primarijs. Verũtamen, ut ante dixi: qui ſine ulla mora numeros multiplicare uelit: primariorũ inter ſe multiplicationẽ in memoria, uelut in numerato, recõditã habere debet: ut expedite, cũ res poſcet: ſingulos numeros ex primariorũ in ſe ductu generatos, tanq; ex theſauro depromat. id, quod paucis horis quiuis uel infirma memoria facile poteſt ediſcere. Alioqui ſi ad numerorũ figurã ſupra nobis depictã identidẽ reſpiciendũ erit: quid fiet: quãdo librorũ nõ adeſt copia? Ne igitur in leuiculis ſemper ſit hęrendum: paucarũ horarũ induſtria longi tẽporis tediũ deuoret: ut quoties uſus poſtulabit: numerorũ primariorũ multiplicationem mente prius repoſitã memoria ſuppeditet. Id quod ad numerorũ quoq; partitionem nõ minus cõferet. uti latius dicemus: quãdo eo uentũ erit.

QVI cui eſt animus eiuſmodi numerorũ figurã in tantã amplitudinẽ dilatare: ut magnos etiã numeros per linearũ inſpectionẽ cõpendio quodã multiplicare poſſit: Ab uno exorſus, quẽadmodũ ante diximus, naturalem numerorũ ſeriem, quantũ ei libuerit: quantũq; in immẽſum uelit: tam a ſiniſtra in dextrã progrediens, q; a uertice deorſum deſcendens extẽdat: ſingulosq; cõtexens ordines illud ſemp obſeruet: ut a quo numero initiũ ſeries noua capiet: illius incremẽto ſinguli eius numeri ſequẽtes augeãtur.

Pręter cęteras quoq; ęgregias huius figurę dotes ab Arithmeticis traditas, quas nũc altius attingere nri inſtituti nõ eſt: illa inſignis habet: q; ſi ab uno, qui numerus ad leuã ſũmus eſt: ad centũ,

qui

qui ad dextrã habetur ímus:per ãgulos oppoſítos línea ducatur: numeri oẽs,quos ſecabit:quadrati reperiẽtur: qui ex cuiuſq; eorũ in ſe ipſũ ductu,,pcreanť.id quod eueniret:ſi quãtũuis in immẽſũ pertẽderet figura. Ad hęc ubicũq; occurrunt numeri quadrati:idẽ ex ductu angulo9 oppoſito9 in oppoſitos ,,duceť. ut ſi tria per tria multiplicenť:perinde ſit:acſi unũ in nouẽ ducatur. quod quia ad radicũ in numeris ínueſtígationẽ: de qua ſuo loco dicturi ſumus: pernouiſſe eſt utile: hic deguſtaſſe, non alienũ eſt uiſum.

QVI de numerãdi ſcripſerũt arte: de ſimplicibus numeris inter ſe multiplicãdis, certã hãc dederũt regulã: quę ſane et breuis eſt: et ſupputationẽ auſpicãtib9 admodum utilis: ut duo quiuis numeri primarij multiplicãdi ſumanť:maioriſq; numeri, ſi alter maior fuerit: a denario diſtãtia capiatur. Deinde quot in ea diſtãtia reperiẽtur unitates:toties minor numerus a ſuo denario, quẽ ipſe denominat:ſubtrahatur.et numerus relictus erit is,quẽ quęrim9. Verbi gra.Scire uolens, quotũ numerũ cõponãt quinquies ſeptẽ: ſume tria, diſtãtiã ſeptenarij: qui maior eſt numerus. ac ter aufer quinq;,numerũ minorẽ,a denario,quẽ denominat:hoc eſt a quinquaginta.ſupſunt triginta quinq;: quę ex horũ in ſe ductu ,,pcreantur. Sin numeri ęquales fuerint:nihil refert:utrius a denario diſtãtiã aſſumas:ut quot i ipſa diſtãtia deprehẽdas unitates: toties a denario,quẽ alter denoiabit: alterũ numerũ demas.uti ſi octies octo multiplicãdi ſũt:ſume duo, diſtãtiã utriuſq; a denario:bisq; aufer octo ab octoginta.reliquũ erit ſexaginta quatuor.is eſt numerus: quẽ requirimus, ex illorũ in ſe ductu generatus. Alij autem ad multiplicationem numerorũ primariorũ, quorũ duo quiuis additi maiorem denario numerũ procreant: aliam docuerunt. regulam: ut uterq; numerus ad ſiniſtrã,alter ſub altero ſcribatur. Deinde utriuſq; a denario diſtãtia e regione ad dextrã ponatur.

diſtãtięq;

distãtięq̃, altera per alterã multiplicent: et quod ꝓductũ erit: sub linea ducta notetur. Deinde alterutrius distãtia ab altero subtrahatur: et prius adiecto, si quid memoria seruat: subscripto numero, ex distãtiarũ in se ductu procreato, a siniſtra locetur. uti si sexies octo multiplicare uelis. supra octo, infra sex repone. Postea contra octo oppone pro distãtia ad dextrã duo. cõtra sex oppone quatuor. duc postea duo in quatuor. fiunt octo. ea subscribantur. Exime deinde per oppositos angulos, uel duo a sex: uel si mauis: quatuor ab octo. supersũt quatuor. ea a siniſtra numeri prius subscripti locentur. Q̃z si numeri primarij simul additi numerũ denariũ non transcendant (hi autem sunt omnes minores infra sex) eos sine ullo prȩcepto pueri pleriq̃ omnes multiplicare sciunt.

NVMEROS multiplicaturi supremo loco eum scribamus: quem multiplicare destinamus. tum deinde inferius alterum, per quem multiplicare superiorem uolumus: ita reponamus: ut primarij numeri illius ordinis primarijs superioris, deni denis, centeni centenis, et sic deinceps respondeant. Et si numeri sint inæquales: maior semper supra pro multiplicãdo ponatur: minor infra pro multiplicante. Quo fiet: ut multiplicationis modus futurus sit expeditior. Postea sub ambobus numeris a leua in dextram calamo linea ducatur.

Deinde prima nota multiplicãtis numeri in primã multiplicãdi ducat: et si id, quod ex multiplicatiõe ꝓueniet, infra decem erit: ad dextrã primo loco sub linea reponatur. Si uero surgat numerus aliquis ex denis collectus: subscribatur circulus: et denorũ illorum denominatio memoriæ commendetur: ad sequentis loci multiplicationem addenda.

4	2	3
	1	2
		3
		2
		6
		5
		4
		0

SIN PRODEAT numerus aliquis ex denis et primarijs compositus: primarius primo loco deponatur: denorumque denominatio

nominatio mente recondatur: ut ad ſequentis loci numerum ex multiplicatione procreandū coniungi poſſit.

5
5
5

Iterum nota prima numeri multiplicātis ducatur in multiplicandi ſecundam: et quod inde creatum erit: poſtq̄ ei additum fuerit id: quod mente retentum eſt, ſi quid tale ex priore loco tranſlatum ſupereſt: ſecundo loco ſubſcribatur.

2 5
5
7 5

Rurſus eodem modo in tertiam, quartā, et reliquas quātumlibet ulteriores multiplicandi numeri figuras eadem prima nota numeri multiplicantis ducatur: et quod ex ipſis in ſe ductis creabitur: eiſdem locis ſub linea reponatur: quibus enatum erit. Demum prima illa multiplicantis nota, quę ſuum peregit opus: ne amplius turbam faciat: obeliſco tranſfigatur.

2 1 2 5
3
6 3 7 5

Poſt hæc ſecunda numeri multiplicantis nota in primam multiplicandi, et deinceps in omnes reliquas, eo ordine, eodemq; modo ducatur: quo de prima nota fieri debere diximus. Et numeri ex eorum in ſe ductu proueniētes ita ſub linea et ſub figuris ex priore multiplicatione productis ponantur: ut primus eorum ſub ſecūda multiplicantis nota: ſecūdus ſub tertia: tertius ſub quarta: et ſic deinceps in ſiniſtram procedendo locetur. Et q̄uis pauciores notę numeri multiplicantis, q̄ multiplicandi, fuerint: ſemper tamen progreſſus in leuam a ſecunda nota multiplicantis exorſus, minimum, per totidem ſeruetur locos: quot figuræ fuerint in numero multiplicando. Poſtea ſecunda nota ſuum enixa fœtum calamo tranſfigatur.

Tertia deinde et quarta ac reliquę omnes, quot= quot fuerint: multiplicantis numeri notę in sin= gulas multiplicandi numeri eodem modo du= cendę sunt: numeriq; ex multiplicatione nascē= tes sub linea et sub ordinibus ex priore multiplicatione procreatis ita reponendæ: ut tertiæ notæ multiplicantis fœtus, a tertio loco, quartæ a quarto, et sic deinceps, pro= gressionis in sinistram capiat exordiū: per totidemq; notas, minimū, proten= datur: quot reperiētur in numero mul= tiplicando. Singulæq; notę, postq̄ of= ficio sunt functæ: obeliscis inductæ calamo transfigantur.

```
  2125
   xx
  6375
  2125
```

```
  2125
  xxx
  6375
  2125
 4250
2125
```

Peracta demum figurarum omnium multiplicatione, rur= sus sub omnibus numerorum ordinibus ex multiplicatio= ne procreatis altera linea a leua in dextram ducta, ad pri= mum locum pertendat. Deinde a primo loco exorsi, om= nes illos numeros ex figurarum in se ductu natos simul addamus: nume= rosq; ex locis singulis collectos eisdē locis sub linea subscribamus. Ita nu= merus sub linea repositus is erit: quē multiplicatio nobis procreabit.

```
  2125
  xxx
  6375
  2125
 4250
2125
2577625
```

De circulis autem illud pręmonendum putamus: ut quo= ties in numero multiplicante nobis occurrit cir= culus: totidem sub linea circulos reponamus: quot fuerint figuræ numeri multiplicandi.

```
  123
   10
  000
```

Q; ſi numerus multiplicandus circulum aliquem habeat: is etiam ſub linea ſuo ponatur loco: niſi aliquid in memoria retẽtum ſuperſit: quod illic deponi debeat.

102	104
13	13
306	312

NVNC EA, quæ diximus: illuſtremus exemplis. Multiplicemus ſeptem millia nongenta ſexaginta tria per mille octingenta quinquaginta duo. Poſtq̃ numeri ſcripti, ſubiectaq; linea fuerit: ſic nobiſcũ tacite meditemur. Primo loco bis tria creant ſex. ea ſub linea primo loco notamus. Iterum bis ſex faciunt duodecim. duo ſub linea ſecundo loco ponimus. unũ pro denarij denominatione mente retinemus. Rurſus bis nouem procreant decem et octo. quibus unum ex memoria addimus. fiunt decem et nouem. nouem igitur tertio loco lineę ſubdimus. unum mente recondimus. Demum bis ſeptem producũt quatuordecim: quę quum augentur uno ex memoria deprompto: fiunt quindecim. ſic quinq; quarto loco reponimus: unitatem in quintum locum tranſferimus. atq; ita primam illam notam multiplicantis numeri, quę ſuum peregit opus: obeliſco tranſfigimus. Poſtea ſecundam multiplicantis notã, nempe quinq;, in primam multiplicandi ducamus, intra nos ita muſſitantes. Ter quinq; creant quindecim. quinq; ſecundo loco ſub linea ponimus. unum mente ſeruamus. Iterum quinquies ſex faciunt triginta: quibus unum ex memoria depromitur. fiunt triginta unum. ex his unum tertio loco reponimus. tria mente ſeruantur. Rurſus quinquies nouem

7963	
1852	
15926	
39815	
63704	
7963	
14747476	

uem producunt quadraginta quinq; : quibus tria ex memoria addita quadraginta octo faciunt, octo quarto loco subscribimus, quatuor mente retentis. Demū quinquies septem sunt triginta quinq;. his ex memoria quatuor adiungantur. fient triginta nouem. ea sub linea ponantur ad sinistram. Ita secunda multiplicantis nota suum enixa fœtum obeliſco signatur. Tertiam deinde multiplicantis figuram assumentes, sic ducimus in primam multiplicandi. Octies tria sunt uiginti quatuor. quatuor tertio loco lineę subdimus. duo mente retinemus. Iterum octies sex sunt quadraginta octo. ad quæ duobus ex memoria additis fiūt quinquaginta. circulus igitur quarto loco subscribitur. et quinq; memoria seruat. Rursus octies nouem sunt septuaginta duo: quibus memoria sumministrat quinq;. sic fiunt septuaginta septem. subnotantur septem loco quinto, depositis apud memoriam septem. Deniq; octies septem sunt quinquaginta sex: ad quę quum septem antea posita iunguntur: proueniunt sexaginta tria. ea sexto et septimo loco subscribuntur: transfigituq; ita calamo tertia multiplicantis figura. Tandem uentū est ad quartam et postremam multiplicantis notam: quæ cum sit unitas, et nullum numerum multiplicare possit: omnes figuræ numeri multiplicandi, eo ordine, quo sunt scriptæ: semel sub reliquis enatorum numerorum ordinibus sic ponantur: ut prima quarto loco sub ipsa unitate notetur: reliquæq; omnes in sinistram, nempe secunda in quintum locum, tertia in sextum, quarta in septimum, promoueantur. His ita peractis, ac sub omnibus enatis numeris linea a leua in dextram ad primum usq; locū perducta, uni-

uersorum

uerſorum numerorum ex multiplicatione prouenientium ſũma collecta ſub linea deponatur. ea erit. Quater decies millena millia, ſeptingenta quadraginta ſeptem millia, quadringenta ſeptuaginta ſex.

SED quoniã in hoc exemplo, quod iam explicauimus: nulli interuenerunt circuli: alterum adiungamus: in quo tam in numero multiplicãte, q̃ multiplicando, circuli ſint admixti. id autem ſit eiuſmodi.

Multiplicemus ſexdecim millia quingenta tria, per quatuor millia et uigiti. Poſt numeros ſcriptos lineamq; ſubiectam primum nobis occurrit in numero multiplicante circulus. totidem igitur circulos ſub linea reponamus: quot ſunt notæ numeri multiplicandi. Deinde ſecũda nota multiplicantis in primam multiplicandi ducatur. inde ſex enaſcentur. ea ſecũdo loco ſubſcribantur. Et quia ſecunda figura numeri multiplicantis circulus eſt: ex quo nihil gigni poteſt: is tertio loco ſubnotetur. Rurſus ſecunda multiplicantis nota in tertiam, nempe quinq;, ducatur. et fient decem. ſubijcitur igitur quarto loco circulus: unumq; memoriæ ſeruandum commendatur. Et quia quarta figura numeri multiplicandi circulus eſt: et unum adhuc memoria ſeruat: id ſub linea quinto loco reponatur. Deinde ſecunda ipſa multiplicantis nota in quintam multiplicandi, nempe ſex, ducta, duodecim proueniunt. ea ſexto et ſeptimo loco ſtatuantur. poſtea ſecunda ipſa multiplicantis nota ſuo functa officio calamo tranſfigatur. Iterum tertio loco

			6	0	5	0	3	
						4	0	2	0
				0	0	0	0	0
		1	2	1	0	0	6	
			0	0	0	9	0	
	2	4	2	0	1	2		
2	4	3	2	2	2	0	6	0

in numero multiplicante alter occurrit circulus. quamobrem totidem circuli quot reperiuntur figuræ numeri multiplicandi: a tertio loco incipientes, in leuam promouentur. Quarta nota numeri multiplicantis quaternaria in primam multiplicandi ternariam ducta duodecim producit. duo quarto loco subscribuntur. unum mente reconditur. et quia secunda numeri multiplicandi figura circulus est: unum illud mente retentum quinto loco deponitur.
Rursus quarta multiplicantis nota in tertiam, uidelicet quinq;, ducitur. prodeunt uiginti. circulus itaq; sexto loco subditur, duobus memoria repositis. Et quia in numero multiplicando alter itidem circulus est obuius: duo illa mente recondita septimo loco sub linea locantur. Demum quarta nota numeri multiplicantis in quintã et postremã multiplicandi ducatur. et enascentur uiginti quatuor. ea octauo loco et nono deponantur. Post absolutam multiplicationem, sub omnibus ordinibus linea perducatur. sub qua uniuersorum fœtuum collecta summa continebit. Ducenties quadragies ter millena millia, ducenta uiginti duo millia, et sexaginta.
Quæret fortasse quispiam. cur ita singuli numeri ex multiplicatione procreati semper ad leuam oblique promoueantur? et non potius directe sub numero multiplicãdo collocentur? Sed quisquis multiplicationis naturam altius consyderabit: statim mirari desinet. Nam cum multiplicatio toties numerum, qui multiplicatur: sibi ipsi addat, atq; accumulet: quoties numerus, qui eum multiplicat: continet unitatem: oportet omnino alium numerum maiorem inuestigari: ad quem is, qui multiplicatur: uicẽ

habeat

habeat unitatis. Et quoniam unitas naturā primū in numeris locum tenet: sequentes autem eam numeri in ulteriores sedes secundum sui augmentum truduntur: quisquis numerus unitatis uicem occupabit: is primam itidem sedē habeat, necesse est: et quæ ipsum sequūtur: in ulteriores sedes promoueat. Cum itaq; numerus multiplicans non solum in omnes multiplicandi notas ducatur: uerū etiam ei leges præscribat: quotiēs ad inuestigationem numeri maioris, unitatis uicem sit subiturus: necesse est omnino et tot maiorum numerorū procreandos ordines poni: quot sunt notæ numeri multiplicantis: et rursus illos ipsos ordines a singulis numeri multiplicantis notis, quæ representādis unitatibus legem dant: nouas subinde primas sedes accipere. Atq; ita si primus locus, qui dux cæteris est: ab ea sede incipiet: ubi nota multiplicans sita est: siue secunda, siue tertia, siue ulterior fuerit: omnes omnino loci, qui eius ductum sequuntur: ulteriores erunt. Et cum maiores numeri ex notarum in se ductu semper quærantur: statim ut sunt inuenti: in sinistram, quæ maiorū numerorum sedes est: promoueri debent.

Multiplicationem recte factam esse certa ratione probabimus: si numerus ex multiplicatione procreatus per numerum multiplicantem diuidatur: et sectio nobis numerum, qui multiplicatus est: instauret. Q; si alium numerum reddat: erratum esse necesse est. Hoc autem manifestius fiet: postq; numerorū partitionem explicuerimus.

DVPLICATIO numerorū est eorū per duo multiplicatio. Fit autē: quādo nota binaria posita sub primo loco numeri multiplicandi, ducitur in omnes eius figuras,

eo modo

eo modo, quo ante dictũ est. de qua, cum sit species multiplicationis, atq; ea quidem longe omnium facillima: nihil attinet seperatim precepta dare: sicut quidam fecerũt. nõ magis q̃ de triplicatione, quadruplicatione, reliquis q; multiplicationis speciebus, quæ sunt infinitę. De quibus adhuc nemo quicq̃ speciatim edidit. q̃q̃ in multis earum, q; sint difficiliores: maior uideri potuisset ratio: si quis id attigisset. Verum in his omnibus quomodo multiplicatio sit facienda: ea, quæ iam dicta sunt: abunde suministrant.

DE PARTITIONE.

PARTITIO NVMERORVN EST NVmeri diuidendi per numerum diuisorem sectio in quasuis partes: quarum quęlibet toties cõtineat unitatem: quoties numerus diuidendus capit diuisorem. Numerus autem diuisor uel minor diuidẽdo, uel ei ęqualis, esse debet. Porro maior numerus non diuidit minorem: cum in minore maior non contineatur. Et ut manifestius sectionis naturam explicemus. Numerorum partitio est partium quarumuis, quotæcumq; fuerint: procreatio ex numeri diuidendi sectione per numerum diuisorem partes illas, quas quærimus: denominantem. Quantitas autem illarum partium ita deprehenditur: si a numero, qui diuidendus est: diuisorem toties subtrahamus: quoties fieri potest: diligenter obseruantes, quoties id faciemus. nam quoties subtractio repetita erit: toties numerus, quem quęrimus: unitatem continebit. Ita nihil

aliud

aliud est numeros partiri: q̃ per numeri diuisoris crebram, ab eo qui diuiditur, subductionem, tertium numerũ procreare: qui ex tot constet accumulatis unitatibus: quot repetitis iterationibus diuisor numerus a diuidendo subductus est. Partitionis enim officiũ est nobis aperire: quãtum quælibet pars numeri diuidendi, quotacumq; sit: in se continet. et quoties in numero diuidendo numerus diuisor includitur.

QVEMADMODVM autem in multipicatione prædiximus non mediocriter conducere: si quis memoria teneret: quos numeros procrearent primarij numeri in se ducti: ita hoc loco admonẽdum putamus, numeros partituris supra q̃ dici potest, conferre: si sine ulla mora dicere possint: quibus ex numeris compositi sint, quasq; in partes soluantur singuli numeri sub centum. Nam sicut primariorum inter se multiplicatio numeros maiores creat: quorum tamen maximus centenarium non transcendit: sic e conuerso procreatorũ ex primarijs numerorum partitio ipsos in partes, ex quibus constant: dissoluit: numerosq; ostendit minores: ex quibus maiores sunt accumulati. Et q̃uis sufficere possit ad utrumq; pernoscendũ multiplicationis tabula supra a nobis descripta: si quis eam ordine retrogrado consyderet: et ab imis et maximis numeris contemplari incipiens ad summos et minimos tendat: tamẽ quo magis rem subijciamus oculis: quodq; pro faciliori partitione mẽte cõcepimus: exprimamus: aliã partitionis tabulam non absimilem, ordine tãtum numerorum conuerso, describemus. quæ in summa parte, et ad siniſtram numeros maiores: in ima, et ad dextram mino-

res contineat. Fa fiet ad hunc modum. Ab ima parte ab uno incipiẽtes, naturaliq; numerorum ſerie in leuam progredientes ſingulos primarios uſq; ad decem modicis interuallis ſcribamus. Iterum ab illo ipſo uno ad dextram repoſito, uelut a quadam baſi, capientes exordium eandem numerorum ſeriem, ad decem uſq; ſurſum uerſus aſcendendo, modicis et paribus interuallis diſtinguamus: ut uelut normam quandam rectum habentem angulum utraque ſeries referat. Deinde ſingulos ordines ſtruentes illud obſeruemus: ut a quo numero initium ſeriei alicuius ſumemus: ſiue binarius, ſiue ternarius, ſiue ulterior fuerit: eius incremento ſingulos decem eum ſequentes numeros in ſiniſtram promotos augeamus. Parallelæ deinde lineæ inter ſingulos ordines ductæ tam a ſummo faſtigio ad imum cadentes, q̃ tranſuerſæ a leua in dextrã, ſingulos notatos numeros quadratis includant locellis.

100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
90	81	72	63	54	45	36	27	18	9
80	72	64	56	48	40	32	24	16	8
70	63	56	49	42	35	28	21	14	7
60	54	48	42	36	30	24	18	12	6
50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

ITA CONTRA q̃ in multiplicationis tabula deſcriptum eſt: ſummas et ſiniſtras partes maiores numeri ſtatim oculis occurrentes tenebunt. Quorum ſi quem per minorem partiri uolemus: parallelas a maiori numero diuidendo, tam ad imum marginem, q̃ ad dextrum latus ducentes, oculis ſequamur. Vbi ſe nobis contuendos offerent numeri: ex quibus conſtat: minores. quorum alter diuiſor erit: alter qui nobis indicet: quoties a diui-

dendo diuiſor ipſe ſubductus eum totum exhauriat. Verum enim uero quiſquis huius tabellæ deſcriptæ uim memoria reconditam tenet: ut non ſolum quos numeros generent multiplicati primarij: dicere expedite poſſit: ſed etiam in quos primarios generati ipſi ſoluantur: id quod plurimum bidui exercitatione cuiuis licet aſſequi: is ſine ulla mora, numeros quantumuis magnos in partes, quaſcumq; uelit: facile partietur. Idq; ita eſſe argumento eſt: ꝙ q alioqui in diuidendis numeris hęrent: propoſita multiplicationis tabella ſeſe confeſtim explicant. quam ſi ordine retrogrado mente repoſitam haberēt: nihilo facilior illis eſſet multiplicatio q̄ partitio.

MODVS autem expeditus quoſcumq; partiendi numeros eiuſmodi eſt: ut primū numerus diuidendus a dextro latere ſcribatur: et ab eius ſiniſtra numerus diuiſor. inter quos linea cadēs media ponatur. Deinde ſub numero diuidendo duę lineæ parallelæ modico interuallo inter ſe diſtantes a leua in dextram ducantur. ſub quibus iterū diuiſor numerus ſic ſubnotetur: ut ultima nota diuiſoris ad ſiniſtram ſub ultima diuidēdi, et penultima ſub penultima, et ſic deinceps locetur. Atq; id quidem ita fiet: ſi totus numerus diuiſor a diuidendi notis ſupra ſe repoſitis ſubduci poteſt.

CAETERVM ſi maior fuerit diuiſor, q̄ diuidendi numeri notæ ſupra ſe locatæ: ut ab his non poſſit totus ſubtrahi: tunc poſtrema diuiſoris figura ſub penultima diuidendi ponatur.

HIC quidem numerus parallelis ſubiectus diuiſor ambulans non abs re dici poteſt: ꝙ ad ſiniſtram ſemper incipiens

piens, postq̃ a diuidendo numero subductus est: figuris suis deletis progrediatur ad dextrã. ille uero ad leuam lineę cadentis positus, diuisor stans non immerito uocatur: q̃ manens nos admoneat: quis numerus sit diuisor. Inter parallelas uero numerus is ponatur medius: qui nobis indicat: quoties in diuidendo numero diuisor cõtinetur: ut ab illo toties huius fiat subductio. uulgus hunc numerũ quotientem barbare uocat, participium effingens ab aduerbio. is nobis uidetur apte appellari posse numer⁹ partitionis, aut si mauis, numer⁹ sectionis: q̃ ex maioris numeri sectione generetur.

ET VT a facillimis primum incipiamus. Si quem numerum in decem partes diuidere uolemus: primam a dextra parte notam, per lineam cadentem mediam, separem⁹ a cæteris. et peracta est partitio. Si in centum: duas primas seiungamus notas. Si in mille: seponamus tres. Si in decem millia: quattuor distinguamus. Et ut in uniuersum præcipiamus. Quandocũq̃ maiores numeros partiri uolumus per minorem numerum unitatis nota et uno circulo aut pluribus scriptum: quem aliqua numerorum sedes significat: totidem a dextra per lineam cadentem notas separemus: quot locũ illũ præcedunt. et absoluetur partitio. Notæ autem a cæteris separatę reliquũ indicabunt: quod ex diuisione supereſt: et supra diuisorem stantem linea interposita notentur. is locus est eius reliqui: quod post partitionem peractam remanebit. Id ita esse palam est. nam si una nota ad dextrã apposita sequentem numerum ultra id, quod ipsa significat: augebit in decuplum: duæ additæ eodem modo in centuplum: tres in millecuplum: et sic

deinceps illę ipſę ſublatę datū incrementū omnino tollēt.

SI VERO diuiſor numerus, per quē partiri uelis: unicam notam habet: is ſub ultima diuidendi numeri figura: ſiue ipſi diuidendo æqualis, ſiue eo minor fuerit: ponatur. Et ſi diuiſor ipſe diuidendo numero æqualis erit: quia tantum ſemel ab eo ſubduci poteſt: unitatis nota ſub diuidēdo inter parallelas inſeratur: Statimq; tam diuiſor ſub lineis, q̄ prima diuidendi figura calamo tranſfigatur. et diuiſor in dextram ambulans ſub penultima diuidendi nota iterum reponatur.

Q; ſi diuidendo numero minor erit diuiſor: cōſyderandū erit: quoties diuidendus eum contineat? an ſemel? an bis? an ſæpius? numerusq; id indicans inter lineas parallelas ſub diuidendo ponatur. ſi ſemel: unitatis nota reponenda. ſi bis: nota binarij. ſi ter: ternarij. et ſic deinceps. Tum per illum numerū inter parallelas repoſitum diuiſor multiplicandus eſt: numerusq; ex multiplicatione proueniēs ſub parallelis infra diuiſorē, prius tamen, ne rationes conturbet, deletum ponatur. isq; numerus a diuidendo ſupra parallelas locato ſubducatur. et ſi quid reliquum erit: ſupra diuidendi figuras: a quibus fit ſubtractio: prius deletas, ne rationem conturbent: ſcribatur. Quo facto, deleatur etiam numerus ſubductus ſub parallelis repoſitus. et diuiſor in dextram progrediens iterum ſub penultima diuidendi figura locetur. Vbi animaduertendū erit: quoties penultima diuidendi cum toto reliquo ſupra ultimam diuidendi poſito (ſi quod fuerit) contineat diuiſorem. Ipſum autem reliquum ad reſpectum penultimæ diuidendi, et quoties in progreſſu occurret, ad ſequentium reſpectū,

denarium

denarium illum numerum, quem nota ipsum exprimens denominat: semper significabit. ut si unitatis nota in reliquo sit: decem exprimat. si binarij: uiginti. si ternarij: triginta. et sic deinceps. Numerus uero ipse indicans, quoties penultima diuidendi cum reliquo capit diuisorem, inter parallelas est reponendus. Illud tamen perpetuo est obseruãdum. Quandocumq; diuisor in diuidendo sæpius q̃ nouies continetur: nouem inter lineas tantum sunt reponenda. Per numerum autem ipsum inter parallelas positum multiplicandus est diuisor. et numerus ex eo proueniens, si una nota scribi possit: sub diuisore prius deleto, ne rationes conturbet: reponatur.

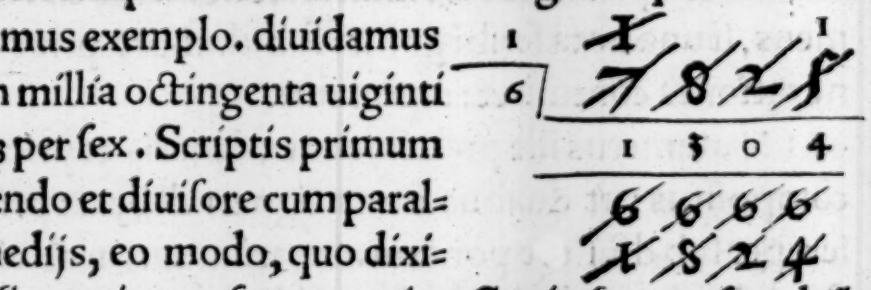
SIN numerus ille proueniens ex denario et primario sit compositus: ut duabus notis signari debeat: primarius semper sub diuisore ponatur. denarius autem ab eius sinistra sub reliquo diuidẽdi, si quod fuerit, aut sub alia ipsius diuidendi figura supra se posita statuatur. numerusq; is ab ipsis diuidendi figuris supra se positis subducatur. postea deleantur notæ, tam quæ subductæ sunt, q̃ a quibus fit deductio. et si quid ex hac subductione iterum erit reliquum: supra penultimam diuidendi notetur.

DEINDE diuisor in dextram obambulans sub nota proxima penultimæ diuidendi rursus collocetur. et itidem per omnia fiat: quemadmodũ in penultima. Atq; ad hũc modum diuisor promoueri debet: donec ad primam diuidendi figuram uentum erit. ubi si quid ex deductione reliquum supererit: id supra diuisorem stantem linea interposita notetur. qui locus est eius reliqui: quod post diuisionem peractam remanet. quod certe semper minus erit q̃

diuisor

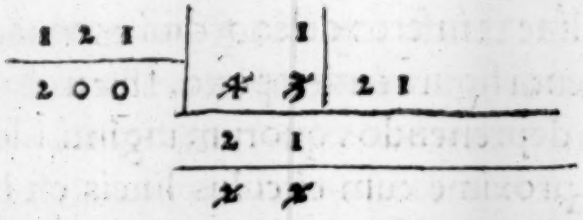
diuiſor: niſi in partione fuerit erratum.

Quotieſcumq; autem poſt priorem ſubductionem inter partiendum cõtinget diuiſorem maiorem eſſe notis diuidendi ſupra ſe locatis: ut ab his ſubduci non poſſit: toties inter lineas circulus ponatur. et per unum locum progrediatur diuiſor, notæq; illæ diuidendi, a quibus fieri ſubductio nõ potuit: ad reſpectum illius, ſub qua diuiſor locatus eſt: uel denorũ, ſi in ſecundo ab ea loco, uel centenorum, ſi in tertio poſita fuerint: in ſequenti diuiſoris ſubtractione ſemper habebunt. Et ut magis ea quæ diximus aperiamus exemplo. diuidamus ſeptem millia octingenta uiginti quinq; per ſex. Scriptis primum diuidendo et diuiſore cum parallelis mediis, eo modo, quo diximus: ſic partiturus ſecum cogitet. Sex in ſeptem ſemel tãtum reperio. unitatis igitur notam inter parallelas repono. et quia illa unitas ſex non multiplicat: ipſa ſex ſubduco a ſeptem. ſupereſt unum reliquum. id ſupra ſeptem calamo tranſfixa ſtatuo. deleoq; ſex diuiſorem. et ſub penultima diuidendi iterum ea pono. ibi occurrunt in reliquo et penultima diuidendi decem et octo. ſex in his ter habentur. igitur tria inter parallelas depono. per quæ multiplico ſex: et fiunt decem et octo. decẽ ſub reliquo, octo ſub diuiſore prius deleto ſtatuo. deinde octo ab octo ſubduco et nihil ſupereſt. unitatis autem notam decem repræſentantem ſubtraho ab uno ſupra ſe poſito reliquum ſignante. Iterum promoueo diuiſorem: et ſub proxima penultimæ eum colloco. Ibi quia diuiſor maior eſt diuidendo: circulum

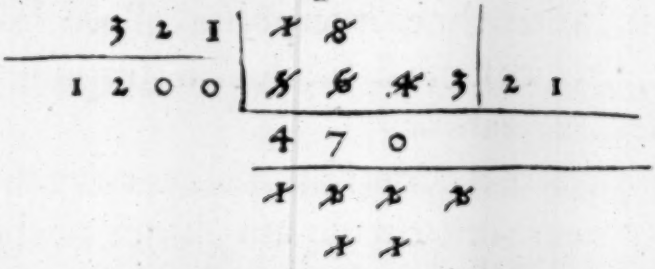


culum inter lineas insero: deleoq; diuisorem: ac rursus sub prima diuidendi figura eum repono. Illic in diuidendo uiginti quinq; deprehendo. quorum uiginti ideo manent: quia diuisor proxime cum circulus lineis est insertus: ab his subduci non potuit. in quibus, quia quater sex habentur: quatuor inter lineas scribo. per quæ multiplico sex: et et fiunt uiginti quatuor. Itaq; sub diuisore deleto quatuor subnoto. et sub proxima diuidendi sequente pono notam binarij: quæ uiginti significat. tũc quatuor a quinq; in diuidendo numero supra se repositis deduco. et unũ superest. duoq; a duobus demo. postea transfigo calamo tam subductos numeros, q̃ a quibus subducti sunt. Vnumq; quod post diuisionem peractam manet reliquum: supra diuisorem stantem linea interposita colloco. Ita numerus indicans, quoties facta sit subductio, surgit inter lineas. Mille trecenta quatuor.

PRAETEREA si diuisor numerus unicam notam significantem cum uno circulo aut pluribus habeat: totidẽ diuidendi numeri figuras linea cadente interserta separemus a dextra: quot circuli in diuisore notam significantem præcedunt. Deinde per illam significantem notam solam amotis circulis, diuidendum numerum eo modo partiamur: quo cum unica nota fieri debere diximus. præterq; ꝙ partitio, cum ad separatas per lineam figuras uentũ erit: cessabit. et si quid reliquũ supersit ex ea diuisoris subductione, quę a figura diuidendi proxime separatas præcedente, facta est: id una cum ipsis figuris separatis totius partitionis reliquum erit. Atq; ideo supra diuisorem stantem, linea interposita, notetur.



Q7 SI DIVISOR numerus duas aut plures habeat ſignificantes notas: unumq; aut plures in fine circulos: totidem in diuidendo numero ſimiliter a dextra ſeparandæ ſunt figuræ: quot circuli in diuiſore: figuras ipſas antecedunt. et per illas ſignificantes notas ſolas amotis circulis, diuidendum numerum eo modo partiri oportet: quo cũ pluribus notis fieri debere mox præcipiemus. ceſſetq; partitio quando ad ſeparatas figuras ueniemus: quas uti iam dictum eſt aſcribemus in reliquum.



QVANDO autem diuiſor duas aut plures ſignificantes notas habet: ſub diuidendo numero ductis parallelis ita ſingulæ ſcribantur, ut ultima diuiſoris ſub ultima diuidendi, penultima ſub penultima, et ſic deinceps, omnino reponantur. niſi totus diuiſor numerus maior eſſet totidẽ diuidendi figuris ſupra ſe locatis: ut ab his ſubduci non poſſet. nam tunc diuiſoris ultima ſub penultima diuidendi. et penultima ſub antepenultima, in initio ſtatui deberet. ſicuti ante dictum eſt. Quo peracto, conſyderandum eſt: utrum quoties ultima diuiſoris in ultima diuidẽdi ſupra ſe

pra ſe poſita reperitur: toties diuiſoris penultima in diui-
dendi penultima, et reliquo ultimę, ſi quod poſt diuiſoris
ſubtractionē ſupererit: et antepenultima diuiſoris in an-
tepenultima diuidendi, et reliquo penultimę, ſi quod erit,
et ſic per cęteras diuiſoris notas reperiri poſſit: et ſi id poſ-
ſit fieri: numerus indicans quoties diuiſor continetur: in-
ter parallelas ponatur. et per eum ſingulæ diuiſoris notæ
multiplicentur: ſuo quæq; ordine: numeriq; ex multipli-
catione prouenientes ſub ipſis multiplicatis diuiſoris no-
tis ſic ponātur: ut ſi figuris pluribus ſcribendi erūt: prima
earum ſub nota multiplicata, reliquæ poſt eam ſuo ordine
locentur. ſinguliq; numeri a figuris diuidendi ſupra ſe po-
ſitis, et a reliquo, ſi quod erit, ſubducantur: deletis tam di-
uiſoris q̄ diuidendi notis, eo modo, quo ante dictum eſt: cū de diuiſore
unicam notā habente pręciperetur.

3 2 1 | 8 6 3
3

AT SI penultima et antepenultima et quæuis alia di-
uiſoris nota toties non reperiatur in diuidendi figuris ſu-
pra ſe locatis, et reliquo earumdem, ſi quod erit: quoties
ultima diuiſoris in ultima diuidendi cōtinetur: tunc quia
toties illę a ſupra ſe repoſitis ſubduci nō poſſunt: quoties
hæc ab ultima diuidendi: ſubducamus ultimam diuiſoris
ab ultima diuidēdi ſemel min⁹, q̄ alioqui ſubtrahi poſſet.
et conſyderemus, an reliquum, quod ex ultima diuidendi
figura ſupererit: penultimæ et antepenultimæ et cæteris
eiuſdem figuris tantum ſumminiſtret? quantum ad ſub-
ductionem reliquarū diuiſoris notarū ferendam ſatis erit.

Qz ſi poſt id factum ſingulæ diuiſoris notæ a diuidendi
figuris ſupra ſe poſitis et a reliquo eiuſdem adhuc ſubduci

nequeunt: ultimam diuiſoris bis minus, q̃ alioqui ſubduci poſſet: ab ultima diuidendi ſubtrahamus. et iterum conſyderemus: an reliquum, quod ſupererit, tantundem penultimæ et cæteris diuidendi figuris, ſuppeditabit: quantum ſubductionem diuiſoris ferre poſſit.

Q̃z SI neq; bis minus ſubducere ſufficiat: tentemus, an ter minus ſatis eſſe poſſit. Si ne id quidem procedit: experiamur, an quater minus deducendo proficere poſſim⁹. Atq; ita rariorem ultimæ diuiſoris ſubductionem ſubinde tentemus: donec reliquum, quod in ultima diuidendi per hoc augebitur: cæteris eiuſdem figuris tantũ ſumminiſtret: quantum ad iuſtam ſubtractionem cęterarum diuiſoris notarum ferẽdam ſufficere poſſit. Ad id autem inueſtigandum partitionis tabella, quã ſupra deſcripſimus, inſpecta plurimum rudes iuuabit. ut quoties ipſam rariorem ſubductionem in ultima diuidendi conſyderant: ſemper interiores ab ea et dexteriores parallelas duces, quadrangularem formam minorem contrahentes, inſpiciant. quarum extremi in marginibus locelli facile indicabunt: quis numerus ſit ſumendus: quidq; futurum reliquum.

CVM uero conſyderando deprehenderimus: quoties ultimę diuiſoris ſubductio fieri debeat: ut cæteræ eiuſdem notæ a ſupra poſitis ſimiliter ſubtrahi poſſint: numerum id indicantem inter parallelas ſupra ultimam diuiſoris notam apponamus. et per illum numerum quamlibet diuiſoris notam multiplicemus: prouenientemq; ex ſingulis multiplicationibus numerum ſub ipſis multiplicatis diuiſoris figuris ſic ponamus: ut, ſi notis pluribus ſcribendus erit: primam earum ſemper ſub multiplicata figura,

reliquas

reliquas poſt eam ſuo ordine collocemus: easq; a figuris diuidendi ſupra ſe locatis, et a reliquo, quando occurret: ſubtrahamus: delentes ſemper prius ipſas diuidendi figuras: a quibus fit deductio. et quod ex ſingulis ſubtractionibus reliquum ſupererit: ſupra ipſas diuidendi figuras: in quibus repertum eſt: prius deletas ſcribamus eo modo: quo ante diximus de unica præcipientes nota.

QUandocumq; autem in quouis reliquo aliqua nota retro manet non dum per ſubtractionem exhauſta: præcedensq; eam diuidendi figura, ex qua poſt ſubductionem nihil reliquum manſit: integre deletur: ſupra ponatur circulus: ut retro adhuc reſtantis reliqui nos admoneat: ſimulq; eius augeat ſignificationem.

QVOD cum peractum erit: ſingulæ diuiſoris notæ deletis prioribus, per unum locum promoueãtur in dextrã. et ultima diuiſoris ſub penultima diuidendi, eiusq; penultima ſub diuidẽdi antepenultima, et ſic deinceps, locetur. Iterũq; de diuiſoris notis ſubducendis eodem modo conſyderandũ eſt: eodem modo faciendum: quemadmodum iam dictum eſt. Rurſusq; ſubductione pacta, per unum locum promouendus eſt diuiſor. atq; eadem obſeruanda ſunt: donec prima diuiſoris nota ſub primã diuidendi uenerit. ubi finietur opus.

ITAQVE ſi poſt ſubductionẽ quicq̃ remanſerit: quod minus ſit: q̃ diuiſor: quia partitio finita eſt: ſupra diuiſorem ſtantem linea interpoſita notetur: ut inde nobis appareat: quota pars diuiſoris ſub linea ſubiecti ſit ipſum reliquum ſupra poſitum.

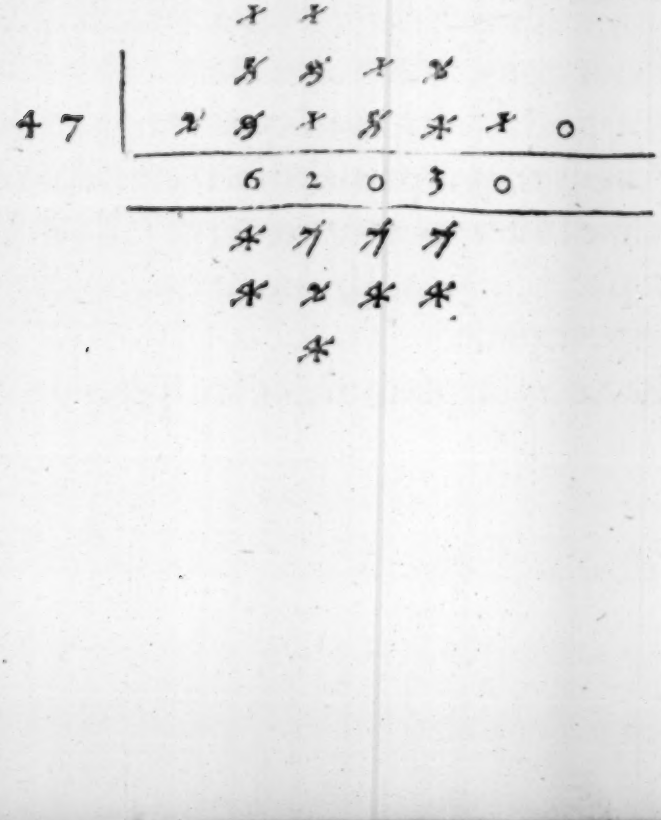
SI VERO reliquũ ipſum maius ſit: q̃ diuiſor: quoniã

errorem interpartiendum certũ est interueniſſe: opus to-
tum denuo repetendumeſt.

PRAETEREA quotieſcumq; poſt unam omnium di-
uiſoris notarum ſubductionem uſq; ad finem operis diui-
ſor ipſe diuidendi notis ſupra ſe locatis maior reperitur: ut
ab his non poſſit totus ſubduci: toties circulus inter paral-
lelas eſt reponendus. et ſingulæ diuiſoris notæ nulla facta
ſubductione per unum locũ tranſferendæ ſunt in dextrã.
Relictæ autem illæ diuidendi figuræ in proxima ſequenti
diuiſoris ſubductione debent exhauriri. Atq; ideo ſi poſt
conſummatam ſubtractionem in numero diuidendo cir-
culus ad dextram ſupereſt: is inter parallelas a dextra col-
locetur.

ILLVD quoq; etiam in hac partitione, quæ per plures
fit diuiſoris notas: perpetuo ſeruandum eſt: ut ſi aliqua di-
uiſoris nota ſæpius q̃ nouies in diuidendi figuris ſupra ſe
reperiatur: nouem tantum inter lineas ſint reponenda.
quemadmodum in diuiſione per unicam diuiſoris notam
facienda ſupra dictum eſt.

ET quoniam auſpicantibus præcepta ſine exemplis ob-
ſcura uideri ſolent: exẽplis illuſtrem⁹ ea, quę iã dicta ſunt.



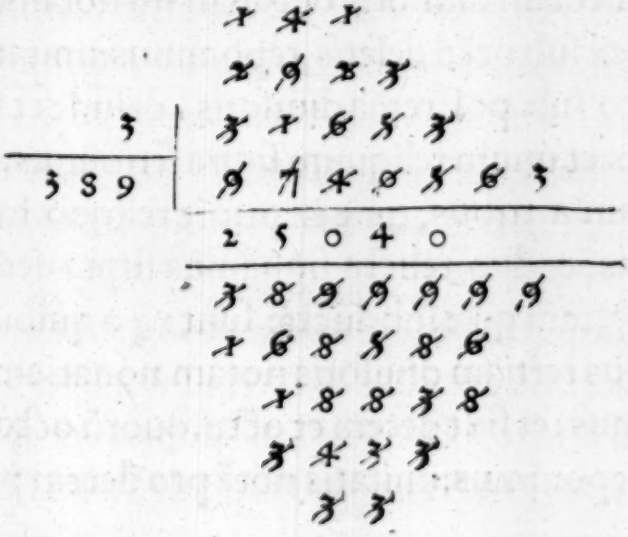
Diuidamus

DIVIDAMVS bis millena millia noningenta quindecim millia, quadringenta decem, per quadraginta septem. Scripto statim numero diuidendo supra parallelas, sub parallelis diuisorem statuamus. et quia sub ultima diuidendi nota binaria, ultima diuisoris nota quaternaria poni nō poterit: ꝙ hęc illa sit maior: sub penultima diuidendi: quę nouem continet: quatuor reponamus: et a dextra septem. Deinde partiturus eiusmodi, quæ sequuntur: secū tacitus mussitet. Quatuor in figuris diuidendi supra positis: quæ uiginti nouē denotant: septies reperio. septies enim quatuor, uiginti octo creant: et adhuc unū supersit. uerum si septies sumpsero quatuor: et unū reliquū fecero: alterā diuisoris notam septenariā per septem multiplicatā in figura diuidendi supra se posita, et reliquo, quæ undecim continēt: toties nō reperiam. sumo igitur sexies quatuor ex uiginti nouē. et quinꝙ facio reliqua: ut utraꝙ diuisoris nota toties in supra se locatis reperiatur. reponoꝙ sex inter lineas: et per ea multiplico quatuor: sic fiunt uiginti quatuor. igitur sub multiplicata figura quaternaria prius deleta repono quatuor: et binarij notā, quæ uiginti significat: post eam sub ultima diuidendi colloco. Deinde quatuor a nouem supra positis demo. quinꝙ autem reliqua supra nouē noto. duoꝙ etiā a duobus subduco: et utraſꝙ notas transfigo. Iterū multiplico sex inter lineas posita ꝑ septē, alterā diuidendi notā: et ꝓcreo quadraginta duo: quorū duo sub multiplicata figura septenaria repono: quaternarij ꝙ figurā, quæ quadraginta significat, post eam a siniſtra, prius septem deletis, statuo. Deinde quia duo ab uno demere nō possum: assumo decem mutuo: et duo ab undecim tollo.

supersunt

ſuperſunt nouem reliqua. quæ ſupra uerticẽ ſigno. et quoniam decẽ mutuo ſumpſi: ſequentẽ notã quaternariã uno augeo. ſic quinq; illa iam facta a quinq; ſupra ſe repoſitis ſubtraho: deleoq; utraſq; notas. Atq; ita poſt primã ſubductionem totius diuiſoris per numerũ partitionis multiplicati, utramq; diuiſoris ipſius notam per unum locum in dextram promoueo. ibi diuiſoris notam quaternariam in nouẽ reliquis bis reperio: et tamen unũ ſupererit: quod cum quinaria diuidendi figura ſupra ſeptẽ locata ſatis erit ad ſeptem bis ſubtrahenda. duo igitur inter lineas depono. per ea multiplico quatuor, poſteriorem diuiſoris notã. et fiunt octo. ea ſubducũtur a nouem. unũ ſupereſt. quod ſupra nonariam diuidendi figuram prius deletã notatur. deleta ſimul etiam nota diuiſoris quaternaria. Rurſus ſeptem multiplico per duo. fiunt quatuordecim. horum notã quaternariam ſub multiplicata figura ſeptenaria, unitatis autem notam, quæ decem indicat: poſt eam ſub uno reliquo ſtatuo. deinde quatuor a quinq;, et unum ab uno reliquo ſupra ſe repoſito aufero: atq; utriſq; notis deletis, unũ ex quinq; relictum ſupra uerticem noto. Rurſusq; poſt totius diuiſoris multiplicati ſubductionem utrãq; eius notam per unũ locum in dextram promoueo. ubi ſupra quatuor unitatis notam in diuidendo numero relictam, ſupra ſeptem quatuor reperio. et quia quadraginta ſeptẽ in quatuordecim haberi nequeunt: nec ulla poteſt fieri ſubductio: circulo inter lineas inſerto, per unum locum rurſus diuiſorem ad dextram tranſfero. ibi ſupra quaternariã diuiſoris notam in diuidendo numero quatuor, et ex priore reliquo unũ, quod decem denotat: comperio. ſic in quatuordecim

tuordecim ter quatuor habentur: et duo erunt reliqua pro altera diuiſoris nota ſubducenda. tria itaq; inter lineas depono. et per ea multiplico quatuor: fiunt duodecim. horū notam binariam ſub figura quaternaria multiplicata: unitatem autem decem denotātem ſub reliquo ſubſigno. ſtatimq; ea ſubduco a quatuordecim deletis. et duo ſupſunt. multiplico deinde ſeptem per tria: unde creantur uiginti unum. horū unitatis notā ſub figura ſeptenaria multiplicata: notā autem binarij a ſiniſtra ſub reliquo pono: atq; ea ſubtraho a ſupra poſitis diuidendi figuris: uidelicet ab unitatis nota et duob⁹ reliquis. ſic nihil omnino ſupereſt. atq; ita utręq; diuiſoris et diuidendi notę delentur. Verūtamen q̄q̄ omnes numeri diuidendi ſignificātes notæ per ſubtractionem ſunt exhauſtæ: tamen quia in eo ſupereſt adhuc circulus: et partitio plene peracta nō eſt: propterea q̄ non dum prima diuiſoris nota ſub primam diuidendi ſucceſſerit: circulus ipſe inter lineas ad dextram recondatur. Ita numerus partitionis inter lineas comperietur. Sexaginta duo millia, et triginta.

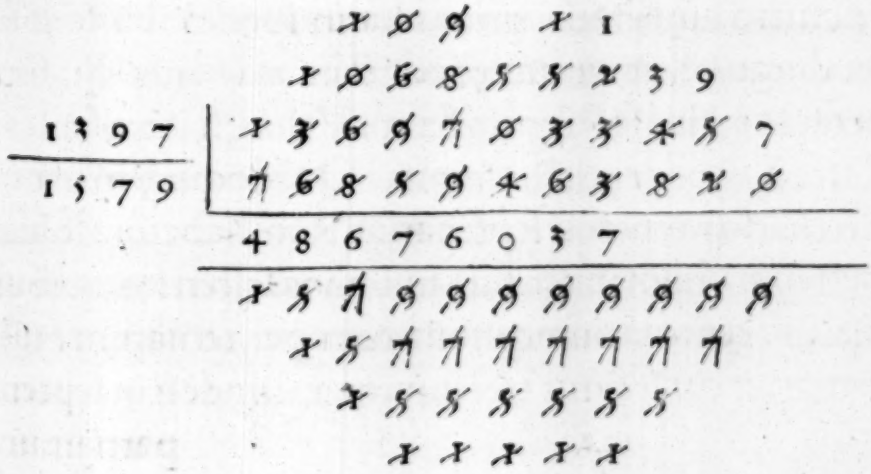


VNVM explicauimus pro rudibus exemplũ: ubi duabus notis ſcriptus erat diuiſor. alterũ aggrediamur: in quo tres notas, poſtremamq; harum minimam, reliquas anteriores maiores habeat. cuiuſmodi exempla difficilius explicãtur: q̃ ſi poſtrema diuiſoris nota maior anterioribus eſſet. Diuidamus itaq; nouies millena millia, ſeptingenta quadraginta millia, quingenta ſexaginta tria, per trecenta octoginta nouem. Et quum notas diuidendi et diuiſoris ſcripſerimus: duxerimusq; parallelas: ſub his diuiſorem ita ſtatuamus: ut ultima eius nota ſit ſub ultima diuidendi: penultima ſub penultima: antepenultima ſub antepenultima. Deinde cõſyderemus, quoties ternariam notam ultimã diuiſoris a nonaria diuidendi ultima poſſim⁹ ſubducere: ut pro cæteris diuiſoris notis, quæ maiores ſunt: ſubtrahendis, ſatis ſuperſit. et bis id fieri poſſe deprehendemus. duo igitur inter parallelas ponimus. per quæ tria multiplicamus. fiũt ſex. ea ſubducimus a nouem. tria manent reliqua. ea ſupra poſtremã diuidendi deletam notamus: ſimul deleta etiam diuiſoris poſtrema. Iterũ per duo multiplicemus mediam diuiſoris octonariam notam. ſurgunt ſexdecim. ſex ſub octo deletis, reponimus: unitatisq; notam poſt octo ſub poſtrema diuiſoris. deinde et ſex a ſeptem demimus: et unum reliquum ſupra ſcribimus. unitatis autem notam a tribus, quæ ex priore reliquo ſuperſunt: extrahimus: et duo relicta ſignamus ſupra uerticẽ. delenturq; figurę, tam quæ ſubductæ ſunt: q̃ a quibus fit ſubductio. Rurſus tertiam diuiſoris notam nonariam per duo multiplicemus: et fiũt decem et octo. quorũ octo ſub nonaria deleta reponimus: unitatis notã pro decem proximo

imo ſequẽti loco.et quia octo a quatuor ſupra poſitis ſubducere nõ poſſumus : decẽ mutuo ſumptis, octo a quatuordecim ſubducimus. ita deletis notis, ſex relicta ſignantur ſupra uerticem . pro illis autem decem aſſumptis unũ addimus ad ſequentem unitatis notam : quę eſt in diuiſore: et duo illa,quia ab uno ſupra ſe repoſito auferre non licet:decem mutuantes ab undecim tollimus.rurſuscꝫ deletis notis, nouem relicta ſignamus ſupra uerticẽ . Et quoniam decem iterum ſumpſimus:iterum ſequenti loco unũ a duob⁹ ſupra ſignatis demimus.unumcꝫ, quod ſupereſt: notamus, deleta nota binaria . Et quoniam ſemel omnes diuiſoris notas a ſupra poſitis multiplicatas abſtulimus: eas per unum locum ſingulas in dextram promouemus . Ibi iterum conſyderamus : quoties tria a decem et nouem ſupra poſitis extrahi poſſunt:ut tamen ſatis ad cęterarum diuiſoris notarum ſubductionem ſuperſit.id quinquies fieri poſſe comperimus.quincꝫ igitur inter lineas ſupra tria reconduntur. per ea, tria multiplicantur . et fiunt quindecim.quorum quinque ſub multiplicata figura ternaria reponuntur . et unitatis nota pro decem loco ſequenti . deinde quincꝫ ſubducuntur a nouem ſupra ſe poſitis:et quatuor reliqua ſupra ſcribuntur.unitatis autem nota ab uno reliquo tollitur : delenturcꝫ figuræ . Multiplicatur deinde ſecũda octonaria diuiſoris nota per quincꝫ . inde ſurgunt quadraginta. circulus itacꝫ ſub octo locatur. et quaternaria nota, quę quadraginta ſignificat :'poſt eum.ea ſubtrahitur a quatuor ſupra poſitis.et utracꝫ nota trãſfigit̃ obeliſco . poſtea multiplicatur tertia nonaria diuiſoris nota ꝑ quincꝫ.et creſcunt quadraginta quincꝫ. quorũ quincꝫ ſub

nouem collocantur.et loco ſequenti quatuor pro quadraginta. ſic quinqꝫ, quia circulus ſupra ſe notatur: a decem mutuo ſumptis auferuntur.et quinqꝫ manent. quæ ſupra circulum deletum annotantur. et quoniam decem ſunt aſſumpta: unum ad ſequentem quaternariam notam additur: atqꝫ ita quinqꝫ a ſex ſupra ſe locatis deducuntur.deletisqꝫ figuris, unum, quod relictū eſt: ſignatur ſupra uerticem. Sic omnes diuiſoris notæ per quinqꝫ multiplicatæ, et a ſupra poſitis ſubductæ, per unum locum ſingulę trāſferuntur in dextram. Et quia diuiſoris notæ in diuidendi figuris ſupra ſe poſitis haberi nequeunt: circulus inter lineas inſeritur. Rurſus per unum locum ſingulæ diuiſoris notæ in dextram procedūt. Ibi conſyderamus quoties diuiſoris ultima ternaria a diuidendi notis ſupra ſe locatis, quæ deſignant quindecim: tolli queat. et q̄uis quinquies id fieri poſſit: ſemel tamen minus ſubducimus: ut ſequentium diuiſoris notarū habeatur ratio: quatuorqꝫ inter parallelas loramus. per ea multiplicamus tria. et fiunt duodecim. quorum notam binariam ſub tribus multiplicatis locantur: et unitatis nota pro decem, in ſede ſequenti. Deinde duo ſubducūtur a quinqꝫ. et tria reliqua manent. ea ſupra ſcribūtur.unitatis autem nota tollitur ab uno ſupra uerticem poſito.ſtatimqꝫ delentur notę, tam quę ſubductæ ſunt, q̄ a quibus fit ſubductio. Multiplicatur deinde octonaria diuiſoris nota per quatuor.et oriuntur triginta duo.horum duo ſub octo recondūtur: ternaria nota loco ſequenti. Deinde duo illa demuntur a quinqꝫ. tria uero, quæ ex his ſuperſunt: in uertice notantur. ternaria autem diuiſoris nota a tribus, quę ſupra notantur: auferetur.

tur. delenturq; utræq; notæ. Postea tertia diuisoris nota nonaria per quatuor multiplicatur. inde surgunt triginta sex. horum sex sub nouem multiplicatis, ternaria nota loco sequenti subnotatur. ea a supra se repositis auferuntur, nempe sex a sex: et ternaria nota a tribus. Deinde per unũ locum in dextram singulæ diuisoris notæ rursus procedunt. Et quia prima diuisoris nota sub primam diuidendi successit: nihilq; in diuidendo numero præter tria supereſt: unde fiat subductio: atq; eapropter diuisor in diuidendo non reperitur: circulus inter lineas ad dextram reponitur. tria autem illa, quæ partitione finita, supersunt: supra diuisorem stantem, linea interposita, notantur. Ita partitionis numerus inter lineas surgit. Viginti quinque millia et quadraginta, atq; in reliquo tres trecentesimæ octogesimæ nonæ partes. Hactenus exempla exposuisse sufficiat: in quibus diuisor plures habet notas. per hæc enim intellecta facile sese quiuis explicare potest: etiam si diuisor quatuor aut quinq; plures ue habeat notas. cuiusmodi exemplum mente consyderandum sub oculis subiecimus.



IN OMNI autem ſectione quotieſcumq; interpartiendum poſt ſubductionem factam diuiſor in dextram promouendus eſt: ſi reliquum, quod in diuidendi notis ſupra diuiſoris uerticem ſignatis, ex ea ſubductione ſupereſt: maius reperitur: q̃ totus diuiſor: error omnino admiſſus eſt. et fruſtra ulterius in ea partitione progrediendum eſſet: niſi quis operam perdere mallet. Quamobrem iterum a capite repetendũ eſt opus. Nam non ſolum poſt peractam totam partitionem, reliquum, quod ſupereſt: toto diuiſore minus erit: ſi recte proceſſit opus: uerũ etiã in medio opere, quandocumq; in dextram promouendus eſt diuiſor: idem euenire debet. Quæ res, ſi bene animaduerſa fuerit: non mediocre compendium, cum in omni partitione, tum præcipue in immẽſis ſummis diuidendis, afferet.

ILLVD obſeruare eſt operæprecium. Maior numerus minorem non diuidit. quippe quum in minore maior non contineatur: id quod huius capitis initio admonuimus. Cæterum ratio iniri poteſt: qua maior numerus etiam minorem diuidere recte poſſit. id quod fiet: ſi de rebus a minore numero numeratis, prius una in ſpecies ſub ſe contentas ducatur: ut earum productus numerus diuiſore maior factus, eius ſectionem ferat. Veluti ſi inter ſeptem uiros tres aureos partiri uolumus. Quãdoquidem in numero ternario numerus ſeptenarius non habetur: ſoluamus aureum unum in centum nummos ſeſtertios: quibus æſtimatur. centenariumq; numerum per ternarum multiplicemus. et enaſcentur trecenta. quæ deinde ſi in ſeptem

partiamur.

partiamur: numerus sectionis prodibit, quadraginta duo, et sex septimæ. Itaq; si inter septem uiros tres aureos, centum nummis singulos æstimatos, distribuamus: unusquisq; consequetur quadraginta duos nummos, et præterea unius nummi sex septimas.

AD HAEC maior numerus minorem frangere in minutias potest. id quod sequenti libro de minutiarum partitione præcipientes, monstrabimus.

QVISQVIS experiri cupit: an numeros recte diuiserit: numerum partitionis per diuisorem multiplicet. et si ex ea multiplicatione atq; ex reliquo, si quod supereſt: numerus diuidendus exibit: nihil errauit sectio. Cęterum si alius ex ea multiplicatione numerus: q̃ diuidendus redibit: propter admissum in calculo errorem partitio tota denuo repetenda est. Idq; ita esse rerum natura monstrat. Nam quemadmodum si partes, quæ ab aliquo toto dēptæ sunt: iterum componantur: idem totum redeat necesse est: ita si ex partium earumdem instaurata compositione aliud totum prodeat: q̃ ante fuerit: uel partes alienas per errorem esse sumptas, uel easdem male iterum cōiunctas, esse oportet. Cum itaq; ex numero diuiso per crebram diuisoris subductionem exhausto, peracta diuisione, nihil aliud supersit: q̃ partitionis numerus: et reliquū, si quod fuerit: si numerus ipse diuisor ad numerum partitionis restantem toties iterum addatur: quoties ante subductus est: id quod facile fit: si numerum partitionis per diuisorem multiplicemus, adiungamusq; reliquum, si quod remanebit

manebit: numerum ante dissectum denuo instaurari necesse est. quia et omne totum cum suis partibus consentit: et pars, quæ dissentit, aliena est a toto.

DIMIDIATIO numerorum nihil aliud est: q̃ eorum per duo sectio. quæ certe et prima, et longe omnium facillima est species partitionis. Et q̃uis nō magni referat nulla de ea præcepta seperatim dare: cum ea, quæ iam dicta sunt: abunde sufficiant: quia tamen minore tum linearum apparatu tū consyderatione species hæc partitionis eget: q̃ cæteræ: quæ, cum sint innumerabiles: tum omnes hac difficiliores: operęprecium esse putauimus facilitatis eius compendium auspicantibus enarrare. Neqꝫ enim duabus parallelis est opus. unica tantum linea sub diuidendo numero ducatur. Deinde numerū quēuis per mediū secturus quispiā a siniſtra incipiēs per omnes notas in dextrā tendat. et si ultimus diuidendi numeri character nota sit unitatis: a penultimo sectionem ordiatur: singulorūqꝫ locorum paribꝰ numeris per mediū sectis, ipsum dimidiū sub linea locis singulis subijciat. Sin impar occurrit numerus, unitate dempta, reliquum numerum per medium secet: dimidiumqꝫ sub linea reponat. unitas autem ipsa pro decem computata memoriaqꝫ recondita ad sequentem sectionem seruetur: ut uel denarium numerū creet: si circulus ad dextram proximus est: uel ex denario et primario compositum: si alia occurrit nota. isqꝫ numerus, si par est, per medium secetur. si impar, unitate rursus dempta atqꝫ ad sequentem sectionem, uti iam dictum est: seruata, relictus numerus per medium diuidatur. Si uero in diuidendo numero priusq̃ ad primā notā uentum erit: unitas occurret:

si nihil

ſi nihil ſupereſt memoria retentum, quod ei adiungatur: ſub linea ponatur circulus. unitasq; ipſa ad ſequentem ſectionem ſeruetur. ſemper autem dimidium ſub linea recõdatur. Ita progrediendum eſt in dextram, uſq; ad primam notam: quę ſi circulus fuerit: et proximus ei numerus par repertus eſt: ſub linea ponatur. Sin proximus ei numerus impar compertus eſt: a quo dempta unitas mente retenta manet: circulus ipſe cum unitate iunctus decem denotabit: quorũ quinq;, quæ ſunt dimidium: ſub linea reponentur. Sin unitatis fuerit nota: ſi denarius aliquis ex memoria ei adiungitur: unitate dempta, decem ſunt ſecanda: et quinq; ſub linea recondenda. ipſa autẽ unitatis nota pro totius ſectionis reliquo, ſupra diuiſorem ſtantem linea interpoſita, notetur. ſic ſcripta unius integri partem denotabit ſecundam: quæ dimidium capit. Itidem in reliqui locum tranſferetur unitas: etiam ſi nullus denarius numerus memoria retentus ſupereſt: qui cum ea iungatur. Numerus autem partitionis ſub linea diuidendo numero ſubiecta ſurgens apparebit.

Hęc q̃uis propter facilitatem exemplo nihil egeant: unũ tamen pro rudibus adiungendum eſſe duximus.

1	·			·			
2	1	1	4	1	0	3	1
	5	7	0	5	1	5	

INVESTIGEMVS itaq; dimidium in millenis millibus, centum quadraginta et unis millibus, atq; triginta uno. Scripto ſuis notis numero, ductaq; ſub eo linea, quia unitas in initio a ſiniſtra occurrit: incipimus a penultima. ubi etiam altera unitas eſt. Itaq; quoniã ibi undecim habentur

bentur: unitate pro denario ad ſequentem ſectionem ſeruata, decem relicta per medium ſecamus. et quinq; ſub linea reponimus. Progredimur deinde ad proximū locum: ubi quatuor reperimus: quibus denarium ex memoria depromimus: ut fiant quatuordecim. horū dimidium, ſeptem, ſub linea locamus. rurſusq; progredimur. Ibi occurrit unitas: quæ ſecari non poteſt: Ideo ſub linea circulus ponatur: et unitas ſeruetur in ſequentem locum. In quo quia circulus occurrit: cui unitas adiuncta decem faciunt: quinq; ſud linea ſtatuemus. Denuo progredimur. ibi tria occurrunt: quorū uno, quia numerus eſt impar, dempto, duo ſecamus: et horū alterum ſub linea condimus, denario numero mente in ſequentem ſectionem retento. Rurſus ad dextram progredimur ad primam unitatis notam: cui decem ex memoria adiuncta creant undecim. unitate itaq; dempta, decem per medium ſecamus: et horū quinq; ſub linea reponimus. unitatem autem illā ſupra diuiſorem ſtantem linea interpoſita ſignamus: ut unius integri partē ſecūdā ſignificet. Ita partitionis numerus ſub linea manebit. Quingēta ſeptuaginta millia, quingenta quindecim.

DE PROGRESSIONE.

PROGRESSIO ARITHMETICA EST numerorū inter ſe ęqualiter diſtantium in unam ſummam collectio: et ueluti compendiū quoddam eos numeros numerandi, qui paribus interuallis diſtant. Eius autem duæ ſunt ſpecies. Altera eſt: in qua naturali numerorum ſerie ſeruata, numerus quilibet ſequens ſola

ſola unitate præcedentem ſuperat: ſicuti in hoc exemplo. 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Altera in qua numeros quoſlibet omittentes, et paria ſeruantes interualla, longam numerorum ſeriem connectimus. veluti. 1.3.5.7.9.11.13. In utraq; autē ſpecie idem eſt per compendium numeros colligendi modus. is autem hac bimembri conſtat regula. Si numerorū inter ſe æqualiter diſtantium, atq; ordine continuo diſpoſitorum ſeries par occurret: eorum primus numerus iungatur cū poſtremo: numerusq; ex eis aggregatus per dimidium numeri loca ſeriei numerantis multiplicetur. Ita fiet: vt numerus ex hoc productus ſummam omniū commonſtret. veluti in hoc exemplo. 1.2.3.4.5.6.7.8. primus numerus. 1. ad poſtremum. 8. addatur et fient. 9. Cumq; in tota ſerie ſint. 8. loca. ducamus. 9. in 4, eorum dimidiū. et prodibunt. 36. quæ omnium eſt ſumma. Similiter ſi exempli cauſa proponātur. 1.3.5.7.9.11. primus numerus ad poſtremum addatur et fient. 12. et cū in tota ſerie ſint. 6. loca: ducamus. 12. in eorum dimidium: nempe. 3. ſic ſurgēt. 36. quæ ſumma eſt uniuerſorū. Q7 ſi numerorū a ſe ęqualiter diſtantium atq; ordine continuo diſpoſitorum ſeries erit impar: tunc numerus indicans, quot loca ſunt in ſerie, non in eum numerum ducatur: qui indicat quotus locus eſt in ſerie medius, ſed in eum numerum qui in ſerie medius reperitur: atq; ab utroq; extremo æqualiter diſtat. Ita numerus procreatus omnium ſummā patefaciet. ſicuti in hoc exemplo. 1.2.3.4.5.6.7. quia loca ſeriei ſunt. 7. et medius numerus eſt. 4. 7. in. 4. ducamus: et fient. 28. quæ ſūma eſt uniuerſorum. Itidem ſi exempli cauſa ſumantur. 1. 4.7.10.13. quia loca ſeriei ſunt. 5. et medius numer9 eſt. 7.

5. in. 7. ducamus: et fient. 35. quæ ſumma eſt omnium.
Alia regula datur magis generalis: et tamen non minus certa: q̃ eſt illa prior. ea autẽ eſt huiuſmodi. In omni progreſſione Arithmetica, ſiue ſeries par, ſiue impar fuerit: numerus ab extremorum additione collectus in numerũ indicantem, quot loca ſunt in ſerie, multiplicetur. numerusq; productus poſtea dimidietur. et ſumma progreſſionis habebitur. Exemplum in ſerie pari. 1. 3. 5. 7. 9. 11. primus numerus additus ad poſtremũ facit. 12. et quia. 6. loca ſeriei ſunt. 12. per. 6. multiplicemus. et ſurgent. 72. quæ ſi dimidientur: fient. 36. quæ ſumma eſt progreſſionis. Exemplum in ſerie impari. 1. 4. 7. 10. 13. extremi numeri ſimul additi faciunt. 14. et quia in ſerie ſunt. 5. loca. 5. in. 14. ducta creant. 70. quæ ſi dimidientur: prodeunt. 35. quæ ſumma reperietur vniuerſæ progreſſionis.

SI VIS experiri an recte ſummã collegeris. ab vniuerſa ſumma per cõpendiũ inueſtigata ſingulos in ſerie numeros ſubtrahe. et ſi nihil erit reliquum: recte collegiſti. Q; ſi quid reliqui manſit: error interuenit.
Alia ſpecies progreſſionis habetur; quam Geometricam uocant: in qua numerorum longo ordine diſpoſitorũ interualla ſunt inæqualia. quando inter numeros ſerie quadã cõnexos proportio aliqua reperitur: veluti. dupla. tripla. quadrupla. aut ea maior. de qua in proportionũ libro poſtea dicturi ſumus.

DE QVADRATI ET CVBI LATERIBVS INVESTIGANDIS.

De

DBus exquirendis dicturos præfari primum pauca quædam nos oportet: quis numerus sit quadratus: quis cubus: quo magis de rebus notis præcepta daturi cuncta intellectu faciliora reddamus. Numerus itaq; quadratus est: qui ex vnico numeri cuiusuis in se ductu cõstituitur. cuiusmodi numerus est quaternarius. qui ex vnico binarij numeri in se ductu ꝓcreatur. bina namq; semel in se ducta producunt quatuor. Similiter nouenari⁹ numerus quadratus est. nam terna semel in se ducta educunt nouem. Itidem. 16. quadratus est numerus. quippe quaterna in se semul ducta progenerant sexdecim. Ad eũdem modum reliqui numeri omnes in se semel ducti quadrati ideo dicuntur: ꝙ si diuisim per vnitates scribantur: formam quadratam referant.

1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1

VNDE quemadmodum in corpore cõtinuo quadrati latus appellatur: sic in numeris latus quadrati numerus ille vocatur: qui unum e lateribus numeri quadrati perficit: quod Arithmetici quadrati radicem nõ inepte appellant: ꝙ ex eius in se ductu numer⁹ quadratus, velut ex radice quapiam arbor, surgat.

CVBVS numerus est: qui ex numeri cuiusuis semel in se atq; iterum in numerum productum multiplicatione, componitur. cuiusmodi numerus est octonarius. nam bina in se semel ducta creant. 4. iterũ bina in. 4. ducta creãt 8. Similiter. 27. numerus est cubus. terna enim in se ducta creant. 9. iterumq; terna in nouem ducta faciunt. 27. Itidẽ. 64. numerus est cubus. quippe quaterna in se semel ducta

educunt. 16. iterumq; quaterna in. 16. ducta procreant. 64. atq; ad eũdem modum reliqui numeri omnes ſemel in ſe, atq; iterũ in numerũ productũ multiplicati, cubi ideo dicuntur: q; ſi in corporũ ſolidorũ formã redigãtur: ad exemplum cubi, tres dimenſiones æquales, nempe lõgitudinẽ, latitudinem, et craſſitudinem, habere reperientur. Eſt autem cubus corpus ſolidum ſex continẽs planicies quadratas, atq; harum latera duodecim: quorũ quatuor inferna ſunt. quatuor ſuperna: quatuor ab infernis ad ſuperna ꝑtendunt. angulosq; habet octo: videlicet quatuor infernos, quatuor ſupernos. in quorũ ſingulis terna latera coeunt. Latini teſſeram uocant. q̃q̃ in numeris uocabulo ipſo græco Latinitate iam donato magis utuntur: vt cubum uocent. Cubi uero latus numerus ille dicitur: qui vnum e cubi lateribus efficit: et quadrati in eo cõtenti lateri ęquale eſt. quod cubi radicem ſatis appoſite nuncupant: quemadmodum de quadrati latere iam admonuim⁹. Quocirca manifeſtum eſt, in omni numero cubo numerum quadratum haberi. Cæterũ non econuerſo reperies in omni quadrato cubum. Vnitatem autem Arithmetici et numerum quadratũ, et cubum eſſe uolunt.

IN huiuſmodi laterum exquiſitione magnũ enaſcetur ſtudioſis compendium ad Arithmeticam pernoſcendam. per hanc enim Ptolemęus aſtrorum longe peritiſſimus corporum ſupra cęleſtium et ſphærarũ magnitudines adinuenit: uelocitatemq; motuum in his deprehendit. Ad hæc eius cognitio non modo Aſtrologiæ diſcendæ, uerũ etiam Geometriæ, tantopere conducit: vt ſine hac, quæ in his pulcherrima ſunt: intelligi nequeant.

Verũtamen

VERVMTAMEN rerum ordo poſcit: ut de quadrati latere inueſtigando, prius dicere aggrediamur. Et cum quadrati lateris exquiſitio nihil aliud ſit: q̃ numeri alicuius inuentio: qui in ſe ductus uel totum numerum propoſitum, ſi quadratus fuerit: producit: uel maximum numerum quadratū in eo contentum: ſi ipſe non ſit quadratus: numerum ipſum latus facientem ſic inueſtigabis.

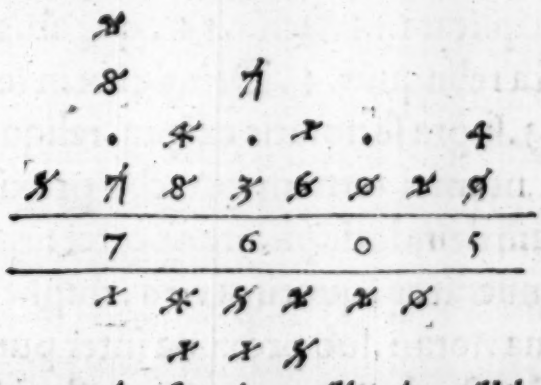
PRINCIPIO ñumerus quiuis, in quo quadrati radicem inueſtigare cupis: punctis ſupra uerticem ſignetur in locis imparibus. uidelicet. Primo. Tertio. Quinto. Septimo. Nono. et reliquis itidem. Et quia quadrati lateris inueſtigatio nihil aliud eſt: q̃ quædam diuiſionis ſpecies: ſub numero punctis notato duæ lineæ parallelæ ducendæ ſunt. inter quas latus ipſum exquirendū ponatur: quemadmodum in diuiſione præcepimus. quia quot adſcripta pūcta deprehendes: tot in numero ſectiõis numeros primarios habebis, numeri propoſiti radicem oſtendentes. Deinde ſub extrema ad ſinſtrã nota, puncto loco impari ſignata, numerus aliquis primarius exquiratur: qui ſemel in ſe ductus totum reſpectu ſui loci numerum ſupra ſe repoſitum ſubductus aboleat: uel ſaltem q̃ proxime fieri poteſt: ſi totum delere nequit. Huiuſmodi autem numerus primarius inuentus inter parallelas inſerendus eſt, atq; in ſe multiplicãdus. et poſtq̃ numeri procreati facta erit ſubductio: reliquum, ſi quod erit: ſupra notas, a quibus fit ſubtractio: deletas e ueſtigio, ne rationem conturbent: reponatur. Deinde numerus ipſe primarius duplicandus eſt: et duplum ſub proxima figura dexteriori ponendum.

Qz ſi ex duplicatione numerus duabus notis ſcribendus

dus prodeat: earum prima dextram uersus sub proxima figura, quæ inter puncto signatas media est: reponi debet. Altera suo ordine sequens ipsam sub ea nota reponatur: sub qua primarius numerus inuentus est. Iterum deinde alius numerus primarius exquirendus est: qui in duplum ductus totum numerum, qui supra duplum positus est: ita subtractus exhauriat: ut postea etiam in se ipsū ductus totū numerū a dextra proximo puncto signatū cū reliquo, si quod erit: absorbeat. Sin totū auferre nequit: ab eo tollat: q̄ plurimum potest. Quod cum peractum erit: totus inter parallelas numerus duplicādus est: duplumq; sub proxima figura dextram uersus ita ponendum: ut primi dupli nota sub ea figura, quæ proxime inter puncto signatas media est: uelut ad perpendiculū reponatur: alięq; post ipsam, suoq; quęq; ordine, tendentes in sinistram. Rursus deinde exquirendus est numerus aliquis primarius: qui in duplum ductus totum numerum, qui supra duplū situs est: sic subductus auferat: ut postea etiā in se ipsum ductus numerū a dextra proximo puncto notatū, uel totū deleat cū reliquo, si quod erit: uel q̄ prope id fieri potest. Atq; ad hūc modū ꝓgrediendū est ad primam usq; notam. Quotiescumq; autem post numeri primarij duplicati multiplicationem et subductionem, numerum ipsum primarium ducimus in se ipsum: semper id sub aliquo pūcto fieri debet: statimq; e uestigio quicquid inter parallelas in numero sectionis reperitur: duplicandum est: et primi dupli nota sub proxima inter puncta figura ad dextram reponenda est: cæteræq; post eam, suo ordine in sinistram progredientes: quemadmodum iam dixímus.

diximus. Illud quoq; diligenter obseruandum est. Quandocūq; in quauis inuestigationis parte numerus aliquis primarius inueniri nequit: primū in duplū deinde in se ducēdus, quin productus maior erit numero supra se locato: ut ab illo subduci nō possit: tūc circulus ad numerū inter parallelas ascribēdus est. omnibusq; notis numeri, cuius radicē quærimus: intactis dimissis, deletis tamē sub parallelis dupli notis, progressus in dextrā fiat: si non dū peractū est opus. totusq; inter parallelas numerus ita duplicetur: ut prima dupli nota circularis sub proxima ad dextrā figura, quę inter pūcto signatas media est: reponatur: cæteręq; post eā suo ordine in sinistrā tendentes: ut ante dictū est. Peracta demū radicis inuestigatione, si nihil reliquum erit: palam est numerum propositum: cuius latus scrutati sumus: quadratū esse. Qz si quid reliquum mansit: non erit quadratus: sed numerus inter parallelas radix esse comperietur maximi numeri quadrati in eo contenti.

Et quoniam obscura sine exemplis non facile intelligi queunt; exempla nunc adiungamus: quæ cuncta magis illustrent.



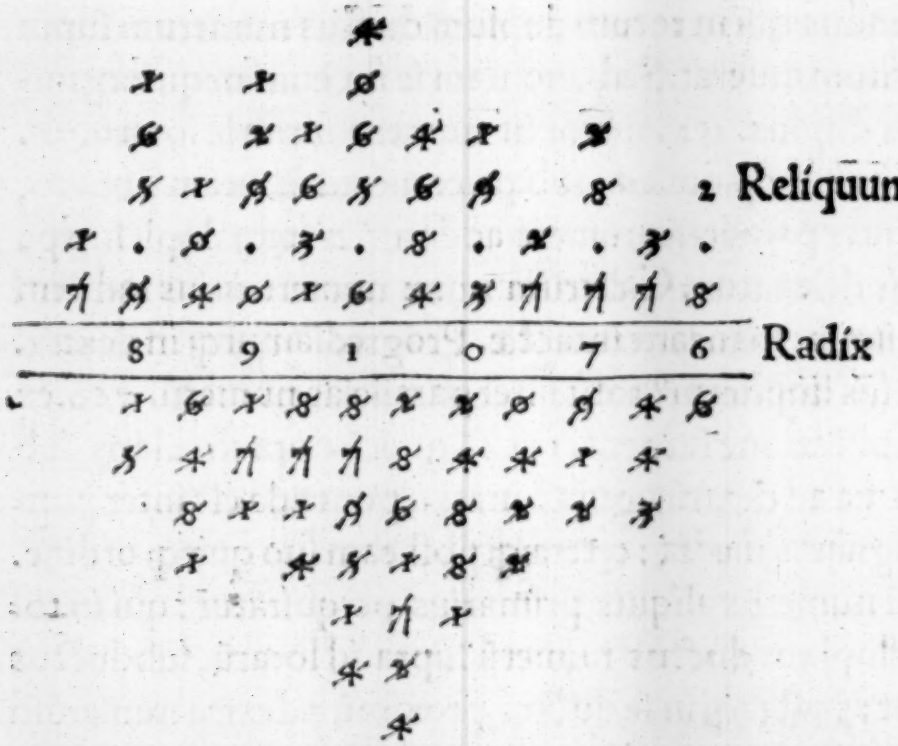
EX quinquagies septies millenis millibus, octingentis triginta sex millibus, et uiginti nouem, radicem eruamus.

Postq̃ numeris suo ordine perscriptis, ductæ erunt parallelæ: locaq; imparia punctis annotata: sub postremo ad sinistram numero puncto notato numerum aliquem primarium quęramus: qui in se ductus uel totum numerum supra se notatũ, qui est. 57. uel q̃ proxime fieri potest: subductus deleat. is autem erit septenarius. nam. 7. in se ducta. 49. creant. quę, si subducantur a. 57. supersunt. 8. itaq; 7. inter parallelas inserenda sunt. ac post multiplicationẽ et subductionem factam deletis notis. 8. supra postremũ punctum manebunt reliqua: quæ supra uerticem notentur. Deinde. 7. inter parallelas posita duplicemus: et fient 14. quorũ. 4. sub proxima ad dextram nota octonaria reponantur: et unitas denarium numerum designans a sinistra sub numero octonario ex priori subductione relicto. Tum iterum inueniendus est numerus aliquis primarius: qui in quatuordecim, quę dupla sunt: ductus numerũ supra illa positũ sic auferat: ut postea in se ductus proximũ a dextra numerũ pũcto notatum cũ reliquo, si quod erit: subductus tollat: uel saltem q̃ prope accedi potest. is autẽ erit senarius inter parallelas sub proximo puncto inserendus. p quẽ multiplicata. 14. faciũt. 84. quę ab. 88. supra se positis subducta relinquũt. 4. Deinde sex in se ducta creant. 36. quę a. 43. supra se notatis exẽpta, reliqua faciũt. 7. supra uerticem numeri ternarij puncto proxime signati notanda. Iterum deinde duplicare oportet: quicquid inter parallelas inuenitur. quocirca. 76. duplicata faciunt 152. quorũ prima nota. 2. sub proxima inter puncta figura senaria ponenda est a dextra: cæteręq; post eam suo ordine a sinistra. Deinde numerus aliquis primarius rursus est

quęrendus:

quęrendus: quí ín totum duplum ductus numerum ſupra ſe poſitum auferat. Sed quoníam ís ínueníri nequit: q̄ numerus duplus. 152. maíor ſít numero ſupra ſe locato. 76. círculus ínter parallelas ſub proxímo ad dextram puncto, ípſo ínter parallelas numero addatur. notęq̄ dupli ſub parallelís deleantur. Cæterum notæ numerí cuíus radícem quærímus: maneant íntactæ. Progrediamurq̄ ín dextrā. et rurſus duplícem⁹ totū ínter parallelas numerū. 760. ex ea duplícatíone ſurgent. 1520. quorū nota círcularís ſub proxíma ad dextrā fígura bínaría, ponenda eſt ínter puncto ſignatas media: cęteræq̄ poſt eam ſuo quæq̄ ordíne. Ac tū numerus alíquís prímarius perquíratur: quí ín totum duplum ductus numerū ſupra íd locatū, ſubductus deleat: poſteaq̄ ín ſe ductus proxímū a dextra numerum puncto ſignatū cū relíquo, ſí quod erít: auferat. uel ſaltem q̄ proxíme fierí poteſt. Is autem erít quínarius. 5. ígítur ínter parallelas reponentur. per eaq̄ ſíngulę numerí dupli notæ ſeorſum multíplícentur: numeríq̄ ex multíplícatíone prouenientes ſubducātur a fígurís ſupra ſe locatís. quæ ſtatím deleantur. Et demū ín ſe ductus numerus ílle quínarius ſubtrahatur a nouenarío numero puncto notato. et. 4. erunt relícta. Vnde ſatís líquet: quoníam toto opere abſoluto, adhuc alíquíd ſupereſt: numerū prímo propoſítum non fuíſſe quadratum. nam ſí quadratus fuíſſet: níhíl manſíſſet relíquum.

Hoc exemplo ſtudíoſís quadratí laterís ínueſtígādí uíam aperuíſſe ſuffecerít. Alterum plurium notarum oculís ſpectandum atq̄ animo conſyderandum adiungamus: quod facíle ſíne præeunte quíuís explícabít.



SI QVIS experiri uelit: an uera radix quadrati numeri sit inuenta. Radicem ipsã in se multiplicet. et si quid reliqui manſit: numero ex multiplicatione producto addat. quo fiet: ut nisi perperam facta sit inuestigatio: numerus primo propositus redeat. Qz si alius numerus prodit: opus repetendum est: ut error corrigatur.

Ipsum autem reliquum equare aliquãdo potest quadrati lateris inuenti duplum: superare nunq̃ potest. ut puta, si numerus ꝓpositus esset. 8. radix maximi numeri quadrati in eo contenti erit. 2. quæ in se ducta creant. 4. et. 4. erunt relicta: quę duplum radicis continent. Nam si. 5. relíqua essent: iam fierent. 9. quę aliã radicem habent: uidelicet. 3. Itidẽ si propositus numerus esset. 15. quadrata radix eius esset. 3. quæ in se ducta faciunt. 9. et. 6. reliqua: quę duplicatã radicem capiunt. At si relicta essent. 7. prodirent. 16.

quę

quę aliam radicem, nempe. 4. oſtentāt. Similiter ſi numerus propoſitus eſſet. 24. radix maximi numeri quadrati in eo cōtenti erit. 4. quę in ſe multiplicata faciunt. 16. et. 8. relinquuntur, quę duplum radicis continent. nam ſi reliqua eſſent. 9. iam fierent. 25. et ſurgeret alia radix: uidelicet. 5. Atq; ad eundem modū deinceps cęteri numeri ſe habent. quamobrem ſi in reliquo plus reperias, q̄ quadrati lateris inuenti duplum: errorem calculi palam eſt interueniſſe.

DE RADICVM IN CVBIS INVESTIGATIONE.

IAM ANTE ADMOMVIMVS CVBVM numerum eum eſſe: qui ex numeri cuiuſuis ſemel in ſe, atq; iterum in numerum productum, multiplicatione componitur. cuius latus inueſtigaturi, millenariorum loca, punctis ſupra uerticem adſcriptis, ſignemus. Ductis deinde ſub eo numero parallelis: quemadmodum de quadrato numero fieri prȩcepimus: ſub extremo ad ſiniſtrā millenario numerus aliquis primarius exquiratur: qui ſemel in ſe, atq; iterum in numerum productū, multiplicatus, totum reſpectu ſui loci numerū ſupra ſe repoſitum ſubductus aboleat. uel ſaltem, q̄ plurimum poteſt: ſi totum auferre nequit. Huiuſmodi autem numerus primarius inuētus inter parallelas inſeratur. ſemelq; in ſe atq; iterum in numerum productum multiplicetur. et poſtq̄ numeri procreati facta erit ſubductio: reliquum, ſi quod reſtabit: ſupra notas a quibus fit ſubtractio: deletas e ueſtigio, ne rationem cōturbent: reponatur. Quantum autem

tem quiuis numerus primarius prius in se et deinde in numerum procreatum multiplicatus producat: ne quis diu hęsitet: quæ sequuntur: ante oculos posita declarabunt.

Semel	Vnum	Semel	1.
Bis	Bina	Bis	8.
Ter	Terna	Ter	27.
Quater	Quaterna	Quater	64.
Quinquies	Quina	Quinquies	125.
Sexies	Sena	Sexies	216.
Septies	Septena	Septies	343.
Octies	Octona	Octies	512.
Nouies	Nouena	Nouies	729.
Decies	Dena	Decies	1000.

DEINDE numerus ipse primarius triplicandus est. et eius, quod triplum erit: prima nota sub proxima figura præter unam a dextra reponenda est; cæteræq; post eam, suo quęq; ordine, a sinistra. Postea exquirendus est numerus aliquis primarius: qui una cum numero primario prius inuento, nunc pro denario computando, ductus in totum triplum, deinde solus in numerum ex multiplicatione procreatum ductus, totum sui loci respectu, numerum supra se repositū cum reliquo, si quod erit: subductus deleat. posteaq; etiã solus in se ipsum cubice, hoc est, prius in se, deinde in productū multiplicatus, totum numerum a dextra proximo puncto signatum, cū prędedenti reliquo, si quod fuerit: exhauriat, aut si totum auferre nequit: tollat ab eo: q̃ plurimum potest. Quod cum peractum erit: iterum triplicãdum est: quicquid in numero sectionis inter parallelas cõtinetur. et eius quod ex huiusmodi triplicatione

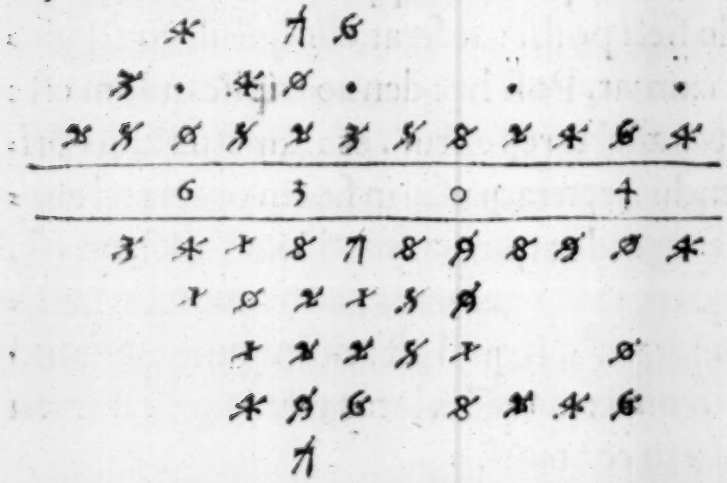
catione natũ erit: prima nota ſub proxima præter unam figura a dextra reponatur. cæterę autem poſt eã, ſuo quęq; ordine. Rurſusq; inueſtigandus eſt numerus aliquis primarius: qui una cum omnibus numeris primarijs prius inter parallelas inſertis ductus in totũ triplum, poſteaq; ſine illis ſolus in numerum ex multiplicatione natum ductus, quicquid ſupra triplum numerum repoſitum eſt: uel totum abſorbeat: uel ex eo: q̃ plurimum poteſt: deleat. Deinde itidem cubice ſolus in ſe ipſum ductus totum numerũ a dextra proximo puncto ſuppoſitũ cum reliquo, ſi quod erit: modo fieri poſſit: auferat. alioqui ab eo: q̃ plurimum poteſt: eximat. Poſt hęc denuo triplicandum eſt: quicquid inter parallelas reperitur. et numerus alius primarius exquirendus: ceteraq; uſq; in finem operis ad eundem modum peragenda: quemadmodũ iam dictum eſt. Q; ſi nihil reliqui manſit: numerus, cuius radicem ueſtigauimus: cubus erat. At ſi quid eſt relictum: numerus nõ erat cubus. Ceterum eruta radix latus eſt maximi numeri cubici in eo numero contenti.

VBICVMQVE autem in quauis inueſtigationis parte numerus aliquis primarius inueneri nequit: qui una cũ alijs numeris primarijs prius inter parallelas inſertis in totum triplum ducatur: poſteaq; ſolus in numerum procreatum multiplicetur: quin numerus productus maior erit numero ſupra ſe locato: ut ab illo ſubduci non poſſit: tũc circulus inter parallelas in numerum partitionis inſeratur. omnibusq; notis numeri, cuius radicem quærimus: intactis dimiſſis, deletisque ſub parallelis tripli notis, ſi non dum finitum eſt opus: progreſſus in dextram ultra

proximum

proximum numerũ puncto ſignatũ fiat. totuſq; inter parallelas numerus ita triplicetur: ut primi tripli nota circularis ſub proxima figura præter unam, ultra numerum proximo puncto ſignatum, a dextra reponatur: cęteręq; poſt eam, ſuo quęq; ordine tendentes in ſiniſtram.

EXEMPLA nunc afferamus: quę ſingula manifeſtẽt. Atq; ex ducenties quinquagies millies millenis millibus, quingenties uicies ter millenis millibus, quingentis octoginta duobus millibus, quadringentis ſexaginta quatuor, radicem cubicam eruamus.



STATIMQVE poſtq̃ numeri ſuo ordine perſcripti: ductæq; ſubtus parallelæ: et millenariorum ſedes pũctis erunt ſignatę: ſub poſtremo ad ſiniſtram millenario puncto notato numerus aliquis primarius exquiratur: qui ſemel in ſe, et iterum in numerũ productum multiplicatus, uel totum numerũ reſpectu ſui loci ſupra ſe repoſitũ, qui eſt. 250. ſubductus deleat: uel ſaltem ex eo, q̃ plurimum poteſt: auferat. Is numerus eſt ſenarius. nam ſexies ſena ſexies. 216. accumulãt. quę ſi ſubducas a 250. ſuperſunt 34. itaq; 6. inter parallelas inſerenda ſunt. ac poſt multiplicationem

plicationem et ſubductionē deletis notis.34. pro reliquo ſic notāda ſunt: ut.4.ſupra poſtremū punctū notētur: et 3.ab eorū ſiniſtra. Deinde.6.inter parallelas poſita triplicemus.et ſurgēt.18.quorū.8.ſub proxima nota pręter unā a dextra reponātur: a ſiniſtra.1. Tum inueſtigādus eſt numerus aliquis primarius: qui una cum numero primario prius inuento pro denario computādo ductus in totū triplum,deinde ſolus in numerū procreatū ductus,totū eius loci reſpectu numerū ſupra repoſitum ſubtractus ſic tollat: ut poſtea etiā ſolus cubice in ſe ductus uel totū numerum a dextra proximo puncto ſignatū, et reliquū,ſi quod pręcedit: exhauriat.uel ſaltē ex eo, q̄ plurimū poteſt: deleat. Is uero erit.3.quoniā nota ternaria locata a dextra ſenarij,quę ante repoſita eſt:profert.63.quę ducta in.18.creant.1134.deinde.3.ſola ducta in ipſa.1134.producūt.34 02. quę ſic ſubnotāda ſunt: ut prima nota ſub prima tripli figura reponatur: cęterę ſuo ordine ſequētes poſt eā. quarū a ſupra ſe poſitis facta ſubductione, ſuperſunt.50. deinde 3.ſola in ſe cubice ducta faciunt.27. quorū.7.ſub numero ternario proximo puncto ſignato: et.2.ab eorum ſiniſtra ſtatuenda ſunt. Horū tunc ſubtractione a ſupra ſe locatis notis facta.476.ſuperſunt. Deinde.63.quę ſunt inter parallelas triplicētur.et ſurgent.189.quorū.9. ſub octonaria nota, quę proxima figura pręter unā eſt: reponātur:cęterę poſt eā ſtatuantur a ſiniſtra. Rurſus inquirēdus eſt numerus aliquis primarius,qui una cum numeris primarijs ante inuētis prius in totū triplū, et poſtea ſolus in numerum productū multiplicatus numerū ſupra repoſitum uel totū ſubductus auferat:uel q̄ plurimū ex eo poteſt. Id au-

tem hoc loco fieri nequaq̃ poteſt. nam etiã ſi minimus numerus primarius hoc eſt ipſa unitas aſſumeretur ad. 63. ut eſſent. 631. eaq̃ in triplũ uidelicet. 189. ducerẽtur: et poſtea ſola unitas in productũ multiplicaretur: ſurgerent. 119259. quę longe tranſcenderent numerũ ſupra ſe repoſitũ. 7658. Ita quoniã ſubductio fieri nullo modo poteſt: circulus inter parallelas ad numerum ſectiõis apponatur. Sic omnibus notis numeri cuius radicẽ quęrimus: intactis dimiſſis, deletisq̃ ſub parallelis tripli notis, facto ultra proximum punctũ in dextrã progreſſu, quicquid inter parallelas eſt: hoc eſt. 630. denuo triplicemus. et fient. 1890. quorũ circulũ, quę prima tripli eſt nota: ſub figura ſenaria, quę proxima pręter unã eſt: ultra proximũ numerũ puncto notatum, ſignemus: cæterasq̃ poſt eã ſuo quãq̃ ordine. Rurſus deinde exquiramus numerũ aliquẽ primariũ: qui una cũ. 630. in numerũ triplum. 1890. ductus, poſteaq̃ ſolus in numerũ productũ multiplicatus, numerũ ſupra ſe repoſitũ ſubductus ſic aboleat: ut poſtea etiã cubice ductus in ſe ipſum, uel totũ numerũ a dextra proximo puncto, ſignatũ cũ reliquo, ſi quod erit: uel quantũ ex eo poteſt: deleat. Is autem eſt. 4. nam. 6304. in triplum numerũ uidelicet. 1890. ducta producũt. 11914560. Deinde. 4. in ipſum numerũ productum multiplicata creant. 47658240. quæ ſunt ſupra ſe poſitis notis pręter poſtremã omnino æquales: atq̃ eas ſubductæ delent. Poſtea. 4. in ſe cubice ducta faciũt. 64. quæ totũ, quod ſupereſt: ſic auferũt: ut nihil penitus ſuperſit. Numerũ itaq̃ propoſitũ liquet fuiſſe cubũ.

ET quoniã in cubi lateris inueſtigatione poſt triplicationem alicuius primarij numeri factã, ſtatim alius numerus

rus primarius quęrẽdus eſt: qui una cũ primario numero prius inuento in totũ triplũ ducatur: deinde ſolus in productũ, atq; iterũ ſolus in ſe cubice multiplicetur (quia numerus ille primarius tam uarie conſyderandus eſt: primũ, quid producit: quãdo pars eſt maioris numeri: iterũ, quid ſolus profert multiplicatur in productũ: rurſus, quid cubice in ſe ductus procreare ualet) parum exercitatos moratur hęc cogitatio: quiſnam numerus primarius tot officia præſtare poſſit. Quãobrem, ut in cęteris omnibus, ita in hac re plurimũ iuuabit exercitatio: quę per aſſuetudinem, quantũuis ardua, prona reddit. Cęterum non mediocriter cõducet: ſi poſt numeri primarij inter parallelas poſiti triplicationẽ, priusq; numerũ aliquẽ primariũ cum eo copulabis: circulũ ei adiungas: tentesq; quẽ numerũ in triplũ ductus faciat. Deinde etiam tentari poteſt unus aut alter numerus primarius: qui in triplũ ſimiliter ducatur. et numerus ex hoc productus ad numerũ priorem procreaturi ex ductu numeri circulum aſſumentis addatur. Huiuſmodi enim numerorũ productorũ additio eundẽ proferet numerũ: qui fuiſſet natus: ſi ab initio numer⁹ ille primarius, quẽ tentauimus: una cũ numero primario prius inter parallelas poſito, fuiſſet in triplum ductus. Sic enim cum uideris: quẽ numerum ea multiplicatio, atq; additio procreabit: facile coniecturã capies, tum ex numeri ſupra repoſiti, tum ex numerorũ productorũ atq; additorum uel magnitudine, uel exilitate, quis numerus primarius aſſumpti circuli uicẽ ſubiturus maxime quadrabit. Veluti in exemplo iã dato. poſt primã ſenarij numeri inter parallelas poſiti triplicationẽ ex qua fiũt. 18. ſi quis aſſumẽs circulũ, 60.

in.18.ducat:numerus productus erit.1080. Deinde tentemus:si.3.in.18.ducãtur: quid fiat: et producentur.54.quæ si addant ad.1080.surgẽt.1134.qui numerus similiter prodijsset:si ab initio.63.in.18.fuissent ducta. Postea si tria in numerũ ipsum productũ.1134.ducãtur:fient.34 02.quę satis apte respõdent numeris supra se repositis: et tamen satis supererit:ut.3.in se cubice postea ducãtur. At si per notã binarij id facere tentaremus:numerus supra reponendus nimium redundaret. si per.4.aut.5.numerus productus foret maior: q̃ ut a supra se repositis posset subduci. Longe autẽ facillimũ erit:si postq̃ numerũ inter parallelas positũ, adiũcto circulo, in triplũ duxisti: primum de numero quinario, qui inter primarios medius est: eo modo tẽtes: quo supra dictũ est. Ita statim scies: an maiore numero primario, an minore sit opus. Ad eundem modum tentare proderit: quoties post triplicationẽ numerus aliquis primarius inquirẽdus est: qui ea officia pręstet: quæ paulo ante sunt dicta. Hoc exemplũ explicuisse suffecerit: ut uiam cubi lateris inuestigandi daremus. Alterũ pluriũ notarum spectandum consyderandumq; adiungamus.

				2	Reliquum
.	.	.	.	.	Numer9 nõ
8	4	2	1	8	cubus
8	7	0	5	6	Radix cubi

EXPLICITVS EST LIBER PRIMVS SVPPVTATIONEM DOCENS INTEGRORVM.

SEQVITVR SECVNDVS, DE PARTIVM SVPPVTATIONE.

Cutheberti

CVTHEBERTI TONSTALLI IN LIBRVM SECVNDVM PRAEFATIO.

MVLTI QVI IN SVPPVTANDIS integris nihil hærent: poſtq̃ ad numerãdas partes, quæ nusq̃ non ſunt obuiæ: uentum eſt: libellos abijciunt: non aliam (opinor) ob cauſam: q̃ q̄ nõ ſit tam expedita partium q̃ integrorum numeratio. qui ſi ſecordia abiecta, animum intenderent: cuncta, quę per nimias delicias corruptis animis ardua uidentur: reperirent prona. Nam ut integrorũ numeratio pene a nemine ignoratur: qui modo ſenſum communem habet: et eam uult perdiſcere: ſic quæ de partibus numerandis traduntur: ut non admodũ acutam mentis aciem requirunt: ita poſcunt hominem nec dormitantem, nec ſtupidum: et cuius animus inter legendũ minime peregrinetur. Et quãuis hæc non, ſicut AESOPI fabellę, cum quadam uoluptate penetrent intellectum: propterea tamen ſtudioſis nequaq̃ eſt ceſſandum. Cogitent quemadmodum pulcherrimis quibuſq̄ difficultatem prętexuit rerum ipſa natura: quæ nihil, quod eſt magnum: cito prehendi uoluit. ſimulq̄ ſecum reputent: quantus in tota uita pro tantillo ſtudio percipietur fructus. Nam quis (quęſo) mortalium uitam ſic poteſt tranſigere: ut non ſit ei frequenter habenda ſupputatio. in qua labi et decipi, præterq̃ q̄ damnoſum eſt: ridiculum putatur. Verumtamen hanc, quam nunc aggredimur: partium ſupputationem non magno egere acumine, uel hinc licet cognoſcere: q̄ mercatores in

hac nihil cedunt philoſophis. et neſcio an longe ſuperent. adeo magis induſtriam, q̃ ingenium poſtulat. Illud omnino præfandum eſſe duximus. Quiſquis integra ſupputare neſcit: is ne partium calculum putet ſe poſſe diſcere. Quippe, qui nimium ingenio fretus ordine præpoſtero ſtolidus id tentabit: is ſimile quiddam facere uidebitur: ut ſi quis ignorans literas moliretur legere.

Quamobrem illa omnes in promptu prius tenere debẽt: q̃ ad hæc accingantur. Alioqui, ut in adagio eſt: et operã et oleum perdent.

OMNE INTEGRVM IN PARtes, quotcũq; uelis: ſolui per intellectũ poteſt. et quemadmodum integrorum numeratio ab uno incipit: atq; in infinitum poteſt extendi: ſic integrorum ſectio a ſecũdis ordítur partibus. (Neq; enim in pauciores partes q̃ duas quicq̃ diſſolui poſſe rerum natura patitur.) In infinitum autem protenditur arbitrio ſecantis. Iterũ partes ipſas in alias particulas, atq; eas quidem innumeras, intellectus ſoluit. Particularumq; ipſarum rurſus alia fragmenta excogitari poſſunt: ut res finem habitura non ſit; ſi cui minutias cõſectari libet. Ad eiuſmodi autem partes recte numerãdas duo omnino requiruntur numeri. Alter qui partes diſſectorum numeret. quem Arithmetici numeratorem appellant. qui quot in ſe capit unitates: tot partes diſſecti nobis repræſentat. Alter qui partibus ipſis ſua nomina tribuat. denominatorem eum uocant: q̃ quot unitates in ſe contineat: in tot partes totũ quidpiam diuiſum eſſe denotet. Vtpote, tres quartę. quę ſunt tres partes alicuius integri in quatuor diuiſi. Scribuntur autẽ ita partes: ut numerator ſupra breuẽ lineam ductam: denominator infra eam ponatur, ad hũc modum. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ numeratorq; ſemper prius pronunciatur: q̃ denominator. ut dicamus. duę tertiæ. tres quartæ. quatuor quintæ.

VERVMTAMEN harum minutiarum quædã ſimplicia fragmenta dicũtur. hæ ſunt partes, in quas integra ſoluuntur.

ſoluuntur. quædam fragmentorum fragmenta. quas minutiarū minutias Arithmetici uocare ſolent. hæ ſunt particulę. in quas rurſus partes frangūtur. Nos in hoc libro, ſicut partes integrorum ſimplices, aliquando fragmenta, ſępe etiam minutias indiſcriminatim uocabimus: Itidem quoq; appellabimus partium particulas, interdum minutiarum minutias, nonnunq̄ fragmentorum fragmenta. Inter quas ſpecies plurimū, cum in ſcribendo, et in enunciando, tum etiam in multis alijs intereſt. Nam quæ ſunt ſimplices minutiæ: ſic ſcribuntur: ut breuis linea ſupra ſe numeratorem, infra denominatorem habeat: uti iam diximus. Et ſi plura ſimplicia fragmenta ſcribenda ſunt: modico interuallo diſtinguntur. ad hunc modum. $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}$ unicumq; numeratorem, et unicum denominatorem ſingulæ habent: et recto caſu ſemper enunciantur. ut dicamus una ſecunda, duæ tertiæ, tres quartæ. Quæ uero ſunt partium particulæ: duos, aut interdum plures et numeratores et denominatores capiunt. Quarum aliæ ad ſiniſtram ponendæ recto enunciantur caſu: lineamq; habent mediam. hę ſunt ipſæ particulæ. Aliæ ad dextram locandæ, obliquoq; caſu enunciatæ media linea carent. hę ſunt partes: quarum ſunt particulæ. ut ſi duas tertias unius quartę notis ſcribere uelis: ad hūc modum facias. $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$

Id autem ſignificatur: ut ſint duæ tertiæ partes unius partis quartæ ab aliquo integro diſſectæ: quod in quatuor partitum eſt. Vel ſi tres quartas unius tertiæ unius ſecundæ ſignare cupis: ad hunc modum notes. $\frac{3}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ quod exprimit tres quartas partes unius par-

tis

tis tertiæ alicuius ſecundæ ab integro diſſectæ: quod in duo diuiſum eſt. Itaq; dum fragmentorum fragmenta ratiocinator tractat: ſummopere cauere debet: ne dormitãti obrepat obliuio: quarum partium ſint particulæ. Neue pro diſſectis integrorũ partibus partium fragmenta computet. Nam ſi id committat: error calculi non mediocris ſequetur.

SEMPER autem in omnibus diſſectorum minutijs, quo maior denominator fuerit: eo minores erunt partes, remotioresq; ab integris. et quo fuerit minor: eo partes maiores erunt. atq; ad integra propius accedẽt. Nam duę partes ſecundæ maiores ſunt: q̃ duæ tertię. et duæ tertiæ maiores, q̃ duæ quartæ. et duæ quartę maiores, q̃ duæ quintæ. et ſic in uniuerſum, quanto magis numerãdo creſcit denominator: tanto magis quantitate partes diminuuntur.

AD numerationem autem partium plenius pernoſcendam, tria in primis obſeruanda ſunt. Primum: vt quandocunq; numerator et denominator ſunt æquales: tunc partes unum integrũ conſtituant. Exempli gratia. $\frac{3}{3}\ \frac{5}{5}\ \frac{7}{7}$ tres tertiæ unum integrum faciunt. ſic quinq; quintæ. ſic ſeptem ſeptimę. ſic id genus reliqua. Alterũ illud eſt: quandocunq; numerator maior eſt denominatore: quot unitatibus denominatorem numerator ſuperat: totidem partes plures ſunt: q̃ quæ integrum faciunt. ut nouem octauæ integrum et partem octauam faciunt. ſeptem quintę integrum et duas quintas. ſex quartæ integrum et duas quartas. $\frac{9}{8}\ \frac{7}{5}\ \frac{6}{4}$. Tertium eſt: ut quandocũq; numerator minor eſt denominatore:

quot unitatibus numerator denominatore minor est: totidē partes desint ad integrū cōponendum. ut duæ tertiæ sunt duæ partes alicuius integri in tria dissecti: quibus tertia pars deest ad integrū faciendum. Itidem tres quartę quarta parte minus continent: q̄ integrum. Atq; itidem in reliquis similibus. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

ITAQVE denominatoris augmentum partes quantitate quidem minores, numero uero plures reddit. Quēadmodum econuerso numeratoris incrementum vel integra progignit: vel partes multo propiores integris.

AD HAEC cum omnis integrorum inter se multiplicatio et quantitate et numero maiorem edat fœtum: nempe numerum productum. E contrario in partibus euenit: vt minutię multiplicatę quantitate minores, numero plures comperiantur.

DE PARTIBVS DISSIMILIBVS AD SIMILITVDINEM REDIGENDIS.

CVM IN SVPPVTATIONIBVS FACIendis partes aliæ alijs maiores, longeq; dissimiles frequenter occurrant: interdum fragmentorum fragmenta simplicibus aggregata fragmentis: nonnunq; integra partibus intermixta: ne tam uarium chaos rationes totas conturbet: eiusmodi tam diuersa prius ad similitudinem quandam reducere necesse est: q̄ ea uel addere, uel subtrahere, vel multiplicare, vel diuidere, quiuis aggrediatur. quo fiet: ut operis æqualitas cūcta tum prona,

na, tum facilia reddat. Quando alioqui, si quis tam dissimilia inter se committere tentaret: in labyrinthum inextricabilem sese ingereret. Igitur anteq̃ illa quispiam moliatur: hæc, quę de dissimilibus in unam faciem redigendis præcepta sequũtur: prius tenere curet.

SIVE autẽ maiores partes in minores mutare libet: siue e conuerso minores in maiores redigere: partes quælibet in quasuis transformantur. si partiũ, quas trãsfigurare uolumus numeratorẽ in denominatorẽ earũ, in quas sunt transformandæ: multiplicemus. et numerũ ex hoc enatum per earum partium denominatorem, quas transfigurare est animus: diuidamus. Quo fiet: vt partitionis numerus partes illas edat: in quas fit transformatio. Quod quidem solum, eruditis præcipisse suffecerit. Cæterum ut rudium habeatur ratio: utramq; speciem seorsum explicabimus. Itaq; maiores partes in quasuis minores transformantur: si maiorum partium numeratorem in denominatorem minorum multiplices: et numerum ex hoc enatum per maiorum denominatorem diuidas. Quo peracto numerus partitionis patefaciet: quot partes minores ex maiorum transformatione nascuntur. ut si tres quartas ad octauas transformare uelis: per tria, maiorum partium numeratorem, octo, minorum denominatorem multiplices. et prodeunt uiginti quatuor. quæ deinde per quatuor, maiorum denominatorem diuidas. et numerus partitionis sex habebit. Ex tribus igitur quartis ad octauas reductis sex octauæ consurgunt. Et si duodecim tertias ad quintas transfigurare cupis: duodecim, maiorum partium numeratorem, in quinq;, denominatorem minorum

rum ducas: et ſexaginta naſcuntur. quę per tria, maiorum denominatorē diuidas. et numerus ſectionis uiginti creabit. Sic ex duodecim tertijs uiginti quintæ generantur. Q; ſi tres quintas ad ſeptimas uis reducere: per tria, maiorum partium numeratorem, ſeptem denominatorē minorū multiplica. et procreabis uiginti unum. quæ poſtea per quinq;, maiorum denominatorem diuide. et numerus partitionis quatuor oſtendet. unumq; reſtabit reliquum: quod unam quintam unius ſeptimæ ſignificat. Sic ex tribus quintis ad ſeptimas reductis fiunt quatuor ſeptimæ, et quinta pars unius ſeptimæ. Nam quandocūq; in eiuſmodi reductione reliquum occurrit: partis erit particula: denominationemq; in recto caſu a maiorum partium denominatore qui diuiſor extitit: ſumet. Alterum uero in caſu obliquo a denominatore minorum.

MINORES partes e conuerſo in quaſlibet maiores trāſfigurantur: quando per numeratorem minoris denominator maioris multiplicatur: et numerus inde proueniens per minoris denominatorem diuiditur. tunc enim numerus partitionis palam indicabit: quot partes maiores ex minorum tranſfiguratione ſurgunt. ut ſi ſex nonas in tertias quis commutare uelit: per ſex minorum partium numeratorem, tria, denominatorem maiorū multiplicet. et creabit decem et octo. quæ deinde per nouem, minorū denominatorem diuidat: et in numero ſectionis duo comperiet. Itaq; ex ſex nonis in tertias commutatis duę tertiæ generantur. Et ſi duodecim ſextę in quartas ſint mutandę: duodecim, numerator minorum partium in quatuor, maiorum denominatorem ducantur: et progignuntur quadraginta

draginta octo. eaq; postea per sex, denominatorem minorum diuidantur. et octo in numero partitionis erunt. Ita duodecim sextę reducũtur ad octo quartas. Qz si septem octauas ad quintas quis reducere cupiat: septem, numeratorem minorũ partium, in quinq;, denominatorem maiorum ducat: et conficiet triginta quinq;. quæ deinde per octo, denominatorem minorum diuidat: et numerus partitionis quatuor habebit. et reliquum supererit. tres octauę unius quintę. Quamobrem ex septem octauis in quintas commutatis, quatuor quintę oriuntur, et tres octauæ unius quintę. Nam in eiusmodi reductione fragmentum fragmenti quandocunq; occurrit: denominationem in casu recto a minoris fragmenti denominatore, per quem fit sectio: capit: denominationemq; in obliquo a denominatore maioris.

DIVERSARVM denominationum partes ad easdẽ denominationes rediguntur: quando unius fragmenti denominator per alterius denominatorem multiplicatur. nã numerus inde proueniens denominator communis erit. vt si duas tertias et tres quartas ad eandem denominationem uelis reducere: tria, denominatorem primi fragmenti per quatuor, denominatorẽ secundi multiplices. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ et enascentur duodecim, denominator cõmunis. 12

Qz SI scire cupis: quot duodecimę partes seorsum sint in duabus tertijs: duo, numeratorẽ illius primi fragmenti, in quatuor denominatorem posterioris ducas: et octo pro numeratore procreantur. quibus denominator cõmunis sub linea suppositus indicat in duabus tertijs octo duodecimas deprehendi. $\frac{8}{12}$ Itidem si uis scire: quot duo-

decimę partes seorsum sint in tribus quartis: tria, numeratorem ipsius secundi fragmenti, in tria, denominatorē primi multiplices: et nouem pro numeratore consurgent. quibus denominator cōmunis sub linea subiectꝰ demōstrat in tribꝰ quartis nouē duodecimas inueniri. $\frac{9}{12}$

DEINDE si ad cōmunem denominatorem numeratorem etiam cōmunem uis inuestigare: prioris fragmēti numeratorem in denominatorem posterioris, et similiter numeratorem secundi fragmenti in prioris denominatorem, ad formam crucis diui Andreæ, multiplica. Numeriqꝫ ex his duabus multiplicationibus prouenientes simul addātur. et numerus inde proueniens numerator cōmunis erit. Vt si duo, numerator primi fragmenti, in quatuor, denominatorem secundi ducantur: fient octo. Et si tria, secundi fragmenti numerator, per tria, denominatorem primi multiplicentur: surgent nouem. quæ addita ad octo faciunt septemdecim, qui numerus erit numerator cōmunis. Ita duæ tertiæ et tres quartæ, ad eandem denominationem reductæ numeratorem habent cōmunem septemdecim, denominatorem uero duodecim $\frac{17}{12}$

SI VERO plura fuerunt fragmēta: uti duæ tertię. tres quartæ. quatuor quintæ. post duo priora fragmenta, sicuti diximus, reducta, iterum denominator cōmunis prius inuestigatus per tertij fragmenti denominatorem multiplicetur: et surgent sexaginta, omnium denominator communis. $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{17}{12}\ \frac{4}{5}\ 60$

Qꝫ SI scire cupis: quot partes sexagesimæ sint in quouis fragmento numeratorem ipsius fragmenti in denominatorem cōmunem multiplica: nempe sexaginta: numerumqꝫ

rumq; procreatũ diuide per eiusdem fragmenti denominatorem. ita deprehendes in duabus tertijs quadraginta sexagesimas. 2 40 et in tribus quartis quadraginta quinq; sexa 3 60 gesimas. 3 45 et in quatuor quitis quadraginta octo sexage 4 60 simas. 4 48

DEINDE numeratorem omniũ fragmentorũ 5 60 cõmunem inuestigaturus prius reductorum fragmentorum numeratorem per denominatorem tertij, et numeratorem tertij per denominatorem fragmentorum prius reductorum, multiplica. Numerosq; ex his duabus multiplicationibus generatos simul adde: et numerator communis omnium fragmentorum prodibit. ut si septemdecim, prius reductorũ numeratorem cõmunem, in quinq;, tertij fragmenti denominatorẽ ducamus: indeq; procreemus octuaginta quinque: et iterum duodecim, communem prius reductorum denominatorem, in quatuor, tertij fragmenti numeratorem multiplicemus: atq; ita generemus quadraginta octo: hosq; duos numeros simul coniungamus: enascentur centum triginta tria. Is numerus erit omnium fragmentorum numerator cõmunis. sic duæ tertiæ, tres quartæ, et quatuor quintæ, ad cõmunem numeratorem et denominatorem reductæ, fiunt centum triginta tres sexagesimæ. 133 Eodem modo progrediendum est: etiam si plura 60 fuerint fragmenta ad eãdem denominationem reducenda: ut primis quibusque quemadmodum diximus expeditis, proxime sequentia ad eundem modum absoluantur: donec per omnia fragmenta sit discursum.

EX

EX prædictis nimirum liquet, numerum statim inueniri posse: qui partes, quascumq; uolumus: denominatas habeat. Quippe si partes omnes denominatas inter se multiplicemus: numerus procreatus partes eas continebit. Exempli gratia, si numerum aliquem cupis exquirere: qui capiat unam secundam, unam tertiam, unam quartã, unam quintam, unã sextam, unã septimã. $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$ omnes has partium denominationes inter se multiplica. quæ generãt quinq; millia et quadraginta. is est numerus quæsitus.

IN eiusmodi autem numero singuli numeratores, partes plures usq; ad totidem continere possunt, quot in denominatoribus singulis reperientur. nam in eodem etiam deprehendas unam secundam, duas tertias, tres quartas, quatuor quintas, quinq; sextas, sex septimas. $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}\frac{5}{6}\frac{6}{7}$ uel si mauis. reperias duas secũdas, tres tertias, quatuor quartas, quinq; quintas, sex sextas, septem septimas. $\frac{2}{2}\frac{3}{3}\frac{4}{4}\frac{5}{5}\frac{6}{6}\frac{7}{7}$ Partes autem unius atq; eiusdẽ numeri $\frac{2}{2}\frac{3}{3}\frac{4}{4}\frac{5}{5}\frac{6}{6}\frac{7}{7}$ plures in numeratore q̃ in denominatore contineri nequeunt. nam is numerus ea ratione seipso maior esset. quod est contra rerũ naturam. ueluti si quæras numerum: qui quinq; quartas habeat: frustra inuestiges. Quippe cum quinq; quartę unũ integrum et quartam præterea partem constituant. At nullus numerus quarta parte seipso maior haberi potest. Minimus autem numerus, qui partes quascũq; uelis: denominatas habeat: quemadmodum sit inuestigandus: paulo post dicemus: quando trademus: quomodo partes ad minimã sui nomenclaturam redigantur.

Partium

PARTIVM particulæ, quæ fragmentorum ſunt fragmenta: et minutiarū minutiæ etiam nuncupantur: in integrorum partes, quas ſimplices uocant minutias: mutātur: ſi earum numeratores inter ſe multiplicētur: ut unus omnium communis numerator fiat. Atq; itidem earum denominatores in ſe ducantur: ut unus omnium cōmunis denominator enaſcatur. Ideoq; ſi ad eandem denominationem reducere cupias duas tertias unius quartæ, unius ſecundæ. $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$ unitatibus in duo ductis, tantum duo ſurgunt. cum unitas alios numeros nō multiplicet. ſic oritur numerator communis. Deinde tria in quatuor ducta creant duodecim. quæ iterum in duo multiplicata producunt uiginti quatuor. ita compertus eſt denominator cōmunis. Quamobrem duæ tertiæ unius quartæ unius ſecundæ, ad ſimplicia fragmenta redactæ, procreant duas uigeſimas quartas unius integri. $\frac{2}{24}$.

INTEGRA in partes quaſcumq; uolumus: frangūtur: ſi numerus integrorū per denominatorem illarū partium, quas procreare cupimus: multiplicetur. quippe numerus ex multiplicatione generatus enatarū partiū ſummā demonſtrabit. Etenim ſi integrum ad ſextas reducere eſt animus: unitatem per ſex multiplicemus: et enaſcētur ſex. qui numerus erit partium. Si tria integra ad ſextas reſoluere libet: ſex in tria ducantur. ita fient decem et octo. qui numer⁹ exiſtit partiū, ſolutis in ſextas tribus integris.

SI QVA uero integra una cū partibus occurrant: quæ ad partium denominationem reducere uelimus: numerū integrorū per denominatorem partium multiplicemus: et

numero procreato partiũ numeratorem addamus. indeq; creſcenti numero eundem denominatorem ſupponamus, linea interpoſita. Exempli gratia. ſi quinq; integra et tres quartas ad eandem denominationem reducere cupimus: integrorum nota primum ſcribatur. deinde ante eam ad dextram, ipſum fragmentũ, breui linea interſerta. ad hũc modum. $5\frac{3}{4}$. quinq; deinde, numerum integrorũ, per quatuor denominatorem fragmenti multiplicemus: et cõſurgẽt uiginti. quibus addita tria, numeratorẽ cõmunem, uiginti tria creant. his ſub linea media, quatuor, denominatorem ſubijciamus. ſic nobis enaſcentur ex hac reductione uiginti tres quartæ. $\frac{23}{4}$.

Qz SI integra et plura ſimplicia fragmenta ad unum ſimplex fragmentum reducere quis uelit: numerum integrorum et primum fragmentum, ſicuti iam prȩcepimus: abſoluat. Deinde fragmentum ſimplex ex hoc enatũ cum alijs ſequentibus copulando, per ſingula fragmenta diſcurrat: donec uniuerſa in eandem denominationem tranſformauerit, eo modo, quo ante dictum eſt.

SI VERO integra et partiũ particulę ſimul reperiantur: et ad ſimplex fragmentũ uelis ea reducere: primũ partium particulæ ad ſimplicia fragmenta reducendæ ſunt: ſicuti ante præceptum eſt. et tum demum integra cum his in eandem denominationem ſunt copulanda.

ITIDEMQVE per omnia fiet: ſi integra et plura fragmentorum fragmenta ſeſe ſimul offerant. his namq; omnibus prius ad ſimplicia fragmenta redactis, cætera ſeruentur: quæ iam prædicta ſunt.

Partes

ad integra: ſi numeratorem ipſarum partium per earum denominatorem diuidamus. nam numerus partitionis integra continebit. Vt ſi decem et octo tertiæ ad integra reducendæ ſint: decem et octo per tria diuidamus. et numerus partitionis prodibit. ſex. totidē itaq; ſunt integra. Vel ſi ex uiginti duabus quartis integra procreanda ſint: uiginti duo per quatuor ſecemus: et in numero partitionis quinque deprehendentur: atq; duo reliqua. Igitur quinq; fiunt integra. et duæ quartæ ſuperſunt. Quia ſemper in omni diuiſione tam integrorum q̄ partiū, reliquū, ſi quod reſtabit: a diuiſore, per quem ſectio facta eſt: ſuā denominationem ſumet. Ipſum autem reliquū, quod integrum creare nequit: eadem proportione ſe habet ad integrum: ſicut numerator ad denominatorem: qui diuiſor extitit. Quocirca cū p integrū diuiſorem, id, quod reliquū erit: āplius ſecari non poſſit: per dimidiū diuiſoris, ſi modo is dimidiari poteſt: diuidatur. et numerus ſectionis dimidiū oſtendet integri. uti in exemplo proximo, ubi duæ quartæ ſuperſunt. per duo, diuiſoris dimidium, facta ſectio, cum numerus ſectionis ſit unum: unum dimidium monſtrat. Si uero id fieri non poteſt: per tertiam diuiſoris partem reliquum diuidatur: modo tantum ſuperſit. et numerus partitionis uel unam tertiā uel plures indicabit ſupereſſe. Puta ſi per nouem numerus eſſet diuiſus: et ſex manerent reliqua. per tertiam diuiſoris partē, nempe tria, ſectio facta duas tertias unius integri ſupereſſe manifeſtat. Alioqui ſi per tertiā ſectio nō quadrabit: per diuiſoris partem quartā: niſi minus ea ſuperſit: reliquū ſecetur.

quippe ſic facta ſectione, numer⁹ partitionis patefaciet: an una quarta remaneat: an plures. Veluti ſi ꝑ ſexdecim numerus fuiſſet diuiſus: reliquaq; eſſent duodecim: quarta diuiſoris pars ꝑ reliquo ſecãdo ſumpta, in numero partitionis tria ꝑducit: quę tres partes quartas uni⁹ integri demõ ſtrant. Si nec id quidẽ procedit, tũ de quinta, aut ſexta, aut alia quauis diuiſoris parte, ad eũdẽ modũ tentadũ. Cæterũ ſi nihil horũ iuuare poteſt: reliquũ ipſũ ad minimã ſui nomenclaturã redigendũ eſt, his, qui ſequuntur: modis.

PARTES RELIQVAE, QVAE VNVM INtegrum conficere non poſſunt: ad minimam ſui nomenclaturam rediguntur, ad hunc modum. Numerator et denominator toties diuidiandi ſunt: quoties id fieri poteſt. in ſingulisq; dimidiationib⁹, linea interpoſita, numerator ſupra eam: denominator infra ſcribatur. et poſtrema dimidiatio notetur. quia qua proportione ſe habebit ipſius numerator ad denominatorem ſubiectũ: eadem primus numerator denominatorem ſuũ reſpiciet. Et ſi in alterutro eorum inter dimidiandum impar occurrit numerus: quia amborum dimidiatio amplius progredi non poteſt: illic erit ſiſtendum. Continuoq; maximus numerus ambos cõmuniter numerans eſt inueſtigãdus, qui eorũ utrũq; per diuiſionem poſſit exhaurire.

MAXIMVS numerus duos cõmuniter numerans ſic inueſtigatur. Numeratorem et denominatorem poſt dimidiationem ceſſantem a ſe inuicem ſubtrahe: quoties id fieri poteſt. ex qua ſubductione frequenter repetita, ſi eorum alter ad unitatem ſoluitur: eiuſmodi numeri contra ſe primi ab Arithmeticis uocantur: et ad minorẽ nomenclaturã

claturam redigí nequeunt. cũ omnes numerí contra ſe pri=
mí ſua proportione ſint minimi. Exempli cauſa, reliquæ
ſint uiginti ſex quinquageſimæ: quas ad minimã nomen=
claturam redigere uelimus. 26. harum numerator dimi=
diat9 relinquit tredecim. At 50 denominator per mediũ
ſectus creat uiginti quinq;. ſic ex dimidiatione, tredecim
uigeſimæ quintę generantur. 13. Vltra propter imparẽ
in utroq; occurrentẽ numerũ 25 dimidiatio non proce=
dit. q̃uis, etiam ſi in alterutro ſolo fuiſſet imparitas: dimi=
diatio ceſſaſſet. Quærendus eſt ergo per crebram alterius
ab altero ſubductionẽ, maximus numerus ambos cõmu=
niter numerãs. In primisq; tredecim, numeratorẽ a uigin=
ti quinq;, denominatore ſubducam9: et relinquemus du=
odecim, ea rurſus a tredecim, numeratore ſubtraham9. et
unũ remanebit. quod nobis idicat numeros ex dimidiati=
one ceſſante repertos, cõtra ſe primos eſſe.

26	13	25	13	
50	25	13	12	
		12	1	

Q. SI ex crebra numeratoris et deno=
minatoris ſubductione a ſe inuicẽ facta,
neuter eorum ad unitatem ſoluitur: tandem omnino re=
perientur ſimiles. Quod quando compertum eſt: ſimul
inuentus eſt maximus numerus ambos cõmuniter nume
rans. is uidelicet, in quo ſimiles deprehenduntur. per quẽ
dati reliqui numerator ſeorſum diuidendus eſt: atq; itidẽ
denominator. ſicq; numerus utriusq; ſectionis tam alte=
rũ prioris numeratoris numeratorem ea proportione mi=
nimũ: q̃ alterum prioris denominatoris denominatorẽ,
itidem etiam minimũ ea proportione demonſtrabit. qui
minimã indicabunt nomenclaturam: ad quam partes re=
digi poſſunt. Atq; ita manifeſtum eſt maximũ numerum

duos cõmuniter numerantem eos numerare per numeros ea proportione minimos. Exemplũ paratũ est. si triginta quatuor centesimas secundas ad minimã nomenclaturam redigere uelimus. statim namq; ex dimidiatione decẽ et septem quinquagesimæ primæ prodeunt. qui numeri sunt impares et contra se primi. Postea ex prima numeratoris a denominatore subductione, triginta quatuor ex denominatore restabũt. deinde iterum repetita subductio relinquit in denominatore, decẽ et septem. similitudinẽq; utriusq; numeri tã numeratoris q̃ denominatoris ostẽdit.

17 51 34 Is ergo numerus, decẽ et septem, qui maxi-
51 17 17 mus est ambos cõmuniter numerans: eorũ
34 17 utrumq; diuidat. Quo fiet ut in numero partitionis ex numeratoris quidem sectione unũ inueniatur. ex sectione uero denominatoris, tria. Igitur una tertia minima nomenclatura est: ad quam perduci possint uel decem et septem quinquagesimæ primæ: quæ cessante dimidiatione repertę sunt. 17 1 uel triginta quatuor cẽtesimæ secũdæ: qui pro 51 3 posit⁹ est numer⁹. 34 1

ALTERVM exemplũ dari potest: si reliquæ 102 3 sint quatuordecim uigesimæ octauæ: quas ad minimam nomenclaturã reducere uelimus. 14 horum quatuordecim secta per mediũ relinquunt 28 septem. At uiginti et octo dimidiata creant quatuordecim. 7. sic septem quartędecimæ ex dimidiatiõe generãtur. 14 ultra propter imparem numerũ septenariũ dimidiatio nõ procedit. quęrendus est ergo maximus numerus ambos cõmuniter numerans: qui utrũq; tam numeratorẽ q̃ denominatorem diuidendo deleat. is est septem. semel enim septem subdu-

cta numeratorem tollũt. quippe omnis numerus seipsum et numerare et subducere potest. rursus septem bis subtracta denominatorem etiam auferunt. numerus itaq; partitionis utriusq; peractæ palam indicat septem quartas decimas ad unã secundam redigi. $\frac{7}{14}$ $\frac{1}{2}$. Qamobrem cum primũ reliquũ eandem rationẽ habeat: quã pro sua portione suum habet dimidiũ: ad unam secundã recidit. quatuordecim igitur uigesimæ octauæ ad unam secundam: quæ minima earũ nomenclatura est: rediguntur. $\frac{14}{28}$ $\frac{1}{2}$

MINIMVS numerus, qui partes quascumque uolumus: denominatas habeat: sic est exquirendus. Postq; partes, quas in numero aliquo inuestigare destinamus: suis notis sunt descriptę: numerus, qui partes illas uniuersas habeat: ex denominatorum in se multiplicatione facile procreatur. quemadmodũ superius obiter admonuimus. Cæterum minimus numerus, qui partes eas capiat: maiorem, ut eruatur: poscit industriam. Is autem proportione minima partes illas omnes habere comperietur: qui minimus numerus est: quem omnes illæ numerant. Itaq; de primis quibusq; denominationibus primum expedire oportet: atq; initio inuestigare: quis sit minimus numerus a duabus primis denominationibus numeratus.

Et quidem si hę contra se primæ fuerint: ut nullus numerus eas numeret præter unitatem. quia sunt sua proportione minimæ: quod ex alterius in alterum ductu generabitur: erit minimus numerus ab eis numeratus. Sin alius pręter unitatem numerus eas numeret: sumantur partes ea proportione minimæ. quæ quemadmodum exquirantur:

rantur: proximo capite edocuimus. quæ cum ſunt inuentæ: ſubnotentur ſub partibus: quarũ reſpectu ſunt minimæ. Deinde partes illæ maiores, quarum reſpectu alterę ſunt minimę: per numeros ſua proportione minimos, maior per minorẽ, aut minor per maiorem, multiplicatę minimum ab ipſis numeratum producent. Nam ſecundum EVCLIDIS ſcitũ, Quilibet duo numeri minimos numeros ſuę ꝓportionis, maior minorem, aut minor maiorem, multiplicãtes, minimũ ab ipſis numeratum producunt. Qui numerus minimus a duabus primis denominationibus numeratus, ad hunc modum inuentus, cum tertia denominatione ſtatim cõferendus eſt: minimusq; numerus ab illis numeratus ad eundem modũ exquirendus. Is, poſtq̃ cognitus erit: cum quarta denominatione ſimiliter conferatur: minimusq; numerus ab illis numeratus itidem eruatur. Idemq; indagandi modus per omnes denominationes: ſi quæ ulteriores fuerint: ſeruetur. Minimus autẽ numerus ab illis numeratus, qui poſtremo conferentur: partes omnes propoſitas minima proportione capiet. Exempla demus: quæ rem magis illuſtrent. Atq; inueſtigemus minimum numerum, qui unam ſecundam, unam tertiam, unam quartam, unam quintam, unam ſextam, atq; unam ſeptimam habeat. $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{7}$

IN PRIMISQVE exquiramus, quis ſit minimus numerus: quem duæ primæ denominationes numerant. quæ quia ſunt contra ſe primæ: duo in tria ducantur. et ſex enaſcentur. qui numerus minimus eſt: quem duo et tria numerant: quiq; unam ſecundam, et unã tertiam habeat. Iterum ſex cum tertia denominatione, nempe cum

quaternario

quaternario conferamus. et quoniam numerus binarius ambos cõmuniter numerat: bisq; in quatuor, et ter in sex reperitur. quia tria et duo, numeri sunt ea ꝓportione minimi: tria sub sex, et duo sub quatuor subnotemus. Deinde uel senarium maiorem numerũ per binariũ de duobus minima proportione subnotatis, minorem: uel quaternarium minorem per ternarum, de duobus minima proportione subscriptis, maiorem multiplicantes, duodecim procreabimus. qui numerus minimus est: quẽ sex et quatuor numerant: quiq; unam secũdam, unam tertiam, et unam quartã proferat. Rursus duodecim cum quarta denominatione, uidelicet cum quinario conferamus. qui numeri, quia contra se primi sunt, atq; sua proportione minimi: quinq; in duodecim ducamus. et sexaginta creantur. qui minimus numerus est: quem quinq; et duodecim numerant: quiq; unã secũdam, unam tertiam, unam quartam, et unam quintam producat. Deinde sexaginta cum senario numero: quæ denominatio proxima est: conferamus. et quoniam senarius et se ipsum per unitatem, et sexaginta per denariũ numerat. decem, et unũ, qui numeri sunt ea proportione minimi: subsignentur. Itaq; siue sexaginta maiorem numerũ per unum: qui numerus de duobus minima ꝓportione subnotatis, minor est: siue sex minorem numerũ per decem, numerũ ex subscriptis maiorem multiplicemus: sexaginta iterũ prodibunt. qui numerus minimus est a sexaginta, et a sex numeratus: et qui unã secũdam, unam tertiam, unã quartam, unam quintã, atq; unã sextã capiat. Demũ sexaginta cũ septem conferamus. qui numeri cõtra se primi, atq; sua proportione minimi cõperiuntur.

riuntur.et ideo ſeptē in ſexaginta ducentes quadringenta uiginti procreabimus.qui numerus minimus eſt: quē ſexaginta et ſeptem numerant:quiq; unam ſecundam, unam tertiam, unam quartam, unam quintam,unam ſextam,et unam ſeptimā proferre poteſt.Hac ratione numerus partes, qualcumq; uolumus : denominatas complectens,exquiritur. Quinetiā ſi omnes hi denominatores in ſe multiplicentur : fient quinq; millia et quadraginta.qui numerus itidem omnes eas denominationes habet. Cæterum numerus eas, minima proportione, capiens is eſt : quem exquiſiuimus.nempe quadringenta uiginti.qui numerus in illo duodecies continetur. quemadmodum ex illius ſectione per hunc facienda,cuiuis licet cernere. Alia itidem huius generis exempla, quęcūq; occurrunt : ad hunc modum explicari poſſunt.

MODVS EXQVIRENDI PRECIVM QVArumuis partium hic eſt attingendus. Nam cū ex integrorum diuiſionibus partes, quæ ſuperſunt : tam crebræ ſupputantibus occurrant : ut nuſq; ferme non ſint obuiæ : ne earū æſtimatio longa mora quempiam torqueat inueſtigantem:pro quanta pecuniæ ſumma ualeant : operæprecium eſſe duximus uiā demonſtrare : qua id quoq; deprehendi poſſit. Ea autem eſt eiuſmodi. Si per partiū numeratorem precium totius integri, cuius ſunt partes : multiplicetur:et numerus ex multiplicatione procreatus per earundem partiū denominatorem diuidatur : numerus partitionis preciū indicabit partiū. Reliquū uero, ſi quod ex ea ſectione reſtabit : ſupra diuiſorē ſtantem linea interpoſita, notetur. Exemplū demus : ut magis quod dicimus :

eluceat.

eluceat. Si ſingula uini dolia aureis uiginti cõſtitetunt: et duarum tertiarum precium ſcire cupimus. uiginti per partium numeratorem, qui duo continet: multiplicemus: ut ſint quadraginta. quæ deinde per denominatorẽ, qui tria continet: diuidamus. et numerus partitionis ſurget. tredecim aurei. et ſupereſt una tertia unius aurei. quæ cum precij ſit particula: nobiſcum cõſyderemus: qua pecunia uiliori poſſit æſtimari: ſicut iam dicemus.

MINVTIARVM QVARVMLIBET PECVnię reliquarũ æſtimatio deprehenditur ad hunc modum. Si pecuniæ ſumma, cuius pars eſt quoduis reliquũ: in argenti libris per diuiſionẽ queſita eſt: inueſtigemus: quot aureis? quot ſolidis? uel ſi libet: quot denarijs? aut quot nũmis ſeſtertijs? aut quot ſemiſſibus? aut quot quadrantibus? aut quot ſextantibus argenti libra æſtimatur? Vel ſi pecunia prior in aureis per ſectionem inueſtigata fuerit: exquiramus: pro quot denarijs? uel ſi libet: pro quot nũmis ſeſtertijs? aut pro quot obolis? aut pro quot quadrãtibus? aut ſi quod æs ſignatũ uilius in uſu eſt: aureus integer ualeat? Deinde æſtimationem totius illius partis, cuius pars ipſum reliquũ eſt: per reliqui numeratorẽ multiplicemus. numerũq; ꝓcreatũ per ipſius reliqui denominatorem diuidamus. et numerus partitionis æſtimationẽ reliqui monſtrabit. Iterumq; ſecũdum reliquum, ſi quod prodibit: notetur. et ulterius, ſi ita libet: ad eundem modum procedatur. Exemplum repetamus: quod proximo capite dedimus. in quo precium duarũ tertiarũ unius dolij uiginti aureis empti, tredecim aureos inuenimus. et reliqua erat una tertia unius aurei. Quę, ut ſciamus: quid af-

ferat: unum aureum centum nummis ęstimemus. quorũ numerus in unum, reliqui numeratorem ductus tantum centum creat. quæ per tria, reliqui denominatorem diuisa in numero partitionis educunt triginta tres nummos. et iterũ supereſt una tertia unius nummi. quam ęreis adhuc, sextantibus, ad eundem modum æstimare potes. Igitur precium duarũ tertiarum unius dolij uiginti aureis empti erit, tredecim aurei, triginta tres nũmi, et una tertia unius nummi. Itaq; in arbitrio eſt computãtis: an pecunię ęstimationem ordine quodam exquirere uelit: ut primum ueſtiget: quot argenti libras pecuniæ ſumma quæuis habeat. Deinde, ſi quid reliquum supereſt: quot id aureos faciat. Iterum, ſi quid remanet: quot id denarios creet. Tertio, ſi quid reſtat: quot id producat nummos: et ſic deinceps. Vel an ſtatim in primo reliquo ad uiliſſimã pecuniam deſcendere malit: ut per eam reliquum æstimet. Verumtamen utramcumq; uiam elegerit: idem eſt indagandi modus.

AT SI ex integrorum ſectionibus partium occurrant particulæ: quarum precium exquirere uelimus: eas prius ad ſimplices integrorum partes reducamus. Deinde precium ad eundem modum inueſtigemus: quemadmodum in ſimplicibus fragmentis iam diximus.

DE PARTIVN ADDITIONE.

PARTIVM ADDITIO EST PLVRIVM minutiarum ſeorſum propoſitarum in unam ſummã collectio. Ea autem, quando partes eiuſdem ſunt denominationis:

minationis: nullum habet negocium. ſola etenim numeratorum fit additio. et numerus procreatus ſupra breuem lineam notatur: ſub qua denominator apponitur. Exempli gratia. ſi quatuor ſeptimas, quinq; ſeptimas, ſex ſeptimas uis addere: ſolis numeratoribus per additionem cõiunctis, fiunt quindecim ſeptimę. $\frac{4}{7}\ \frac{5}{7}\ \frac{6}{7}\ \frac{15}{7}$

QVANDÒ uero partes diuerſos denominatores habent: ſi binę minutię fuerint: poſtq; ad communem denominationem ſunt redactę: priorũ numerator per denominatorem poſteriorũ, et numerator poſteriorũ per priorũ denominatorem, ad formã. X. literę greçę: quæ ſpeciem crucis diui Andreæ refert: multiplicari debent. numeriq; inde prouenientes ambo ſimul addi. et cõſurget numerator cõmunis. Et ſi plures præterea minutiæ diuerſos habentes denominatores occurrunt: primis quibuſq;, quẽadmodum diximus: expeditis: proximę ſequentes ſimiliter copulentur: donec omnes abſolutę ſint: eo modo, quo ſupra dictũ eſt: cũ de diſſimilium denominatorũ reductione facienda prçciperemus. ubi de cõmunium numeratorũ additione non nihil etiam attigimus: ne quis id ibi deſyderaret: cum de cõmunium denominatorũ inueſtigatione diceremus. Quamobrem illic explicata exempla, hic tantũ ſpectãda ponemus. $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}$ duę tertiæ et tres quartę denominatorem habent cõmunem, duodecim. numeratorem uero cõmunem, decem et ſeptem: ex additione, quæ multiplicationẽ ad ſpeciem crucis factã ſequi debet. $\frac{17}{12}$, quibus additæ $\frac{4}{5}$ quatuor quintæ procreabunt $\frac{133}{60}$ centum triginta tres ſexageſimas.

QVANDO minutiæ integris addendę ſunt: ſi unę minutiæ erunt: notentur poſt ipſa integra. Veluti ſi $\frac{31}{37}$ addendæ ſint ad .12. ſic notis copulentur .12 $\frac{31}{37}$. Q7 ſi plures ſint minutiæ, et plura integra: prius integra in unam ſummam componantur. Poſtea minutiæ ſeorſum eo modo ſimul additæ, quo ſupra dictum eſt: his adiungantur. Veluti ſi $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ addendæ eſſent ad .30. et .16. Prius 30. et .16. coniungantur. et fient .46. tum deinde ipſæ minutiæ per additionem collectę facient .2 $\frac{13}{60}$. quæ ad integrorum ſummam iungantur. et ſurgent .48 $\frac{13}{60}$.

AT SI minutię integris et minutijs addendæ ſunt: ſolæ minutiæ prius addantur, eo modo: quo dictum eſt. Deinde, quod ex earum ſumma ſurget: ipſis addatur integris. et ſi quæ minutiæ reſtabunt: poſt illa ſignętur. ueluti ſi $\frac{5}{6}$ addendæ ſunt ad .7 $\frac{3}{8}$. prius copulentur $\frac{5}{6}$ cū $\frac{3}{8}$. quæ faciunt .1 $\frac{5}{24}$. ea iungantur ad .7. et uniuerſorum ſumma fiet. 8 $\frac{5}{24}$. Hæc uia multo minus habet laboris: q̄ ſi quis integra in minutias his adiunctas frangat: unumq; de his corpus faciens poſtea alteris ea minutijs copulet. id quod quidam faciunt: ad hunc modū. Integra per partium denominatorem multiplicant: et numero procreato partium numeratorem addunt. atq; ita numerator communis enaſcitur. cui denominatorem nihil immutatum ſub linea ſubdūt. Veluti in exēplo dato. 7. integra in uicinum denominatorem .8. ducunt: et numero .56. pro-

ducto

ducto numeratorem. 3. addētes $\frac{59}{8}$ faciunt. quas postea coniungunt cum $\frac{5}{6}$ eo modo, quo dictū est. et res ad idem recidet.

QVANDO integra integris et minutijs addenda sunt: prius integra cōiungantur. postea adiungantur minutiæ. Veluti si. 6. cum. $3\frac{1}{5}$ copulanda sint. prius. 6. ad. 3. addantur: et fient. 9. quibus apponantur minutiæ. et uniuersorū summa fiet. $9\frac{1}{5}$. Itidem si plura integra cum cōpluribus integris et compluribus minutijs connectenda sunt: prius omnes minutiæ, in unum corpus colligantur eo modo: quo dictū est. Postea integra, quæ inde pueniunt: ad alia integra iungantur. et summa quæsita surget.

AT SI integra et minutiæ integris et minutijs addi debent: prius in unam summam integra colligātur. Postea minutiæ seorsum eo modo, quo dictum est: copulatæ his addantur. Veluti si. $3\frac{1}{2}$ ad. $6\frac{1}{3}$ adiungi debent. prius 3. ad. 6 addātur: et fient. 9. postea $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ simul additæ faciunt $\frac{5}{6}$: quæ ad. 9. adiungantur: ut omnium summa surgat. $9\frac{5}{6}$. Eodem modo fiat: si complura integra, et cōplures minutiæ addendæ essent: ut prius integra colligātur: post copulentur minutiæ. ex quibus, siue integra, siue minutiæ, siue ambo surgunt: addantur ad priora.

VBICVMQVE autem minutiarum minutiæ interueniunt: prius hæ ad simplices minutias redigantur. et tum demū in singulis secundum ea, quæ supra dicta sunt: additio peragatur.

De partium

PARTIVM ſubductio eſt ſummæ partium propoſitarum minoris a maiore ſubtractio: per quã relictus partium illarũ numerus apparet. Oportet autem ſemper uel minorem ſummam a maiore: uel æqualem ab æquali ſubtrahere. nam maior a minore ſubduci nequaq̃ poteſt. Propoſitis itaq; binis minutijs, atq; utrarumq; numeratore in alterarũ denominatorem inuicẽ, in ſpeciem crucis, multiplicatis, illæ minutiæ maiores eſſe dicentur: quarũ numerator in alterarũ denominatorẽ ductus maiorẽ profert numerum.

QVAMOBREM ſi binæ minutię eundem denominatorem habent: quarum alteras ab alteris cupias ſubducere: minor alterarum numerator a numeratore alterarũ maiore, ſi inæquales extiterint: ſubducatur. et reliquum ſupra denominatorem ponatur: linea interpoſita. Exempli gratia. ſi duas tertias a ſeptẽ tertijs ſubtrahas: quinq; tertiæ remanebunt. $\frac{2}{3}$ a $\frac{7}{3}$ $\frac{5}{3}$. Vbi uero numeratores et denominatores reperientur æquales: facta ſubductione nihil erit reliquum.

QVANDO autem minutiæ diuerſos denominatores habent: prius denominatores inter ſe multiplicentur: et conſurgens numerus denominator communis erit. Deinde priorum minutiarum numerator in poſteriorum numeratorem, et numerator poſteriorũ in denominatorem priorum, ad formam crucis ducatur. Quod ubi factum erit: ſi numeri procreati fuerint inæquales: minor a maiore

iore ſubducatur: et reliquum ſupra cõmunem denomina-
torem, linea interiecta, ponatur. Exemplum illud eſto.
Si quis ſubtrahere uelit a quatuor quintis duas tertias:
denominatoribus in ſe ductis, prius producatur denomi-
nator cõmunis. poſtea quatuor, numerator alterarũ mi-
nutiarum in tria, alterarum denominatorem, ducta crea-
bunt duodecim, alterũ numeratorem. Iterum duo, altera-
rum minutiarum numerator, in quinq;, denominatorem
alterarum multiplicata generabunt decem, numeratorem
alterũ: quæ, cum ſint pauciora: q̃ duodecim: ab illis ſub-
ducãtur: et duo relinquentur. quæ ſupra denominatorem
communem prius procreatũ locentur. ſic facta ſubducti-
one, reliquæ erunt duæ quintædecimę. $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ ſubducun-
tur: et relinquunt̃ $\frac{2}{15}$.

QVANDO minutiæ ſubducentur ab integris: ſuffece-
rit eas ab uno integro, in minutias ſoluto, ſubducere. et
quod tam de integris q̃ de minutijs reſtabit: totius ſub-
ductionis erit reliquum. Veluti ſi $\frac{4}{7}$ ſubtrahendæ ſunt a
12. ſumamus. 1. de. 12. et reſtabunt. 11. ab illo autem
uno demptis $\frac{4}{7}$, relinquentur $\frac{3}{7}$. quę copulatæ cum. 11.
reſtare faciunt. 11 $\frac{3}{7}$. tantum ſupereſt: ſi $\frac{4}{7}$ a. 12. ſubdu-
cimus. Alij integra minutiarum more, ſupra lineam no-
tant: cui unitatem ſubijciunt, ad integra deſignanda. De-
inde quaſi minutiæ a minutijs ſubducendæ eſſent: poſt
obliquam numeratorum in denominatores multiplicati-
onem, minorem productum a maiore ſubducunt: et ſu-
pra lineam notant, cui denominatorem ſubdunt. ita. 7. in

12. ducta creant. 84. et. 4. in. 1. ducta faciunt. 4. quę ſubducta ab. 84. relinquunt $\frac{80}{7}$. Ea, ſi reducas ad integra: fient. $11\frac{3}{7}$. ita res ad idem recidet. $\frac{4}{7} \times \frac{8}{1}$ $\frac{80}{7}$

AT SI minutiæ ab integris et minutijs ſubducentur: fieri poteſt: ut quę ſubduci debent: minores ſint illis: quę integris adiunguntur. id quod ſi acciderit: tum ab illis minutijs ſubducantur: et integra intacta maneant. quibus adiunctum id, quod reſtabit: totius ſubductionis erit reliquū. Veluti ſi $\frac{4}{9}$ ſubduci debent a. $6\frac{9}{10}$. ipſis. 6. integris manentibus, $\frac{4}{9}$ ſubducantur a $\frac{9}{10}$ eo modo, quo dictum eſt. et reſtabunt $\frac{41}{90}$. quę ſi. 6. integris adiungãtur: relinquentur ex ea ſubductione. $6\frac{41}{90}$. Q7 ſi minutiæ: quæ ſubducendæ ſunt: maiores ſint his: quæ integris adiunguntur: tunc de integris ſaltem unum in minutias adiunctas ſoluatur: ut poſtq̃ unum corpus ex his factū ſit: ab eo fiat ſubductio. Veluti ſi $\frac{4}{5}$ ab. $8\frac{1}{2}$ ſubtrahi debẽt: ſolue unū de illis. 8. in ſecũdas: et fiẽt $\frac{3}{2}$ a quibus deme $\frac{4}{5}$. et reſtant $\frac{7}{10}$. quę ſi iungas cum. 7. relictis de. 8. relinquentur. $7\frac{7}{10}$ tantum reſtabit ſi $\frac{4}{5}$ ab. $8\frac{1}{2}$ ſubduces. Hęc uia multo breuior eſt: q̃ ſi quis omnia integra in minutias adiunctas frangat: et poſtea ab eis alias minutias ſubducat. id quod quidam faciũt: qui ducentes. 8. in. 2. et. 1. ad iungentes, creant $\frac{17}{2}$. a quibus demũt $\frac{4}{5}$ eo modo, quo ſupra dictum eſt: et reſtant. $7\frac{7}{10}$. ſic res ad idem recidet.

Quando

QVANDO integra ab integris et minutijs ſubduci debent: demãtur integra ab integris: et quod ſupererit: totius ſubductionis erit reliquum. Veluti ſi. 9. a. 13 $\frac{3}{5}$ ſubtrahenda ſunt. eximantur. 9. a. 13. et reſtant. 4. una cũ minutijs $\frac{3}{5}$. ita ſi. 9. a. 13. ſubducas: id totum, quod relinquitur: eſt $4\frac{3}{5}$.

VERVM ſi integra et minutiæ ab integris et minutijs ſubduci debent: tunc utraq; integra ſeorſum in minutias adiunctas ſoluantur: ut una minutiarum facies utrinque conſiſtat. poſteaq; ſubductio eodem modo fiat: ſicuti fieri ſolet: quando minutiæ a minutijs ſubducuntur. qua peracta, denuo colligantur integra, ex eo: quod reſtabit. Veluti ſi. 3. $\frac{2}{3}$ a. $4\frac{2}{5}$ ſubtrahendę ſint. 3. ſoluãtur in quintas. quibus adiungatur minutiarum numerator. 2. et ſurgent $\frac{17}{5}$. Item. 4. ſoluantur in tertias. et numerator minutiarum. 2. his adiungatur. ita fient $\frac{14}{3}$. Poſtea $\frac{17}{5}$ a $\frac{14}{3}$ demantur: et reſtabunt $\frac{19}{15}$, quæ faciunt. $1\frac{4}{15}$. tantum relinquetur: ſi. $3\frac{2}{5}$ a. $4\frac{2}{3}$ eximantur.

VBICVMQVE autem minutiarum minutiæ interueniunt: prius hæ ad ſimplices minutias redigantur. et tum demum in ſingulis, ſecundum ea, quæ ſupra dicta ſunt: ſubductio peragatur.

SI LIBET experiri: num recte ſubductum ſit: addere oportet id: quod reſtat: ad id, quod ſubtrahit: et ſũma, a qua fit ſubductio: inſtaurabitur. Si plus aut minus redit: erratum eſt. Nam additionem ſubductio, ſubductionemq;

ctionemq; additio probat: ſicuti fit in integris. Veluti ſi $\frac{1}{3}$ demaꝫ ab $\frac{1}{2}$. ſuperit $\frac{1}{6}$. adde $\frac{1}{6}$: quę relinquitur: ad $\frac{1}{3}$: quę ſubducit. et inſtaurabitur $\frac{1}{2}$. a qua ſubductio facta eſt.

DE PARTIVM MVLTIPLICATIONE.

PARTIVM multiplicatio eſt uel ex partium mutuo in ſe ductu, uel ex integrorum in partes, uel ex ipſarū in integra, noui fragmenti procreatio: per quam plurima etiam diuerſorū generum, ſingula quęq; unius in ſingula alterius ducta, per accumulationem coeunt in unum: et de diſſimilibus fit unum fragmentum.

ILLVD AVTEM ad naturam multiplicationis plenius pernoſcendam obſeruare oportet. Cum integrorum quidem inter ſe multiplicatio et numero et cumuli quantitate maius edat id: quod procreatur: E contrario fit in partibus: ut hę multiplicatę, quantitate minores, numero plures inueniãtur.

IGITVR fragmentorum inter ſe multiplicatio fiet ad hũc modum. In primis numeratores omnes inter ſe multiplicentur. et ex hoc enaſcetur omnium numerator communis. deinde omnes denominatores itidem in ſe ducantur. et totius cumuli denominator conſurget. Itaque ſi duas tertias per tres quartas multiplicare uolumus: duo in tria ducta faciunt ſex, omniũ numeratorem. poſtea tria in quatuor ducta procreant duodecim, multiplicationis

denominatorẽ

denominatorem. ſic $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicatæ faciunt $\frac{6}{12}$.

CVR ID AVTEM ita fiat: ſi rationem poſcis: illa eſt: q̃ ſi numeratores in ſe ſoli ducerentur: uiderentur integra inter ſe multiplicari. atq̃ ita numerator nimium creſceret. Veluti in exemplo dato, dum duo in tria ducuntur: fiunt ſex. quæ, ſi nihil præterea fieret: uiderentur integra. Cæterũ quia nõ duo integra per tria: ſed duę tertiæ unius integri per tres eius quartas multiplicandæ ſunt: ſimiliter partium denominatores in ſe ducuntur: ut partium diuiſione, quę per denominatoris multiplicationẽ fit: (quanto enim magis denominator creſcit: tanto magis partes cõminuuntur) nimia numeratoris augmentatio tantum corrigatur: quantum plus iuſto creuerat: atq̃ ea ratione ad æqualitatem redigatur. Ita poſtq̃ etiam denominatores in ſe ducti creãt duodecim: liquet ſex duodecimas eſſe: quæ alioqui ſex integra uideri poſſent.

PORRO ſi per minutias uelis integra multiplicare: aut minutias per integra: ipſum integrorum numerũ per minutiarum numeratorem multiplica: et producetur omniũ numerator. cui minutiarum denominator nihil immutatus ſub linea ſupponatur. Veluti ſi. 2. integra per $\frac{3}{4}$, aut $\frac{3}{4}$ per. 2. integra multiplicentur, procreantur $\frac{6}{4}$. quę faciunt. $1\frac{1}{2}$. Alij integra ad exemplum minutiarũ ita ſcribunt: ut numerus integrorum ſupra breuem lineam notetur: et ſub ea reponatur unitatis nota: quæ integra illa eſſe ſignificet. iuxta quæ ſic ſcripta, quaſi minutiæ eſſent: ueras apponunt minutias: quas in ea ducunt. Deinde

numeratorem integrorum per minutiarũ numeratorem, harumq; denominatorem per denominatorem illorũ multiplicant. qui modus et expeditus est: et res ad idem recidit. nam cum ipsa unitas integra designans alios numeros non multiplicet: denominator semper inuariatus manet. ita $\frac{2}{1}$ ducta in $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{6}{4}$.

SIC obiter expedita est partium duplicatio. quam speciem quidam separatim tractant.

SI AVTEM per minutias uoles integra, alijs minutijs adiuncta, multiplicare: uel e conuerso minutias per integra minutijs adiuncta: reduc prius integra in minutias sibi adiunctas: ipsa integra multiplicando in illarum denominatorem: numeroq; procreato illarum numeratorem addendo. cui numeratori sic accumulato minutiarum illarum adiunctarum denominator sub linea subdatur. Deinde ipsę minutię iuxta alteras scribãtur: numeratorq; per numeratorem, et denominator per denominatorem multiplicetur. Puta si duo integra cum duabus septimis per duas quartas multiplicanda fuerint: duo in septem ducta creabunt quatuordecim: quibus duo, quæ sunt in numeratore addita producẽt sexdecim. is erit numerator: cui denominator septem capiens sub linea iungi debet. Deinde numerator in alterarũ numeratorem ductus creabit triginta duo. Denominatoresq; itidem in se ducti, producent uiginti octo. sic. 2. integra et $\frac{2}{7}$ reducta creãt $\frac{16}{7}$. quę per $\frac{2}{4}$ multiplicata, componũt $\frac{32}{28}$. Ea unum integrum faciunt, et $\frac{1}{7}$.

Quando

QVANDO integra in integra minutijs adiuncta ducenda sunt: prius integra minutijs adiuncta in sociarum minutiarum faciem reducito: ipsa integra in illarum denominationem ducens, numeroq; producto numeratorem addens. cui numeratori, sic coaceruato, denominator sub linea subdatur. iuxta quas minutias integra minutiarum more, supra lineam notentur: subiecta his unitate. Deinde numeratores in numeratores ducantur: itemque denominatores in denominatores: sicuti fit in minutijs. Veluti si. 9. in. $3\frac{4}{5}$ ducenda sint. 3. in. 5. ducta facient 15. quibus addita. 4. creant $\frac{19}{5}$. postea. 9. in. 19. ducta producent. 171. quæ supra lineam ponantur. Item semel 5. faciunt. 5. quæ sub linea locentur. Ita ex hac multiplicatione fient $\frac{171}{5}$. quæ, si ad integra libet reducere: creabunt. $34\frac{1}{5}$.

AT SI integra et minutiæ in integra et minutias duci debent: ueluti. $3\frac{4}{9}$ in. $5\frac{3}{8}$: utraq; integra prius in minutias sibi adiunctas redigantur. et postea minutiarum more multiplicatio fiat. Itaq; in prioribus illis. 3. in. 9. ducta creant. 27. quibus numerator. 4. adiunctus producit $\frac{31}{9}$. Similiter in alteris fiat. 5. in. 8. ducta faciunt. 40. quibus numerator. 3. additus educit $\frac{43}{8}$. Iã uero $\frac{31}{9}$ ductę in $\frac{43}{8}$ pducũt $\frac{1333}{72}$. quę ad integra reductæ faciũt. $18\frac{37}{72}$.

VBICVMQVE autem minutiarum minutiæ interueniunt: prius hæ ad simplices minutias redigendæ sunt. et

postea

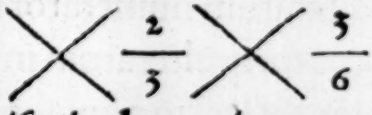
postea in singulis, secundū ea, quę supra dicta sunt: multiplicatio peragenda.

DE MINVTIARVM PARTITIONE.

PARTIVM diuisio est duorum fragmentorum, alterius alterum oblique secātis, per multiplicationem in unum coitio: per quam tertium enascitur fragmentum, ex utriusq; illorum æquali complexu generatum. In omni autem partium diuisione fragmentum partibus diuisoris fungens a parte sinistra poni debet: fragmentum uero diuidendum a dextra. quemadmodum fit in integris: ut diuisor sinistram occupet. Deinde fragmenti diuidendi numerator in diuisoris denominatorē multiplicetur: et enascetur sectionis numerator. Postea denominator diuidendi fragmenti in diuisoris numeratorem ducatur: et partitionis denominator proueniet. qui sub numeratore prius procreato, linea interiecta, supponi debet. Ita ad hunc modum numeratorum in denominatores, et denominatorum in numeratores multiplicatio oblique in formam crucis diui Andreæ facta fragmentum procreabit diuisoris et diuidendi uim pariter cōplectēs. Exempli gratia. Si per tres sextas diuidere duas tertias uoles: multiplica duo in sex: et fiunt duodecim, numerator operis. Deinde tria in tria ducantur: et procreabuntur nouem, sectionis denominator. Sic per $\frac{3}{6}$ diuisę $\frac{2}{3}$ faciunt $\frac{12}{9}$. quę, si earū numerator per denominatorem secetur: integrum unum et tertiam unius integri partem constituunt.

Sunt, qui

SVNT: qui iubent in minutijs diuidendis diuisorem a dextra poni: quasi id magni referat. qui cur id fieri sic uelint: nihil uideo: quando illi ipsi prȩcipiunt fragmenti diuidendi numeratorem in diuisoris denominatorem, contraq; diuidendi denominatorem in numeratorem diuisoris duci. Quod prȩceptum si quis seruet: nihil omnino refert: ab utra parte diuisor steterit. Id, quod res ipsa ante oculos posita palam indicabit: si in medio fragmentum diuidendum, atq; utrinq; idem fragmentū secans statuatur, ad hunc modum. Nam fragmēti medij



diuidendi numerator in diuisoris denominatorem, uel a siniſtra, uel a dextra, ductus eundem creat numerum: similiterq; diuidendi denominator in numeratorem, uel siniſtrum, uel dextrum, multiplicatus idem faciet. Quamobrem cum in integris diuisor siniſtrā teneat: non temere aliud in partibus statuemus: præsertim cum in explicandis difficillimis quibusq; quæstionibus, in quibus minutiæ interueniunt: hæ, quæ diuisoris funguntur partibus: suapte natura siniſtram teneant. id quod in sequenti libro passim cuiuis licebit cernere. Quas minutias, quando ad diuisionem uentum erit: si de suo loco in dextram transferes: laborem geminabis.

SI QVAERIS: cur ita in minutiarū partitione multiplicatio in formam obliquę crucis fiat: ratio illa est: q; minutiarū exilitas fit per denominatoris multiplicationē. quanto enim magis ille crescit: tanto magis hæ comminuuntur: et numero plures fiunt. At e conuerso numeratoris incrementum uel integra progignit: uel partes mul-

to propiores integris. Itaq; cum minutiarũ inter se multiplicatio, ex numeratoris directo in alterum numeratorem ductu, denominatorisq; itidem in alterarũ denominatorem constet: quemadmodum proximo capite edocuimus: minutiarum uero diuisio, quę suapte natura multiplicationi contraria est: per multiplicationem fieri etiam ipsa debeat: ut tertiũ his mutua sectione coeuntibus fragmentum enascatur: quoniam altera illa multiplicatio cõficitur directe: hæc, quę partes secat: necesse est: oblique fiat: ut alterarum numerator in alterarũ denominatorem, denominatorq; alterarum in alterarum numeratorem ducatur. alioqui sectio nimia redderetur: nec ad æqualitatem res posset perduci. Veluti in exẽplo iam dato. quando per $\frac{2}{6}$ diuidere $\frac{2}{3}$ uolumus, multiplicantes tria, diuidendi denominatorẽ per tria, diuisoris numeratorem, si nihil præterea faceremus: uideremur per tria integra partes illas secare: atq; ita diuidendo, nimium excederemus. Sed quoniam illa tria, per quæ diuisimus: non erant tria integra: sed erant tres sextę: propterea diuidendi numeratorem in sex, diuisoris denominatorem ducentes, corrigimus excessum illum: atq; ita partitionem ad æqualitatem reducimus. tantum enim diuidendi numeratorem supplemus: quantum plus iusto denominatorem eius auximus, partes minuendo.

EN TIBI expeditã partium diuisionem. quã ut plenius pernoscas, illud obseruare oportet: tres earum secãdi esse species. Vna est: quando partes maiores a minoribus secant. in qua specie nascunt minutię: quę plus q̃ unũ

integrum

integrum creant. Exemplum. si per $\frac{1}{3}$ seces $\frac{1}{2}$ oriuntur $\frac{3}{2}$. quæ unum integrum et dimidium componunt. Altera. quando æquales partes diuidunt æquales. ex qua unum creatur integrum. Exempli causa. Si per $\frac{1}{2}$ diuidas $\frac{1}{2}$ fiũt ex ea sectione $\frac{2}{2}$: quę unum integrum faciunt. Tertia est: ubi partes minores diuiduntur a maioribus: id, quod in minutijs sæpenumero euenit. sic enim hæ coire possunt. In hac partes procreatæ minus reddunt: q̃ unum integrum. Exempli gratia. si per $\frac{1}{2}$ seces $\frac{1}{3}$: prodeunt $\frac{2}{3}$: quæ tertia parte minus, q̃ unum integrum edunt.

Et ut scias: quẽ sensum afferat minutiarũ partitio: primo numerũ aliquẽ inuestigare oportet: qui utrasq; minutias, tam quæ diuidunt: q̃ quæ diuidendæ sunt: contineat. id, quod facile fit: si utrarumq; denominatores inter se multiplices: deinde in numero illo procreato duos numeros minores exquiras; alterũ, qui partes diuidendas: alterũ, qui partes diuisores referat. Ita deprehẽdes nihil omnino interesse: utrum alterum illorum numerorum per alterum diuidas: an partes alteras per alteras. Exemplũ in prima secandi specie. ubi per $\frac{1}{3}$ secamus $\frac{1}{2}$ si numerũ quærimus: qui $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$ capiat: tria in duo ducta, sex nobis creant. qui numerus utrasq; minutias cõplectitur. Postea in sex, prius numerum inuestigemus: qui unã eorũ tertiam exprimat. is erit duo. deinde iterum i[illegible]terum numerum inquiramus: qui creet unam eorum secundam. et tria esse comperiemus. Quibus numeris inuentis, nihil referre deprehendemus:

hendemus: utrũ per $\frac{1}{3}$ ſecemus $\frac{1}{2}$: an tria per duo. Nam utrobiq; res ad idem recidet. quippe ex partium ſectione proueniunt tres ſecundę: quę unũ integrum et dimidium faciunt. nam numeratoris per denominatorẽ partitio unũ in numero partitionis producit: ultra quod una ſecunda ſupereſt. Id, quod itidem eueniet: ſi tria per duo ſeces.

Alterum exemplum in ſecunda ſecandi ſpecie. Si per $\frac{1}{2}$ diuidas $\frac{2}{4}$: inde podeunt $\frac{4}{4}$. quæ unum integrum creant. Idem ſurget: ſi quatuor diuidas per quatuor. quippe in octonario numero ex denominatorum in ſe ductu procreato. 4. unam ſecundam, et. 4. duas quartas faciunt. At in tertia ſecandi ſpecie, quando maiores partes diuiſoris funguntur partibus: quemadmodum tunc in integris ſectio fieri nequit: niſi minor numerus, uel in ſpecies ſub ſe cõtentas multiplicetur: uel in minutias ſoluatur: ſicuti mox dicemus: ita dum minutiæ coeuntes ſic ſecantur: huiuſmodi partitio nil niſi minutias parit: quippe quę unum integrum nequeunt æquare. quia quot partibus numerator a denominatore ſuperatur: totidem deſunt ad integrũ componendum. Veluti ſi per $\frac{1}{2}$ ſeces $\frac{1}{3}$: prodeunt $\frac{2}{3}$. Quod perinde ualet: ac ſi duo per tria diuidere moliaris. nam in numero ſenario utrasq; cõplectente minutias tria unam ſecundam, duo unã tertiam faciunt. Quæ ſectio in integris fieri nequaq; poteſt: ut uterque numerus integer maneat. id, quod mox explicabimus. Quamobrem quãdo partes quælibet per alteras quaſuis partes diuidendæ proponuntur: hoc ſignificatur: ut partes illæ alicuius

numeri

numeri propoſitæ diuidantur per alteras eiuſdem numeri partes propoſitas.

PRAETEREA cum in integris multiplicatio ſemper augeat: partitioq; diminuat: in minutijs cõtra euenit: ut eę multiplicãdo decreſcãt: et augeantur partiendo. Nam ſi per unam tertiam una ſecunda multiplicetur: procreatur una ſexta. quę longe minor eſt: q̃ uel una ſecunda: uel una tertia. At e conuerſo, ſi per unam tertiam una ſecunda diuidatur: fiunt tres ſecundæ: quæ unum integrum et dimidiũ componunt. quod longe plus eſt: q̃ uel una tertia: uel una ſecunda. Verumtamen qui minutiarum naturam eam eſſe meminerit: ut quanto magis in numero denominator creſcit: tanto magis quantitate partes diminuantur: id, quod ante ſæpius admonuimus: ſtatim mirari deſinet: cur minutię multiplicando decreſcant. cum in his numeri incrementum diminutionem afferat quantitatis. et denominator ꝓ ratione, magis q̃ numerator augeatur. Maius mirum prima facie uideri poteſt: quomodo partes diuidendo creſcant. ſed nec id quidem quempiam turbare debet: qui partium diuiſionem ab integrorũ longe diuerſam eſſe pernouit. Etenim illa fit per ſubductionem diuiſoris a numero diuidendo toties repetitã, quoties id fieri poteſt. Hęc autem per duorum fragmentorum obliquam in unum coitionem: per quam tertium exoritur fragmentum ex æquali illorum complexu productũ. Quare quoniam multiplicationis natura eſt: ut partes edat minores partitionis, quæ ei contraria eſt: eſſe debet: ut partes inſtauret: pleniores q̃ eas reddat. Cui rei nõ abſimile quiddam nonnunq̃ in integris uidere licet: ſi quis minutiores

nūmos ad librarum aureorum ue ſummā cupiat redigere, id quod fit per ſectionem. ſi per illum nummorum numerum, quo libra una aut aureus unus æſtimatur. uniuerſus nummorū numerus diuidatur. Itaq; quando minutię per minutias ſecantur: omnia maiora fiunt: quemadmodum aurei atq; libræ congeruntur ex minutioribus nummis. Quocirca partiū diuiſio nihil aliud eſt: q̄ iueſtigatio quędā: quot et quę partes ex duabus fragmētis ad tertij fragmenti ꝓcreationē pariter per ſectionē coeuntibus oriātur.

SI QVAE uero minutię per integra fuerint diuidendę: ab earum ſiniſtra numerus integrorum ſupra lineam ſcribatur: ueluti minutiarum numerator quidam: ſub quo, linea interiecta, notetur unitas: quę, quaſi quidam denominator, integra deſignet. tumq; multiplicatiōe in formā crucis facta, ſic fiat diuiſio: quemadmodum in alijs minutijs. Nam ſi per $\frac{2}{1}$ diuidantur $\frac{3}{4}$ poſtq̄ in ſpeciē crucis multiplicatio fiet: orientur $\frac{3}{8}$. Alio modo id fieri poteſt: et res ad idem recidet: ut denominatore manente intacto, numerator minutiarū per numerum integrorū in partes æquales, ſi fieri poteſt: diuidatur. Veluti ſi per. 2. integra $\frac{6}{8}$ ſecentur: fient $\frac{3}{8}$. Alioqui ſi numerator per integrorum numerum in partes æquales ſecari non poſſit: numerus integrorum in denominatorem diuidendi fragmēti multiplicetur: et res erit confecta. ſicuti ſi per. 2. integra $\frac{3}{4}$ ſecentur: prouenient $\frac{3}{8}$.

SIC OBITER expedita eſt partium dimidiatio. quā ſpeciem curioſi quidam ſeparatim tractant: cum longe ſit facilior:

facíliot: q̃ ſi quís eas per tría, quatuor, aut quemuis alium maiorem numerum ſecare uelit.

AT SI minutiæ per íntegra et minutías ſecandæ proponuntur: príus íntegra in minutías ſibí adiunctas redígantur: ut una de his minutiarum facies appareat: quæ, quía díuiſoris partibus fungentur: ſiníſtram occupabũt. aliæ uero minutiæ, quæ ſectionem pati debent: dextram. deínde multiplicatione in formam crucis facta, minutiarũ more, diuiſio peragatur. Veluti ſi per. 2 $\frac{1}{2}$ partíri $\frac{3}{4}$ uoles príus adiunctarũ minutiarũ denominator. 2. in. 2. ducatur: et fient. 4. quibus additus numerator. 1. educit $\frac{5}{2}$, per quas ſi ſeces $\frac{3}{4}$: ex ea partítione prouenient $\frac{6}{20}$.

QZ SI íntegra per minutías diuidí debẽt: íntegra quídem minutiarum more, ſupra líneam, cui ſubdatur unitas: a dextra locentur: minutiæ autem a ſiníſtra. Cætera uero, quæ de multiplícatione in formam crucis facienda iam díximus: nihil immutentur. Exempli gratia. ſi per $\frac{2}{3}$ ſecare uis $\frac{4}{1}$, enaſcentur $\frac{12}{2}$.

PORRO ſi íntegra per íntegra et minutías díuidenda ſunt: poſtq̃ íntegra, quæ minutías adiunctas habent: in earum formã redacta erunt: a ſiníſtra locentur: q̃ díuiſoris fungantur partíbus. cætera uero expediantur: ſícuti proxíme díximus: quando íntegra per minutías ſecãtur. Veluti ſi per. 2 $\frac{2}{3}$ ſecandę ſunt $\frac{4}{1}$, minutiarũ adiũctarum denominator. 3. ducatur in. 2. et fient. 6. quíbus numerator. 2. addítus creat $\frac{8}{3}$. per eas autem ſi díuídas $\frac{4}{1}$, índe

proueniẽt $\frac{12}{8}$: quæ faciunt . $1\frac{1}{2}$.

AT SI integra et minutiæ per minutias secandę sunt: prius integra in minutias sibi adiũctas redigantur: ut una de his minutiarũ facies fiat . deinde a dextra positę, per alteras minutias fragmentorũ more secentur . Veluti si per $\frac{5}{6}$ partiri . $5\frac{3}{4}$ uoles . 5 . in . 4 . ducantur : et . 20 . prodibunt . quibus numeratorẽ . 3 . adde : et surgent $\frac{23}{4}$. Postea multiplica . 4 . denominatorẽ deuidendi fragmẽti in . 5 . numeratorẽ diuisoris . et producẽtur . 20 . Deinde numerator diuidẽdi . 23 . ducatur in denominatorẽ diuisoris . 6 . et surgẽt 138 . quę, si per . 20 . secta ad integra redigãtur : pferẽt . $6\frac{9}{10}$.

AD EVNDEM modũ fiat: si integra et minutię per integra secãdę sunt . id quod quando acciderit: ipsa integra a siniſtra locata minutiarũ speciẽ induãt: uti supra dictũ est.

QVANDO uero integra et minutiæ per integra et minutias diuidi debent: prius utraq; integra in minutias sibi adiũctas seorsum redigantur : ut omnia minutiarũ speciẽ utrinq; referant . Deinde minutiæ, quę diuidendę sunt : a dextra locatę, per alteras, fragmentorũ more secẽtur . Veluti si per . $3\frac{2}{9}$ partiri . $6\frac{1}{7}$ cupis . 3 . in . 9 . multiplicata et producto numerator additus facient $\frac{29}{9}$. Item . 6 . in . 7 . ducta productoq; numerator adiunctus proferent $\frac{43}{7}$. Postea si per $\frac{29}{9}$ secẽtur $\frac{43}{7}$: ex ea partitione $\frac{387}{203}$ prodibũt . quæ ad integra reductæ faciunt . $1\frac{184}{203}$.

VBICVMQVE autem minutiarum minutiæ interueniunt : prius hę ad simplices minutias redigendæ sunt : et

postea

postea in singulis, secundum ea, quæ supra dicta sunt: diuisio peragenda.

SI CAPERE experimẽtũ libet: an partitio recte facta sit: sectionis numerũ in diuisorẽ multiplica: et numerus diuidẽdus producetur. nam multiplicatio diuisionẽ, et multiplicationẽ diuisio ꝓbat in minutijs: quemadmodũ fit in integris. Igitur quando per $\frac{1}{3}$ secãtes $\frac{1}{2}$ educimus $\frac{3}{2}$. quæ faciunt. $1\frac{1}{2}$. recte diuisum esse probabimus: si $\frac{3}{2}$ in diuisorẽ $\frac{1}{3}$ ducemus. ita $\frac{3}{6}$ ꝓducentur. quę ad minimã nomenclaturã redactæ faciũt $\frac{1}{2}$. quod fragmentũ diuidẽdũ erat.

IN MINVTIIS OPERAEPRECIVM ILlud admonere putauimus: in quo multum exercitatos labi sæpenumero uidimus. Quandocumq; minutiæ: quæ diuisoris fungũtur partibus: et quæ sunt diuidendę: eundem denominatorẽ habent: qui in utrisq; suo numeratore minor reperitur: maiorq; existit earum numerator: quæ secandę sunt: q̃ quę secare debent: quoniã tunc in utrisq;, minutiæ totidem integra repræsentant: quoties utriusq; numerator denominatorem suum continet: partitio nequaq̃ oblique in formam crucis fiat: sicuti fit in minutijs. sed denominatoribus manentibus intactis, maior diuidẽdi numerator per diuisoris numeratorem, qui minor est: integrorum more secetur. Alioqui si suppurator illas sicut minutias diuideret incautus: cum integra designent: et minor numerator maiorem partiri possit: in labyrinthum inextricabilem ignorans sese immergeret. Exemplis rem illustremus. Esto per $\frac{5}{3}$ secandæ essent $\frac{7}{3}$. denominatoribus

ribus utriuſq; nihil immutatis, ſeptem per .5. diuiſa educent unum integrum et duas quintas . Aut ſi per $\frac{8}{6}$ partiri cupias $\frac{10}{6}$ per octo ſecans decem unum integrũ procreabis : et ſupererunt $\frac{2}{8}$: quæ reddunt $\frac{1}{4}$.

Et q̃uis in his exemplis nihil referre uideatur: utro ea modo ſecentur : cum etiam ſi minutiarũ more fieret partitio ; nihilominus poſt reductionem minutiarũ ad integra res ad idem recideret ; tamen prẽterq̃ q; uia iam monſtrata illas reducendi uitat ambages : multę ſupputationes occurrent : in quibus error immenſus orietur : ſi ritu partium ea diuidas. Et prẽſertim ubi ex diuerſis integris, et uarijs minutijs in unum additis, unus omnium diuiſor colligitur : qui multa et uaria ſecare debeat . Id, quod in explicandis numerorum nodis, in ſequenti libro, manifeſtum per exempla faciemus.

IN INTEGRIS NVMERIS MAIOR NON diuidit minorem : cum in minore maior non contineatur. uti ſuperiori libro, de partitione præcipientes, admonuimus . Cæterum maior numerus minorem frangere in minutias poteſt. Et, ut ſcias : quonam modo ea ſectio fiat : quotq; et quales partes faciat : illud obſerua : ut minorem numerum diuidendum ſupra breuem lineam ductam, numeratorem ſtatuas : maiorem uero, qui diuiſor eſt : denominatorẽ lineæ ſubijcias . Sic tot enaſcentur partes : quot diuidendus, qui numerator eſt : unitates capit . tales autẽ erunt : quales denominator, qui diuiſor eſt : demonſtrabit . Quæ continuo ad minimam ſui nomenclaturam redactæ

dactæ manifeſtabunt: quot et quales partes prodeant: quando maior numerus in minutias diuidit minorem. exemplum. ſi per. 30. ſecare. 15. uelimus: fiunt $\frac{15}{30}$. quę ad minimã nomenclaturam redactæ faciunt $\frac{1}{2}$. Itidem ſi per. 40. partiri cupiamus. 15. ſectio facit $\frac{15}{40}$. quę ſunt $\frac{3}{8}$. Similiter, ſi per. 13. ſecare uelimus. 7. prodeunt $\frac{7}{13}$. Minor numerus ſupra lineam numerator efficitur: q̃ in minutijs is locus ſit numeri diuidendi. Maior uero numerus ſub linea denominator fit: q̃ eum locum in minutijs diuiſor obtineat. Et quemadmodũ ſi numerator maior eſſet: denominator minor eum ſecans proferret integra: ſic e cõuerſo, quando denominator numeratore maior eſt: enaſcuntur minutiæ: quibus tantum deeſt ad integrum componendum: quanto numerator denominatore eſt minor. Ita numerus minor diuidi per maiorem duobus modis poteſt. Vel quando res a minore numero numeratæ ducuntur in ſpecies ſub ſe contentas: ut numerus productus maioris ſectionem ferat. ueluti ſi unus aureus, inter quatuor uiros diuidendus, multiplicetur in minutiorem pecuniam: ut in quatuor partes diſtribui poſſit. Vel quando numerus maior minorem in minutias ſecat; id quod fieri poteſt eo modo, quo iam diximus.

Hæc q̃q̃ attinent ad ſectionem integrorum: quia tamen huiuſmodi partitio producit minutias: de quibus ibi præpoſtere fuiſſet dicendum: in hunc locum potius relegãda fuerunt.

De radicum

DE RADICVM INVESTIGATIONE IN MINVTIIS.

QVADRATI et cubi lateris inuestigatio eodem modo fit in minutijs: quo in integris fieri solet: nisi ꝙ geminandus est labor: cum tam in numeratore q̃ in denominatore radix sit quærenda. Latus autem in numeratore inuentum numeratoris erit radix. quod uero ex denominatore eruetur: denominatoris radix habebitur. inter quæ linea media secanda est. Exemplum de latere minutiarum quadrato. Si de $\frac{25}{16}$ radicem cupis eruere: numeratoris radicem inuenies. 5. denominatoris. 4. Sic linea distinguente, fiunt $\frac{5}{4}$. Similiter de $\frac{46}{94}$ radix quadrata capit $\frac{6}{9}$. et reliquę supersunt $\frac{10}{13}$. Radix uero cubica earundem minutiarum habet $\frac{3}{4}$. et restant $\frac{19}{30}$.

DE RADICIBVS PROPIVS INVENIENDIS IN NUMERIS NEC̄ QUADRATIS NEC̄ CUBIS.

VBI IN numero, qui nec̄ quadratus est: nec̄ cubus: radix est inuenta: semper aliquid erit reliquũ: siue in prima inuestigatione id eueniat: siue in ulteriore: de qua iam dicemus. Nam si nihil restaret: is numerus quadratus aut cubus esset. Nonnunq̃ autem in amplo numero reliquum ipsum ingens erit. Prima namq̄ inuestigatio radicem deprehendit maximi numeri quadrati, aut cubi in his contenti. inter quem et numerum illum, qui

qui neq̃ quadratus neque cubus proponitur: ipſum reliquum differentiam manifeſtat. Quocirca in eiuſmodi numeris ueram radicem aſſequi nunq̃ licet: tam et ſi propius multo, q̃ in prima inueſtigatione factum eſt: accedi poteſt: ut ſcias: quot partes cuiuſuis denominationis ſuperſint. Id quod in quadratis fiet ad hunc modum.

POST primam in integris radicis exquiſitionem, in qua reliquum ſupereſt: numerum illum non quadratum, cuius in integris radix inuenta eſt: per denominatorẽ cuiuſcũq̃ partis, quã optas: multiplica. Deinde per eũdem denominatorẽ iterũ multiplica numerũ productũ. Quod cũ factũ erit: radicem numeri per ſecundã multiplicationem producti, exquire. Hæc namq̃ radix ſecunda cunctas illius denominationis partes in numeri primo propoſiti radice cõtentas demonſtrabit. Atq̃ ideo ſi per partium denominatorem radicem illam ſecundam ſeces: numerus ſectionis proferet primæ radicis integra, et præterea etiam partes aliquot illius denominationis. Cæterum aliquot minutiæ ſemper reſtabunt: quæ minus q̃ unam partem faciant: ut ad integrum formandum partes illæ nunq̃ deduci queant.

VERBI gratia, ſi ſcire libet: quę ſit radix numeri octonarij. hanc eſſe. 2. deprehendes. et quatuor erunt reliqua. Iam ſi ſcire uelis: quot quartæ unius integri ſuperſint in radice. Primum. 8. per quatuor multiplica: et prodeunt triginta duo. Iterum triginta duo in quatuor ducito: et producentur. 128. Huius ſecundo producti radicem perſcrutans comperies eam. 11. totidem namque

quartæ ſunt in octonarij numeri radice: hoc eſt, duo integra, et tres quartæ, præter ſeptem in minutijs reliqua: quæ quartam explere nequeunt. Itaq; ultra primam inueſtigatigationem, quæ .2. integra in radice protulit: ſecunda tres prẽterea quartas eruens propius acceſſit.

QVOD SI etiamnum partium particulas inueſtigare pergens ſcire uelis: quot quartæ unius partis quartæ, ultra duo integra et tres quartas ſuperſint: ad eundem modum, ſicut de integrorum partibus exquirendis iam dictum eſt: numerum, cuius radicem ſecundo indagaſti: ſemel in denominatorem particulæ: et iterum in productum ducere debes: atque in numero ſecundo producto radicem inueſtigare. quæ, poſtq̃ inuenta erit: cuntas illius denominationis partium particulas in numeri primo propoſiti radice contentas demonſtrabit. Illam autem radicem ſi per denominatorem particularum feces: numerus ſectionis partes integrorum demõſtrabit. et id, quod erit reliquum: partium particulas.

VERBI gratia. 128. cuius numeri in ſuperiori exemplo ſecundo producti radicẽ inueſtigauimus per quatuor multiplicemus: inde naſcentur. 512. Poſtea iterum ducamus quatuor in. 512. ita ꝓducentur. 2048. huius numeri radicem quẽrentes deprehendemus eam eſſe. 45. et ſuperſunt. 23. Igitur. 45. quartę unius partis quartæ in octonarij radice erunt: quas ſi diuidamus per quatuor numerus partitionis mõſtrabit. 11. et unum erit reliquum. Qua ratione comperiemus in octonarij radice undecim partes quartas, nempe duo integra et tres quartas, atque

insuper unam quartam unius partis quartæ contineri.

Qz si cui est animus amplius progredi: poterit ad eundem modum etiam parcicularū particulas ulteriores perscrutari.

IN CVBIS quoqꝫ numeris ad eundem omnino modum omnia fiant. nisi qꝫ numerum illum non cubum cuius radix in integris inuenta est: non solum per denominatorem partis, quamcumqꝫ uoles: multiplicare oportet: et iterum in productum; sed (ut ratio cuborum postulat) tertio denominatorem illum in numerum ex secunda multiplicatione productum ducere debemus. Quo fiet: ut numeri tertio producti radix inuestigata cunctas illius denominationis partes in primi cubi radice cōtentas manifestet. Itidem etiam progredi licet ad partium particulas in his inuestigandas.

ALIO MODO PER COMPENDIVM ID fieri poterit: ad hunc modum: ut denominatorem partium, quas exquiris: semel in reliquum, quod post primam in integris radicis exquisitionem restabit: atqꝫ iterum in productum: ducas. Postea per eundem partium denominatorem radicem ipsam in integris inuentam multiplica: numerumque illum partium radicis sic productum duplica. Deinde numerum, qui ex denominationis partium semel in radicis reliquum atque iterum in productum multiplicatione productus est: sic diuidere per numerū ex duplicatione generatum debes: ut tamen tantum superslit: quantum numerus sectionis postea in se ipsum ductus, propemodum delere subductus possit.

Nam in his numeris non quadratis ſemper (uti diximus) aliquot minutiæ reſtabunt. Ita numerus ſectionis radicis partes ex reliquo naſcentes monſtrabit. Verbi gratia. Si ex octonario radicem quæris: inuenies eam. 2. et ſuperſunt quatuor. Iam ſi ſcire cupis: quot quartæ ſint in reliquo. multiplica quatuor reliquum per quatuor denominatorem partium: quas quæris. et prodeunt ſedecim. Iterum denominator quatuor in ſedecim ductus creat ſexaginta quatuor. Deinde radicem. 2. multiplica in denominatorem partium quatuor, et fient. 8. duplica productum. 8. et procreantur ſedecim. Iam uero ſi diuidas ſexaginta quatuor per ſedecim: quater in illis diuiſor haberi poteſt: ſed tunc nihil reſtabit: quod numerus partitionis poſtea in ſe ductus deleat. quare ſi ſemel minus, q̃ alioqui fieri poſſet: diuiſorem ſedecim tollamus: ter ſedecim facient quadraginta octo: et ſupererunt adhuc ſedecim: a quibus ſi numerum ſectionis. 3. in ſe ductum, qui facit nouem: ſubducas: reſtant ſeptem. ſic numerus ſectionis oſtendit, ex reliquo radicis fieri tres quartas, præter minutias reſtantes. 7.

AT SI IN hoc exemplo partium particulas inueſtigare perges, ueluti quartarum quartas: denominatorem particularum, quas quæris: nempe quatuor ſemel in reliquum poſt ſecũdam radicem partium inuentam reſtans, uidelicet ſeptem ducito. indeq; fient uiginti octo. Iterum etiam eundem denominatorem quatuor in productum uiginti octo multiplicato. et ſurgent. 112. Poſtea earundem particularum denominatorem quatuor ducere oportet in

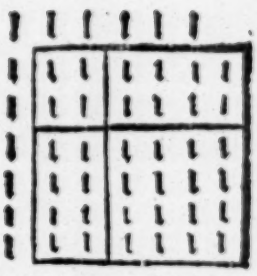
tet in omnes partes totius radicis hactenus inuentas: quę sunt undecim. nam duo integra, quę prodierunt ex prima inuestigatione: et tres quartæ, quæ ex secunda: faciunt undecim quartas. quo fiet: ut quatuor in undecim ducta procreent quadragintaquatuor. quem numerum productum si duplices: nascentur octoginta octo. Per ea autē si sic diuidas. 112. ut numerus sectiōis postea in se ipsum ductus, quoad fieri potest: totum diuidendum auferat: unitas diuisor sufficiet. ita octoginta octo semel a. 112. extracta, relinquunt uiginti quatuor. et postea unitas in se ducta adhuc unum creat: quod auferendum est a. 24. et restabunt uiginti tria. Ita numerus sectionis unā quartam unius quartæ ex secundo reliquo prodire manifestat. et supersunt. 23. Hac ratione etiam ulteriores particularum particulas, quatenus progredi uelis: consectari licet.

RATIONEM uero, cur quadratum per denominatorem partium bis sit multiplicandum: Socrates apud Platonem Menonis puero reddit. Cuius sententiam paucis explicabo. Quadratum lineæ bipedalis quatuor erit pedum. nam cum figura duos pedes longa et unum alta duorum sit pedum: fit ut figura duos pedes longa et itidem duos alta quatuor pedum existat. Quadratum autem duplæ longitudinis sedecim capiet pedes. quoniā cū figura longitudine dupla et sola duorum pedum altitudine pedes octo complectatur: figura, quæ longitudinis duplę, et altitudinis etiam duplæ erit: sedecim pedes capiet.

SIMILITER IN OMNIBVS ALIIS QVAdratis multiplicandis opus est duplici multiplicatione. quoniam prima multiplicatio solum auget in longitudinem. at secunda, quæ fit in productum: altitudini tantundem adijcit. Exempli causa. Esto quadratum propositū quatuor, si libet inquirere quadratum: cuius quodque latus duplum sit ad quodque latus propositi quadrati. duplica quadratum propositum. inde octo nascuntur: et tantum figura creuit in longitudinem. Longitudo enim dupla euasit: sed altitudo inuariata manet. Igitur quadratum non est. Quare si iterum duplices productū: inde fient sedecim. atque ita tantundem etiam in altitudinem crescet: cum sit dupla ad altitudinem priorem. Quod autem SOCRATES in lineis puero sub oculis demonstrauit: id EVCLIDES in numeris, qui formari possunt in modum quadratorum: doctis ratione patefacit: cum inquit. Si fuerint duo numeri, ambo quadrati: erit proportio alterius ad alterum, tanq̃ sui lateris ad latus illius, proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum, tanq̃ sui lateris ad latus illius, proportio triplicata.

Q. SI COMPENDII DATI RATIONEM quæris: id ita habere sub oculis uidere licebit, hoc exemplo. Finge numerum propositum esse tria: huius radicem cõstat esse unum, et supersunt duo. Iam si scire libet: quot quartæ unius integri ad illa duo respondere debeant: duc denominatorem quatuor in tria: et fient duodecim. Iterum

rum multiplica quatuor in productum duodecim: inde naſcentur quadraginta octo. Huius numeri figuram quadratā efforma, hoc modo.



IN HAC figura ſedecim reſpondent ad maximum quadratum, ſub primo numero .3. nam ex ductu quatuor in unum. et iterum in productum fient ſedecim. Itaq; hoc quadratum reſecabis: cuius radix nota 4. (quia naſcitur ex ductu radicis integrorum in denominatorem partium) ad radicem unum in integris prius inuentam reſpondet. Quod ſupereſt autem: reſpondet ad reliqum numeri primo propoſiti. quippe quod naſcitur ex ductu denominatoris partium quatuor in reliquum 2. et iterum in productum octo ex quo procreantur triginta duo. Ex illis autem triginta duobus, quæ ultra quadratum, quod eſt ſedecim: ſuperſunt duodecim illa, quæ gnomonem extremum non abſoluūt(Voco autem in numeris gnomonem, id: quod conſtat ex duobus numerorum lateribus angulum rectum facientibus, inſtar gnomonis geometrici) ueluti reliquum maximi quadrati triginta ſex ſub quadragintaocto reſecanda ſunt. Ita reſtant gnomones duo: qui cum quadrato ſedecim quod reſecuimus: conficiunt maximum quadratum .36. ſub. 48. cōtentum: adijciuntq; radici ſuperiori quatuor: quę ad radicem unum in integris inuentam reſpondet: duas unitates. uti in figura liquet. et reliquū huius quadrati triginta ſex, quod eſt .12. adieciſſet tertiam: ſi modo ad gnomonem abſoluendum, unum inſuper acceſſiſſet. Itaq; ante

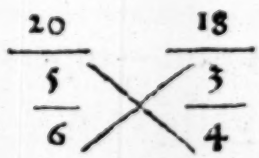
oculos cernere licet: gnomonem quemq; quadrato resecato applicatum, in se complecti longitudinem et altitudinem ipsius quadrati sedecim, hoc est duplum radicis quatuor: et insuper in angulo restare quadratum numeri gnomonū. is est in hoc exēplo, binarius. sunt enim duo gnomones. Quare diuisio numeri procreati ex ductu denominatoris in reliquum et iterum in productum, facta per duplum radicis, sic tamen, ut numerus sectionis in se ductus subduci possit a reliquo partitionis: ostendet: quot sint gnomones. Quo fiet: ut liqueat: quot partes ad reliquum respondentes, addendæ sint radici prius in integris inuentæ. nam ei gnomo quisque unitatē in partibus addit.

AD EXERCENDOS IVVENES PLVRIMUM iuuabit nonnullas interrogationes subnectere: per quas ea, quæ de minutiarum inter se comparata magnitudine dinoscendo, deque integrorum et minutiarum additione, subductione, multiplicatione, et diuisione hactenus dicta sunt: melius intelligantur. Sunt in his quoq; quędam: quę ad enarrationem partium quotarum in numeris et in minutijs, atq; etiam ad partium aliarum in alias transformationem faciunt. Ea autem rudimenta ex Arithmetica Lucæ de Burgo, cuius nomen in ea arte non parum neque abs re celebratur: excerpsimus. quæ sane ad ingenia studiosorum in numeris uegetanda magnopere conducent.

Quomodo

QVOMODO, PROPOSITIS BI= nis minutijs, ſcias: utrę ſunt maiores.

SI QVINQVE ſextę conferantur cum tribus quar= tis: utræ maiores erunt? cōtinuo ſcies: ſi utriſq; mi= nutijs iuxta alteras notatis, numeratorum in denomina= tores, denominatorumq; in numeratores, obliqua multi= plicatio fiat: et uterque numerus productus ſupra ſuas minutias locetur. Quippe utercumq; illorum maior erit: maiores ſuas minutias oſtendet. Hac ratione $\frac{5}{6}$ maiores ſunt: q̄ $\frac{3}{4}$. Nam ſupra $\frac{5}{6}$. 20 erunt. ſupra $\frac{3}{4}$. 18.
At ubi integra et minutiæ cum alijs integris et minutijs conferentur: ſi integra erunt paria: de minutijs ſolis iudi= candum erit: uti ſupra dictum eſt. Q; ſi integra altera al= teris imparia occurrant: quæ maiora ſunt: uincunt altera quantumuis magnas minutias adiunctas habentia.



INTERROGATIONES PER additionem ſoluendæ.

AQVO NVMERO ſubducí debent. 13. ut reſtent 12? Item a quo numero ſubtrahentur. $3\frac{1}{2}$. ut relin= quantur

quantur. $4\frac{1}{3}$. Huius generis interrogationes, siue de integris, siue de minutijs quæras: per additionem soluuntur. Nam si, 12. ad. 13. addas: surgent. 25. quæ summa est: unde illa. 13. eximi debent: ut restent, 12. Similiter in minutijs, adde. $3\frac{1}{2}$ ad. $4\frac{1}{3}$. et fient. $7\frac{5}{6}$. unde subduci debēt illa. $3\frac{1}{2}$. ut. $4\frac{1}{3}$ relinquantur.

Interrogationes per subductionem soluendæ.

CVM QVO numero coniungenda sunt. 23. ut fiant 39? Item cum quo numero copulanda sunt. $6\frac{2}{3}$. ut fiant. $13\frac{2}{5}$? Huiusmodi quæsita per subductionem soluuntur. Nam si. 23. a. 39. subducas: restabunt. 16. quę iuncta ad. 23. faciunt. 39. Similiter in minutijs, subducito. $6\frac{2}{3}$ a. $13\frac{2}{5}$. et supererunt. $6\frac{11}{15}$. quæ si iungas ad $6\frac{2}{3}$. surgent. $13\frac{2}{5}$.

SI QVAERIS quantum $\frac{2}{5}$ superant $\frac{3}{7}$. per subductionem scies. Nam postq̃ eo modo, quo dictum est: deprehendisti $\frac{3}{7}$ maiores esse: q̃ $\frac{2}{5}$: alteras ab alteris subducito: et $\frac{1}{35}$ restabit. quę differentiam inter has minutias monstrabit. Id probare licet: sicut in subductione. Nam si $\frac{1}{35}$ addas ad $\frac{2}{5}$. fiet summa æqualis ad $\frac{3}{7}$. Itidem si quęratur: quę sit differentia inter $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{7}$. eodē modo scire licet.

Interro-

INTERROGATIONES PER multiplicationem ſoluendæ.

QVIS numerus in .5. diuiſus erat: quando in numero ſectionis. 17. habentur? Item quis numerus in. $4\frac{1}{7}$ diuiſus erat: quãdo numerus ſectionis profert. $2\frac{1}{8}$? Multiplicatio rem aperiet. Nam ſi. 5. in. 17. ducas: fient 85. qui numerus in. 5. ſectus educit in numero ſectionis 17. Itidem in minutijs. $4\frac{1}{7}$ ducta in. $2\frac{1}{8}$, faciẽt. $8\frac{45}{56}$. Is numerus in. $4\frac{1}{7}$ ſectus in numero partitiõis reddit. $2\frac{1}{8}$.

QVOMODO PARTIVM PARticulæ ſunt exquirendæ.

QVOMODO exquiras $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$. Aut $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{9}$. Hoc perinde eſt: acſi quęras. quę ſunt $\frac{2}{3}$ quatuor quintarum. Aut $\frac{3}{7}$ octo nonarum. Igitur huiuſmodi quęſita, quæ de minutiarum minutijs occurrunt: per multiplicationem minutiarum alterarum per alteras expediuntur. Nã $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ ſunt $\frac{8}{15}$. Item $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{9}$ ſunt $\frac{24}{63}$. quæ ad minimã nomenclaturam redactæ faciunt $\frac{8}{21}$.

QVAE ſunt $\frac{3}{4}$ de. $2\frac{1}{2}$? Interrogatio hæc, niſi ꝙ integra minutijs ſunt admixta: prędedẽti ſimilis eſt.

Quocirca

Quocirca per multiplicationem simili modo soluitur. Nam $\frac{3}{4}$ de . $2\frac{1}{2}$ sunt . $1\frac{7}{8}$.

Interrogationes per diuisionem soluendæ.

PER QVEM numerum diuisa sunt . 36 . quando . 9 . prodierunt in numero sectionis? Item per quem numerum diuisa sunt . $12\frac{1}{4}$. quãdo numerus partitionis habet . $3\frac{1}{2}$? Huiusmodi interrogationes per sectionem soluuntur. Quippe . 36 . per . 9 . secta, monstrant. 4 . in numero partitionis. Nam quãdo duo numeri aliquem componunt: si is per illorum alterum secetur: alter in numero partitionis exit. Ita cum quater . 9 . faciunt . 36 . si numerum illum compositum seces per . 9 . exeunt. 4 . Si per. 4. exeunt . 9 . Similiter . $12\frac{1}{4}$ per . $3\frac{1}{2}$ diuisa, educunt . $3\frac{1}{2}$ in numero partitionis.

PER QVEM numerum multiplicare oportet . $2\frac{1}{2}$: ut $7\frac{2}{3}$ producãtur? Hoc genus interrogationum per diuisionẽ explicatur . Nam si per . $2\frac{1}{2}$ seces . $7\frac{2}{3}$. ex ea partitione prouenient. $3\frac{1}{15}$. Is est numerus: in quem, si, $2\frac{1}{2}$ ducas: producentur . $7\frac{2}{3}$.

Quomodo exquiras in numeris, quota pars maioris numeri sit minor. et in minutijs, quota pars maiorum minutiarum minores existant.

Quota

QVOTA pars ſunt .4. de .12. aut $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$? Hoc facile ſciri poteſt tam in integris, q̃ in minutijs: ſi id, quod minus eſt: per maius in minutias eo modo diuidas: quo de utriſq; ſupra dictum eſt. Nam ſi .4. per .12. feces: fient $\frac{4}{12}$. quæ ſunt $\frac{1}{3}$ de .12. Et ſi per $\frac{3}{4}$ diuidas $\frac{2}{3}$. prodibũt $\frac{8}{9}$. Igitur dicam $\frac{2}{3}$ eſſe $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$. Idq; ita eſſe uel ex hoc capere experimentum licet: q; ſi ſumas $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$. id, quod alteras minutias in alteras ducẽdo facere licet: inuenies eas eſſe $\frac{2}{3}$.

Minutiarum aliarum in alias tranſformatio.

QVOT decimæ octauæ ſunt in $\frac{5}{9}$? Hoc genus uocant minutiarum aliarum in alias tranſformationem. id, quod fit per partitionem. Nam ſi per $\frac{1}{18}$ diuidas $\frac{5}{9}$. ex ea ſectione prouenient $\frac{10}{18}$. quæ ſunt $\frac{5}{9}$. ſic in $\frac{5}{9}$ cõperiuntur $\frac{10}{18}$. Eodem modo quælibet aliæ minutiæ in alias quaſlibet per ſectionem tranſfigurantur: etiam ſi integra ſunt adiuncta. Veluti ſi quæratur: quot tertiæ ſint in .3 $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{3}$ diuide .3 $\frac{1}{2}$. et puenient .10 $\frac{1}{2}$. tot ſunt tertiæ in .3 $\frac{1}{2}$. Hunc modum partes alias in alias tranſformandi, ſupra etiam dedimus: quando de partibus diſſimilibus ad ſimilitudinem redigendis: præcepimus. q̃q̃ ibi de minutiarum ſectione, quæ non dum explicata erat: de induſtria reticuimus.

Interrogationes per plura et diuersa soluendæ.

CVM QVOT octauis supputari debent $\frac{3}{5}$: ut fiant $\frac{8}{9}$? Principio consydera: cum quo numero iungēdę sunt $\frac{3}{5}$: ut surgant $\frac{8}{9}$: id, quod per subductionem scies. Nam si subducas $\frac{3}{5}$ ab $\frac{8}{9}$: restabunt $\frac{13}{45}$. cum eo numero copulāda sunt $\frac{3}{5}$: ut fiant $\frac{8}{9}$. Iam uero uidendū est: quot octauas $\frac{13}{45}$ capiant: id, quod scies: si per $\frac{1}{8}$ seces $\frac{13}{45}$. sic in numero sectionis prodibunt. 2 $\frac{14}{45}$. cum tot igitur octauis, hoc est cum duabus et $\frac{14}{45}$ unius octauæ, copulandæ sunt $\frac{3}{5}$: ut surgant $\frac{8}{9}$. Eodem modo de similibus fiat.

SVbtrahātur $\frac{3}{5}$ a tot septimis: ut $\frac{1}{2}$ superst. Principio uidendum: a quo opus est subducere $\frac{3}{5}$: ut $\frac{1}{2}$ restet. id, quod deprehendes: si $\frac{3}{5}$ ad $\frac{1}{2}$ addas. ita surgent, 1 $\frac{1}{10}$. a quibus demere oportet $\frac{3}{5}$: ut $\frac{1}{2}$ relinquatur. Deinde uide: quot septimæ sunt in. 1 $\frac{1}{10}$. id, quod scies: si per $\frac{1}{7}$ seces 1 $\frac{1}{10}$. ita surgent. 7 $\frac{7}{10}$. quæ sunt. 7. septimæ et $\frac{7}{10}$ unius septimæ: de tot septimis subducere oportet $\frac{3}{5}$: ut $\frac{1}{2}$ superst. Id ita esse probabis: si capias. 7. septimas: quæ sunt unum integrum. postea sumas. 7. decimas unius septimæ: quæ sunt $\frac{7}{70}$. et faciunt $\frac{1}{10}$. Sic in summa fiunt 1 $\frac{1}{10}$. sicuti iam dictum est. Similiter fiat in huiusmodi quæsitis.

Subducatur

SVbducatur differentia: quę eſt inter $\frac{2}{5}$ et $\frac{5}{6}$ de tali numero: ut reſtet differentia: quæ eſt inter $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{9}$.

Primum per ſubductionem exquirenda eſt differentia inter $\frac{2}{5}$ et $\frac{5}{6}$. ea eſt $\frac{13}{30}$. Deinde eodem modo quęre differentiam inter $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{9}$. et eam inuenies $\frac{1}{18}$. Poſtea ambas eas differentias adde: et ſurgent $\frac{22}{45}$. a quo numero fiat ſubductio primæ differentiæ, uidelicet $\frac{13}{30}$: et altera differentia, quæ quæſita eſt: reſtabit.

PER QVOT quintas multiplicanda ſunt, $2\frac{1}{2}$: ut inde creſcant. $7\frac{2}{3}$? Primum uide: per quem numerum opus eſt multiplicare. $2\frac{1}{2}$: ut fiant. $7\frac{2}{3}$. id, quod ſcies: ſi per. $2\frac{1}{2}$ diuidas. $7\frac{2}{3}$. ita exibunt. $3\frac{1}{15}$. in quę ſi. $2\frac{1}{2}$ ducas: produces. $7\frac{2}{3}$. Deinde uidendum: quot ſunt quintæ in. $3\frac{1}{15}$. id qđ facile cognoſci poteſt: ſi p $\frac{1}{5}$ ſeces. $3\frac{1}{15}$. Nam inde prouenient. $15\frac{1}{3}$. quæ ſunt. 15. quintæ et $\frac{1}{3}$ unius quintę. per tot quintas multiplicanda ſunt. $2\frac{1}{2}$: ut fiant. $7\frac{2}{3}$.

SVmantur $\frac{2}{3}$ de tot octauis: ut $\frac{1}{2}$ inde proueniat. Hoc tantum ualet: ac ſi dicas. $\frac{1}{2}$ cuius numeri faciet $\frac{2}{3}$? uel per quem numerum multiplicanda ſunt $\frac{2}{3}$: ut fiat $\frac{1}{2}$? Sicuti ſupra edoctus es: per $\frac{2}{3}$ diuide $\frac{1}{2}$. et prouenient $\frac{3}{4}$. Huius numeri $\frac{1}{2}$ faciet $\frac{2}{3}$. Nã $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ ſunt $\frac{1}{2}$. Iam uero ut ſcias in $\frac{3}{4}$ quot ſũt octauę: ſi per $\frac{1}{8}$ ſeces $\frac{3}{4}$: prouonient. 6.

Itaq; de $\frac{6}{8}$ sumēdæ sunt $\frac{2}{3}$: ut fiat $\frac{1}{2}$.

Diuidātur. $7\frac{1}{2}$ per tot: ut inde proueniāt $\frac{5}{6}$ de. $17\frac{1}{2}$. Principio sumendæ sunt $\frac{5}{6}$ de. $17\frac{1}{2}$ eo modo, quo dictum est. eę sunt. $14\frac{7}{12}$. Is numerus partitionis illius esse debet. Postea uidendum: per quem numerum secādæ sunt. $7\frac{1}{2}$ ut inde prouenian$_t$. $14\frac{7}{12}$. id, quod fiet: sicut supra dictum est: si per. $14\frac{7}{12}$ diuidas. $7\frac{1}{2}$. ita exibunt $\frac{90}{175}$: quæ sunt $\frac{18}{35}$. per quæ diuidere oportet. $7\frac{1}{2}$: ut inde proueniant. $14\frac{7}{12}$. hoc est $\frac{5}{6}$ de. $17\frac{1}{2}$.

Diuidantur. $7\frac{1}{2}$ per tot nonas: ut inde proueniant $2\frac{1}{4}$. Primo uidendum: per quem numerum secanda sunt. $7\frac{1}{2}$: ut inde proueniant. $2\frac{1}{4}$. id quod scies: si per $2\frac{1}{4}$ seces. $7\frac{1}{2}$. ita proueniēt. $3\frac{1}{3}$. per eum numerum diuidere oportet. $7\frac{1}{2}$: ut exeant. $2\frac{1}{4}$. Iam uero quot nonę sunt in. $3\frac{1}{3}$: cognosces: si ea per $\frac{1}{9}$ diuidas: proueniēt enim 30. Itaq; per. 30. nonas diuidēda sunt. $7\frac{1}{2}$: ut. $2\frac{1}{4}$ proueniant.

Ducantur toties $\frac{3}{5}$ in $\frac{5}{6}$: ut inde fiant $\frac{5}{8}$. Primū $\frac{3}{5}$ ducantur in $\frac{5}{6}$. et producet $\frac{1}{2}$. Postea multiplica $\frac{1}{2}$ in in eum numerū: qui faciet $\frac{5}{8}$ quem inuenies: si per $\frac{1}{2}$ seces $\frac{5}{8}$. ita prouenient. $1\frac{1}{4}$. in quem numerum si ducas $\frac{1}{2}$: producentur $\frac{5}{8}$. Thema enim hoc innuit: ut numerus ex multiplicatione $\frac{3}{5}$ in $\frac{5}{6}$ productus, ducatur in eum numerum:

rum: qui faciat $\frac{5}{8}$.

QVero $\frac{7}{9}$ de quot sextis existunt $\frac{3}{5}$. Primum uide $\frac{7}{9}$ cuius numeri sunt $\frac{3}{5}$? Id, quod scire licet: si particulas quotas exquirens, per $\frac{3}{5}$ diuidas $\frac{7}{9}$. inde enim prouenient. 1 $\frac{8}{27}$. cuius numeri $\frac{7}{9}$ faciunt $\frac{3}{5}$. Postea quære: quot sextę sunt in. 1 $\frac{8}{27}$. id, quod scies, secans ea per $\frac{1}{6}$. ita inuenies. 7 $\frac{7}{9}$ de tot sextis $\frac{7}{9}$ existunt $\frac{3}{5}$. Hoc est de 7. sextis, et. 7. nonis unius sextæ.

SVbducantur $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ a tali numero: ut restent $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. Primum cape $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$: quę sunt $\frac{5}{9}$. Postea sume $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$: quæ sunt $\frac{15}{28}$. eas adde ad $\frac{5}{9}$: et fiēt. 1 $\frac{23}{252}$. de quo numero si subductio fiat: restabit: quod quæritum est.

SVbducatur dimidium trium quartarum de. 12 $\frac{1}{2}$ a tali numero: ut quinqę sextæ duarum tertiarum de. 10 $\frac{1}{4}$ restent. Primum uide: quę sint $\frac{3}{4}$ de. 12 $\frac{1}{2}$. eę sunt. 9 $\frac{3}{8}$. quorum cape $\frac{1}{2}$: quę est. 4 $\frac{11}{16}$. tantum est dimidium trium quartarū de. 12 $\frac{1}{2}$. Deinde uide: quę sint $\frac{2}{3}$ de. 10 $\frac{1}{4}$. eę sunt. 6 $\frac{5}{6}$. quorum cape $\frac{5}{6}$: quæ sunt. 5 $\frac{25}{36}$. Iam uero secundum thema subduci debent. 4 $\frac{11}{16}$ a tali numero: ut restent. 5 $\frac{25}{36}$. Quocirca adde. 4 $\frac{11}{16}$ ad. 5 $\frac{25}{36}$. et surgent 10 $\frac{55}{144}$. Is est ille numerus: a quo subductio fieri debet: ut restet id: quod thema iubet.

EXPLICITVS EST LIBER SECVNDVS
SVPPVTATIONEM PARTIVM
DOCENS.
SEQVITVR LIBER TERTIVS DE
VARIIS NVMERORVM QVAE=
STIONIBVS EXPLI=
CANDIS.

CVTHEBERTI TONSTALLI IN LIBRVM TERTIVM PRAEFATIO.

POSTQVAM, TAM IN INTEGRIS q̃ in partium minutijs, omnem ſupputãdi rationem explicauimus: ſupereſt: ut ſtudioſis paululum aperiamus: quantum ea conferat ad uitam degendam. Numeros namque ipſos per ſe conſyderandos hactenus expoſuimus. quæ res auſpicantibus parum uoluptatis afferre uidebatur. Nũc eos ad res numeratas applicantes artem ipſam pandemus per artis opificiũ. Qua de re: dici non poteſt: utrum maior capietur utilitas, an uoluptas: quãdo ea, quæ ſcire perneceſſarium eſt: et rudi populo uelut ænigmata uidentur: ſine Sphinge ſolui poſſunt. Ad quæ perueſtiganda regulas quaſdam perutiles trademus: quibus nonnulla quæſitu difficilia, quæq; prima facie ſupra humani ingenij captũ rùdibus uideri poſſunt: facile inueniantur. Ex quibus altius intellectis, plurima alia ſimilia nullo negocio deprehendi queant. Eiuſmodi autem attingere præcipue eſt animus: cuiuſmodi in uita ſæpius occurrunt. q̃q̃ his tortuoſa quædam, et quæ latentes anfractus habeant: ad maiorem ingeniorum exercitationem admiſcebimus. Verum enimuero qui numerorum nodos explicare cupit: quæſtione quapiam propoſita, non temere ante reſpondere debet: q̃ ſecũ alte rem conſyderauit. Nam qui alioqui linqua q̃ ingenio promptior

EXPLICITVS EST LIBER SECVNDVS
SVPPVTATIONEM PARTIVM
DOCENS.
SEQVITVR LIBER TERTIVS DE
VARIIS NVMERORVM QVAE=
STIONIBVS EXPLI=
CANDIS.

CVTHEBERTI TONSTALLI IN LIBRVM TERTIVM PRAEFATIO.

POSTQVAM, TAM IN INTEGRIS q̃ in partium minutijs, omnem ſupputãdi rationem explicauimus: ſupereſt: ut ſtudioſis paululum aperiamus: quantum ea conferat ad uitam degendam. Numeros namque ipſos per ſe conſyderandos hactenus expoſuimus. quæ res auſpicantibus parum uoluptatis afferre uidebatur. Nũc eos ad res numeratas applicantes artem ipſam pandemus per artis opificiũ. Qua de re: dici non poteſt: utrum maior capietur utilitas, an uoluptas: quãdo ea, quæ ſcire perneceſſarium eſt: et rudi populo uelut ænigmata uidentur: ſine Sphinge ſolui poſſunt. Ad quæ peruestiganda regulas quaſdam perutiles trademus: quibus nonnulla quæſitu difficilia, quæq; prima facie ſupra humani ingenij captũ rudibus uideri poſſunt: facile inueniantur. Ex quibus altius intellectis, plurima alia ſimilia nullo negocio deprehendi queant. Eiuſmodi autem attingere præcipue eſt animus: cuiuſmodi in uita ſæpius occurrunt. q̃q̃ his tortuoſa quædam, et quæ latentes anfractus habeant: ad maiorem ingeniorum exercitationem admiſcebimus. Verum enimuero qui numerorum nodos explicare cupit: quæſtione quapiam propoſita, non temere ante reſpondere debet: q̃ ſecũ alte rem conſyderauit. Nam qui alioqui linqua q̃ ingenio promptior

tior quicquid incõsyderate in mentem uenit: stolide mox blaterat: præterq; ꝙ aberrat a scopo: ridiculus existimatur. Cæterum illud admonere lectorem operæprecium putamus: ut nisi prius teneat: quomodo tam integra q̃ minutias supputet: ne hoc libello legendo sese torqueat. At si illis pernotis, hunc in manus sumat: cuncta tum facilia, tum iucunda spondemus. Sed rem aggrediamur.

REGVLA DE TRIBVS NOTIS QVARTVM IGNOTVM COMMONSTRANTIBVS.

PRAECIPVA OMNIVM REGVLA EST: quæ de tribus notis quartum ignotum in noticiam educentibus, ab Arithmeticis traditur. Vulgus regulam auream uocat: ꝙ hæc cæteris Arithmeticæ regulis: uelut cæteris metallis aurum: præstet. quam, ut clarius explicemus: pauca quædam de proportione, quatenus ad numeros attinet: prefari omnino necesse est. sine quibus hęc regula non facile intelligi potest.

PROPORTIO EST DVORVM NVMERORum certa alterius ad alterum comparatio, atꝙ habitudo. Propositis namꝙ quibusuis duobus numeris, alter altero uel maior est: uel æqualis: uel minor. Illa itaꝙ ratio, qua sese, uel æqualiter, quando existunt æquales: mutuo respiciunt: uel inæqualiter, quando alter altero maior est: aut minor: proportio uocatur. quæ nihil aliud est: q̃ eorum inter se comparatio. Habitudo autem certa est: quasi diceres: notus quidam et diffinitus alterius numeri ad alterum respectus.

IPSARVM uero proportionũ inter se similitudo proportionalitas nuncupatur. Eius autem duæ sunt species. altera continua. altera separata.

CONTINVA proportionalitas inter numeros est: quando qua proportione primus se habet ad secundum: eadem,

eadem, ſecundus ſe habet ad tertium. in qua ſpecie unus atq; idem numerus medius ita duobus circa ſe poſitis numeris communicat: ut ad præcedentem comparatus primæ proportionis ſit terminus: ad ſequentem uero collatus, ſecundę ſit initium: ueluti precedentis numeri comes quidam, et ſequentis dux. Hæc autem ſpecies in paucioribus numeris q̃ in tribus inueniri non poteſt. q̃q̃ etiam in illis numerus medius, dum bis repetitur: uicem ſubit duorum. Sint nobis pro exemplo hi tres numeri. unum. duo. quatuor. in his enim proportionum eſt æqualitas. Nam qua proportione unum ſe habet ad duo: eadem, ſe habent duo ad quatuor. quippe unum ad duo comparatum ſubduplum eſt. itidemq; duo ad quatuor. Similis e conuerſo eſt inter eos habitudo: quando in utraque proportione numerum maiorem ad ſuum minorem comparamus. Nam quemadmodum quatuor ad duo duplam habent proportionem: ſic duo ad unum dupla ſunt.

SEPARATA uero proportionalitas eſt: quam eandem diſiunctam appellare licet: cum quatuor numerorũ, qua proportione primus ſe habet ad ſecundum: eadem, tertius ſe habet ad quartũ. In qua ſpecie precedentis proportionis terminus ſeparatus eſt a ſequentis initio. Hæc autem ſpecies in paucioribus numeris q̃ in quatuor inueniri nequit. in quibus proportionũ deprehenditur æqualitas: ſiue minorem utriuſq; proportionis numerum cum ſuo ipſius maiore compares: ſiue e conuerſo. Puta ſi quis hos quatuor numeros inter ſe conferre uelit: nempe duo ad quatuor. et tria ad ſex. Quemadmodum enim duo ad quatuor cõparata ſubdupla ſunt: ſic ſunt tria ad ſex collata.

ta. Similiter e cõuerſo, quemadmodum quatuor ad duo collata dupla ſunt: ſic ſunt ſex ad tria cõparata. Amplius in hac ſpecie permutatim fit collatio. Nam qua proportione primus ſe habet ad tertium: eadem, ſecundus ſe habet ad quartum. Atq; ordine etiam cõuerſo, qua proportione quartus ſe habet ad ſecundum: eadem, tertius ſe habet ad primum. Quo fit: ut præcedentis proportionis minor numerus cum ſequentis minore comparatus eandem habitudinem habeat: quam ſequentis maior collatus cum prȩcedentis maiore. Veluti in exemplo prædicto. ſicut primus numerus binarius ad tertium ternarium collatus ſubſeſquialteram proportionem habet: ſic ſecundus numerus quaternarius ad quartũ ſenarium eadem eſt habitudine. Itidem ordine conuerſo, quemadmodum quartus numerus ſenarius ad ſecũdum quaternariũ comparatus ſeſquialteram habet proportionem: ſic tertius ternarius ad primum binarium eandem habitudinem habet. Itaq; numeri huiuſmodi: quorum una eſt proportio: proportionales uocantur. De quibus ab EVCLIDE cum in Geometria tum in Arithmetica longe principe regula huiuſmodi traditur.

SI FVERINT QVATVOR NVMERI PROportionales: quod ex ductu primi in ultimũ producetur: æquale comperietur ei: quod ex ſecundi in tertium ductu natũ erit. Atq; itidem, quod ex ſecundi in tertium ductu procreabitur: æquale erit ei: quod prodibit ex primi in ultimum ductu. Dici non poteſt: quantam inueſtigantibus lucem ad exquirenda incognita præbeat hæc regula. cuius ea uirtus eſt: ut e quatuor numeris ꝓportionalibus

ſi quis

si quis ignotus fuerit: cæteri, qui noti sunt: latitantem illum prodãt. Atq; ideo si tribus numeris propositis, quispiam inuestigare uelit: quis sit quartus: ad quem tertius ea proportione se habeat: qua primus ad secũdum: multiplicet secundum in tertium: et numerum procreatum diuidat per primum. quod postq̃ factum erit: sectionis numerus quartum demonstrabit. Exempli gratia, si quis scire cupit: quis sit ille numerus: ad quem tria ea proportione se habeant: qua duo ad quatuor? tria in quatuor ducat: et enascentur duodecim. quæ per duo diuidat: et sex prodibunt. Ratio huius rei in promptu est. nam secũdi in tertium multiplicatio producit idem: quod procrearetur: si primus in quartum ignotũ multiplicaretur. Igitur ex secũdi in tertium ductu, quartum uelut in magna turba latitantem habemus: sed quis sit, adhuc ignoramus. Diuisio autem per primũ facta reliquam, qua tectus est: multitudinem ab eo segregat: solumq; relinquit: atq; a cæteris destitutum e latebris in lucem profert. Nam quandocũq; duo numeri inter se multiplicãtur: si productus numerus per alterum diuidatur: partitionis numerus alterũ continebit. Veluti si duo in tria ducas: fient sex. quæ si per duo diuidas: numerus partitionis tria continebit. si per tria: duo. Itaq; ad hunc modum quartus numerus ignoratus exquiritur.

SIMILITER SI TRES NVMERI CONtinue proportionales fuerint: quod ex ductu primi in tertium producetur: æquale deprehendetur ei: quod ex secundi in se ipsum ductu natum erit. Et quod ex secundi in seipsum ductu generabitur: equale erit ei: quod nascetur

ex primi

ex primi in tertium ductu. ad eundemq; modum tertius numerus ignotus exquiritur: dum ſecundus numerus in ſeipſum ducitur: et numerus productus diuiditur per primum: nam ſectionis numerus tertium monſtrabit. puta ſi quis duo ad quatuor comparans ſcire cupit: quis ſit tertius numerus: ad quem quatuor ea proportione ſe habeant: qua duo ad quatuor? medium numerum, quatuor in ſe ipſum ducat: et ſexdecim creabit. quę per duo diuidat: qui primus eſt numerus: et tertius numerus octonarius prodibit. Eadem namq; eſt in utraq; ſpecie, et ratio, et regula, numerum ignotū exquirendi. quod ad plurima inueſtiganda noſſe iuuabit.

HAS proprietates numeri proportionales, vbicumq; occurrunt, ſemper ſecum deferunt: non ſolum, quando per ſe conſyderantur: uerumetiam cum ad res quaſlibet numerandas applicantur: ut eadem ex accidenti in rebus numeratis: quæ in numeris ipſis: inuicem ſit habitudo. Quo fit: ut innumera, quæ uulgus imperſcrutabilia exiſtimat: ex proportionum ſimilitudine ueniant in notitiā: miraculumq; rudibus explicata præbeant.

ET VT a facilibus exemplis primū ordiamur. Quando tritici modij tres triginta nūmis ueneunt: inueſtigemus: octo modiorū tritici quantū erit preciū? Hic palam uidemus duas eſſe proportiones. unā de tribus tritici modijs ad octo tritici modios. Alteram de triginta nummis, trium modiorū precio cognito, ad octo modiorū preciū adhuc ignoratū: quod eadē habitudine ad triginta nūmos reſpondere debet: qua octo modij ad tres modios ſe habent. In omnibus autem proportionibus in ordinem de-

ſignandis, a ſiniſtra incipientes tendimus in dextrã: quẽ admodũ in ſcribendo Græci, Latini, et omnes pene gentes faciunt. Non autem ſicut in numeris per notas ſignãdis Chaldeos ſequimur a dextra ordientes. Itaq; in hoc exemplo. tres tritici modij, qui prioris ſunt proportionis initium: a ſiniſtra primum locum occupare debent. Octo autem tritici modij, qui prioris ſunt proportionis finis: locum ſecundum dextram uerſus. Triginta autem nummi, qui poſterioris proportionis initium exiſtunt: tertium locum a dextra teneant: oportet.

3. 8. 30.

Quartus autem locus adhuc uacans expectat: ut ſimili fine proportio poſterior claudatur: preciumq; in eo reponatur: quod ita ad triginta nummos reſpondeat: quem admodũ ad tres modios modij octo. Id autem per regulã ſupra enarratam facile exquiras: ſi tertium numerum per ſecundum multiplices: numerumq; procreatum diuidas per primum. Igitur triginta, quæ ſunt in tertio loco: multiplicata per octo, quæ ſunt in ſecundo: creant ducenta et quadraginta. quæ, ſi per tria diuidantur: numerus ſectionis octuaginta profert. qui numerus precium octo modiorum indicat, et quarto loco repoſitus proportionem poſteriorem complet. Sic quando tritici tres modij triginta nummis ueneunt: octo conſtabunt octuaginta nũmis.

AD HVIVS EXEMPLI SIMILITVDInem, quandocumq; in rebus numeratis ratione numerorum duæ proportiones habentur: quarum alterius utrũq; extremum tam initium, a quo incipit: q̃ terminũ, in quo deſinit:

desinit: cognoscimus. Alterius autem primum. extremũ, quod eius initium est: scimus: sed eius terminum adhuc ignoramus: prioris initium proportionis: cuius ambo extrema nota sunt: a sinistra primo loco ponamus. eius autem terminum secundo loco dextram uersus. posterioris uero proportionis initium, quod est notum: tertio loco notemus. et tum demum eius terminum ad prioris proportionis similitudinem initio suo respondurum, secundũ regulam paulo ante monstratam, inuestigemus. Initium proportionis (ne quis ambigat) appello eum rerum numerum: qui prior in proportione pręcedit: siue maior extiterit: siue minor. terminum uero eum: qui sequitur: siue minor, siue maior fuerit. Itaq; si posterioris proportionis initium: quod est notum: numerus minor fuerit: q̃ quartus inuestigandus: minor etiam numerus in priori proportione pręcedet. At si posterioris proportionis initium nobis notum numerus maior existat: maior itidem in priori antecedet. Similiter si maior rerum numerus in priori proportione præcedit: maior etiam in posteriori antecedat: necesse est. Sin in priori pręcedat minor: itidem in posteriori fiet. Alioqui proportiones similes non erunt.

ILLVD autem diligenter obseruandum est: ut q̃uis prior proportio res unius speciei, posterior autem res alterius capiat: primus tamen a sinistra situs numerus, qui prioris proportionis est initium: et secundus a dextra positus, qui finem eius complet: res eiusdem speciei numerare debeant. Similiterq; tertius numerus notus, qui proportioni posteriori dat initium: et quartus inuestigãdus, qui finem eius inuentus claudet: in eiusdem speciei rebus

numerandis consentiant. quæ res ad formãdas recte proportionum similitudines plurimum iuuabit. Veluti in exemplo iam dato. in quo prior proportio est de tribus modijs ad octo modios. posterior autem de triginta nũmis ad precium octo modiorum inuestigandum. Idq; uerum erit: ut primus et secundus numerus eiusdẽ speciei res numerent: et similiter tertius et quartus inter se respondeãt, non solum in recta proportionum similitudine: quando sicut primus comparatur ad secundũ: sic tertius ad quartum: uerumetiam in similitudine proportionum conuersa. quando sicut secundus comparatur ad primũ: sic quartus ad tertium. Cęterum si permutatim proportiones uelis comparare, nempe prioris initium ad initium posterioris: et terminum prioris ad posterioris tetminum: tunc primus et tertius numerus eiusdẽ speciei res numerabunt, et tertius et quartus itidem facient. veluti si in exẽplo dato, compares tres modios ad triginta nummos: et octo modios ad precium inuestigandum. Quem modum similitudinem proportionum fabricandi, tametsi sit difficilior: pleriq; omnes qui supputare docent: magis nunc obseruant. quippe qui faciliorem modum rectam proportionũ similitudinem formandi ignorent. Et ad permutatam cõparationem sequendam, incitati uidentur a mercatorum more: qui omnia pecunia ęstimant: quæruntq; inter se: quanti merces quælibet uendantur? quid ꝑ singulis: quid pro uniuersis sit soluendum? comparationem aliarum rerum plurimum ad pecuniam, nonnunq; ipsarum inter ipsas facientes. Verumtamen utramcumq; uiam sequare: regula iam data respondebit. quæ, siue recta, siue permuta-

ta

ta proportionum comparatio fiat: ſemper cum ea congruet. Nobis autem uiſum eſt iuuenum inſtituendorum gratia, in ſingulis ſequentibus queſtionibus ſolum rectam proportionum comparationem, in qua quæq; proportio ambo ſua extrema eiuſdem ſpeciei habet: ut intellectu faciliorem, et magis naturalem ſequi. ne ſi utramq; in ſingulis: quod nihil neceſſe eſt: inſereremus: faſtidium oboriretur legentibus. Quamobrem ante omnia multa cautione eſt opus: ne in rebus numeratis proportionum ſimilitudo: quæ ratione numerorum cõſyderatur: male ſit cõcepta: neue pro ſimilitudine diſſimilitudo nos fallat. At poſtq; ſimilitudo proportionum ſimilitudo cogitatione deprehenſa eſt: cætera per datam regulam facile explicantur.

PORRO vulgus in communi ſermone fere de numero inueſtigando primum quærit. veluti ſi quiſpiam interroget. quanti conſtabunt tritici modij quatuor: quando centum uenduntur mille nummis? Hanc interrogationē conſyderantes, in ea proportiones duas ſtatim deprehendemus. alteram inter centum modios et quatuor modios, habentem notum utrumq; extremū. alteram inter mille nummos et quatuor modiorum precium adhuc ignoratū. Igitur nihil reſpicientes ordinē quærentis vulgi: quod ſemper quidlibet: ut in buccam uenerit. loquitur: nobiſcū conſyderemus proportionem illam inter centum modios et quatuor modios, quam uulgus cum altera confundit: ambo extrema nota habere: atq; ideo alteri præponendā eſſe. Alteram autem proportionem, de mille nummis ad precium adhuc ignoratum poſteriorem fore debere: cuius initium notum, quia maior exiſtit numerus: q̄ quar-

tus inueſtigandus: maior itidem numerus in priori proportione præcedet. quocirca primo loco maiorem prioris numerum, nempe centum notemus. eius autem minorem numerum, quatuor, loco ſecundo. tertio uero loco ſignemus poſterioris initium notum. uidelicet mille.

100 4 1000

Hac ratione proportiones in ordinem aptantes ſecundū datam regulam mille per quatuor multiplicemus, et prodibunt quatuor millia, quæ per centū ſecta faciunt in numero partitionis quadraginta, qui numerus eſt quæſitus.

IN HOC autē exemplo, ſi cui permutatā proportionū ſimilitudinem ſequi magis placet: ſic eas cōparabit. Sicut centum modij ſe habent ad mille nūmos: ſic quatuor modij ad precium inueſtigandū. vt tertio loco numerus medius ponatur: tertiusq; numerus in loco medio. tantilla enim differentia eſt inter rectam proportionū ſimilitudinem, et permutatam. Verū tamen ſiue hanc ſiue illam cōparationē ſequi libet: nihil reſpiciemus ad ordinem quærentis uulgi. Quin potius ad huius exempli formam alia tortuoſe quæſita ad rectam proportionū ſimilitudinē cogitando reduci poſſunt.

HIS DVOBVS exemplis in utraq; proportione res uęnales præceſſerunt: precium uero ſequutū eſt: de quo fuit quæſtio. Nunc exemplum petamus: ubi præcedat precium: quæſtio autem de rerū uęnalium numero ſequatur. Quando octuaginta nūmis tritici modij octo emuntur: quot haberi poſſunt pro triginta nūmis? Hic manifeſte ſunt duæ proportiones. Altera de. 80. nūmis ad nūmos. 30. Altera de octo modijs ad numerū modiorum

inueſtigandū.

inueſtigandū. Et quia in poſteriori proportione numerus modiorum notus maior eſt: q̄ is qui inueſtigatur. preciū quod eſt maius octuaginta nūmorū in priore proportione primū locū tenet. minorq; nūmorū numerus ſecundū. tertiū autem occupat octo modiorū numerus: qui eſt notus. Quæſtioq; fit de numero modiorum ignoto. Digeſtis igitur in ordinem numeris, ad hunc modum.

80. 30. 8.

triginta per octo multiplicentur: et ſurgent ducenta quadraginta. quæ ſi per octuaginta ſint ſecta: numerus ſectionis tria continebit. ſic quando nūmi octuaginta reddūt octo modios: triginta nūmi afferent modios tres. Ita ſi primū exemplum ſupra datum cum hoc conferas: tam illius proportionū loca, q̄ earū extrema ipſa, conuerſa eſſe in hoc exemplo uidebis. qui illic quartus numerus erat: hic primus eſt. qui illic tertius: hic ſecundus. qui illic ſecundus: hic tertius. qui illic primus: hic quartus et poſtremus. quæq; illic proportio erat prior: hic poſterior reperitur: ut facile cuiuis appareat res numeratas rationem numerorum etiam conuerſorū ſequi: nihilq; referre: quæ res numerentur: dummodo proportio illa cuius in rebus numeratis ambo extrema ſunt nota: præcedat: illaq;, cuius initium ſolum notū eſt: ſequatur.

ATQVE IDEO SI QVIS EXPERIRI CVpit: an in quarti numeri inueſtigatione error ſit admiſſus: hac ratione id facile deprehendet: ut in proportionū comparanda ſimilitudine, ambarum ſedes atq; etiam extrema ipſa conuertat. ueluti in exemplo iam dato: quod omnia primo contraria habet. Vel ſi magis libet. ſedes earū ſolas

mutet:

mutet: posteriorēq; ex priori faciat: atq; ex posterioi priorem. Quippe mutatis proportionū simul locis, atq; extremis: uel etiam locis solis: si nihil erratum erit: necesse est eorum numeros sedes mutatas sequi. quare si alij numeri in his inuenti fuerint: propter errorem calculi totum opus ab initio repetendum est. Mercatorum uulgus sumens experimentum, nū quis error interuenerit: hanc locorum in proportionibus mutationem, regulam de tribus conuersam, uocat: cum una tantum sit regula: secundum quam cuiq; licet: quam uelit quæstionem, explicandam proponere.

Q SI QVANDO eueniat: ut rerum numerus ex secundi in tertium ductu, pueniens numero diuisore sit minor: sectionemq; non ferat: tū numerus ille minor in numerum partium in se contentarū est multiplicandus: ut diuisoris sectionem maior per incrementū factus recipere sufficiat. Consyderandumq; est: quale rerum genus numerus ille numerat. puta an argenti libras, aut aureos, qui in nūmorum: quibus æstimantur: numerum multiplicari possunt. an maiora pondera: quæ in numerum librarū, aut unciarum duci. an dolia uini, aut olei: quę in anphorarum, congiorum, aut sextariorum numerum multiplicari. An iugera: quæ in perticarum aut pedum numerum ducta augeri possunt. vel quicq̄ aliud simile. Exemplum huius rei afferamus. Centum oues emptæ sunt aureis uiginti: quanti constiterunt tres? Proportionibus recte in ordinem redactis ad hunc modum.

100 3 20

Secundus numerus ternarius in tertium uiginti aureorū

ductus

ductus creabit ſexaginta. qui numerus, quoniam per centum diuidi nequit: ſoluamus aureos illos in uiliorem pecuniam. et quoniam ſinguli aurei (de angelis nũc loquor) æſtimantur octuaginta nũmis: in illum nũmorũ numerũ aureos uiginti ducamus. et prodibunt quatuor millia et octingenta. qui numerus maior eſt diuiſore centenario: per quem ſectus in numero partitionis prodire faciet quadraginta octo. Sic quando. 100. oues emuntur. 20. aureis. 3. conſtabunt. 48. nũmis. Nec quẽpiam illud moneat: ꝙ in ſecunda proportione finis initio, id eſt, quartus locus tertio non uideatur reſpondere: ꝙ hic nũmos, ille aureos habeat: cum uterꝙ locus idem rerum genus, nempe pecuniam contineat. licet pecunia maior in minutiorẽ, uelut in partes ſuas ideo ſoluta ſit: ut diuiſoris ſectionem numerus diuidendus caperet.

VBI AVTEM ex diuiſione reliquum quidpiam erit: quod per diuiſorem amplius ſecari non poſſit: ſimiliter reliqui numeratorem in partes ſuas notas: ſi quas huiuſmodi habeat: alioqui in partes pro arbitrio denominandas, multiplicetur: ut diuiſoris, qui denominator eſt: ſectionẽ maius factũ pati poſſit. quæ cum peracta erit: numerus partitionis manifeſtabit: pro quot partibus, uel notis, uel denominandis ipſum reliquũ ualeat. quemadmodũ in ſuperiori libro de reliqui ęſtimatione facienda diximus. Exempli gratia. Si nouem ulnę panni (ut mercatorijs uocabulis utamur) conſtiterunt tribus aureis: quanti empti eſt una? Proportionibus in ordinẽ diſpoſitis: ut nouem primo loco ſint. unum ſecundo. tria tertio.

9. 1. 3.

quia unitas nullum numerū multiplicat: ſolum ſupereſt: ut tertius trium aureorum locus diuidatur per primū numerū, nouem. quod quoniam fieri nequit: redigendi ſunt aurei ad uiliorem pecuniā, aureusq; puta eſtimetur. 80. nūmis. nam ſic eſtimantur Angeli. numerusq; aureorum ductus in numerū nūmorum procreabit. 240. quę cum per nouē ſecta ſint numerus partitionis proferet. 26. nūmos. et reliquæ erunt $\frac{6}{9}$. et quia nūmi partes notas habent quadrantes: quorum quatuor pro nūmo ualent. ſex in quatuor ducamus. et fient. 24. iterum ea ſecta per nouem in numero partitionis educunt duo: et adhuc reſtāt $\frac{6}{9}$ unius quadrantis. Et quia quadrans minores partes apud nos notas non habet: per partes quaſlibet denominandas, puta quatuor illum eſtimemus. iterūq; ducamus ſex, reliqui numeratorem in quatuor. et denuo fient. 24. quæ rurſus diuiſa per nouem in numero ſectionis duo facient. et adhuc ſuperſunt $\frac{6}{9}$ unius quartæ partis unius quadrantis. quas ſi cuipiā amplius minutias ſectari libet: poteſt ultra diuidere in partes: quaſcumq; uelit. Igitur quando nouem vlnæ tribus aureis emptæ ſunt: vna ulna conſtitit. 26. nūmis, duobus quadrantibus, et duabus quartis unius quadrantis, ac ſex nonis unius quartæ partis unius quadrantis. $\frac{6}{9}$ reductæ faciunt $\frac{2}{3}$.

ILLVD HOC loco admonendum eſſe duximus: quoniam unitas quemuis numerū multiplicans, aut diuidens

nihil

nihil eum omnino uel auget, uel diminuit: quandocūq; proportionibus in ordinem: ſecundum q̄ ante dictū eſt: digeſtis, ipſa unitas primū locum tenebit: nulla diuiſione opus eſt. Quemadmodum ſi ea ſecundum aut tertium locum occupabit: ſecundi in tertium ductus non eſt neceſſarius. immo tunc ſufficiet: ſi maior alteruter eorū numerus per primū diuidatur. Exemplum, quando unitas primū occupat ſocum. Quando piperis libra ſexdecim nummis conſtat: centum librarum quantū erit preciū? Diſpoſitis in ordinem proportionum numeris,

1. 100. 16.

Tertij numeri precium indicantis in ſecundū centenariū multiplicatio abſq; ulla diuiſione rem totam expedit. Exemplum, quando unitas ſecundum locū tenet. Quando mille aurei ſex captiuos redimunt: quanti ad eam rationē redimi poteſt unus? numeris ſic ſignatis.

6. 1. 1000.

Poſt tertij numeri millenarij ſolam diuiſionem per primū ſenariū factam res eſt expedita. Similiter etiam fiat: ſi tertium locum unitas tenebit.

QVANDO MINVTIAE OCCVRRVNT IN REGVLA DE TRIBVS NOTIS QVARTVM IGNOTVM MONSTRANTIBVS QVID SIT FACIENDVM.

SI PROPORTIONIBVS IN ORDINEM aptatis, in quouis trium locorū minutiæ interueniant: integri numeri illius loci, ſi qui ſunt admixti:

ſtatim in minutias redigãtur. id quod fiet: ſi numerus integrorum per minutiarum appoſitarum denominatorem multiplicetur: et numero procreato earũ numerator addatur. eiq; ſic aucto, ſub linea interiecta, ſubdatur denominator. quemadmodum in ſuperiori libro docuimus, de integris in minutias ſoluendis præcipientes. In eo autem loco, in quo nullæ interceſſerunt minutię: numeri integri velut minutiæ per unitatem ſub linea, ſubdendam ſcribãtur: vt omnia loca formam minutiarum referant. Deinde ſecundi loci in tertium multiplicatio, et numeri producti diuiſio fiat: quemadmodum de minutijs præceptũ eſt. Exemplum vnum ſuffecerit eiuſmodi. Quando ſerici tres ulnæ cum dimidio: vt mercatorijs uocabulis utamur: ſex aureis ſunt emptæ: quanti conſtiterunt tres quartę? Integris primi loci ſolutis in minutias, ſeptem orientur ſecundæ $\frac{7}{2}$. Locusq; ſecũdus ſolas continet minutias $\frac{3}{4}$. Locus integrorum tertius in ſpeciem minutiarum ſic ſcribendus $\frac{6}{1}$. Itaq; ſic locatis minutijs

$$\frac{7}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{6}{1}$$

ex ſecundi loci in tetiũ ductu naſcentur $\frac{18}{4}$. quę diuiſa per $\frac{7}{2}$ educũt $\frac{36}{28}$. Ea conſtituũt unum integrum. et reſtant $\frac{8}{28}$ quæ, ad minimam nomenclaturam redactæ, faciunt duas ſeptimas. Atq; hoc pacto, quando tres ulnæ ſerici cũ dimidio emptæ ſunt ſex aureis. $\frac{3}{4}$ unius ulnæ uno aureo et duabus ſeptimis conſtiterunt. Qz ſi minutiarum minutiæ

tiæ uel ſimplicibus minutijs, uel integris admixtæ ſeſe offerent: anteq̃ opus aggredimur: reducenda ſunt omnia in vnam minutiarũ faciem. quemadmodum ſuperiori libro docuimus. poſteaq̃ fiat multiplicatio, et diuiſio: ſicut in minutijs fieri conſueuit.

PECVNIAE CVIVSVIS IN QVAMLIBET PERMVTATIO QVOMODO SIT FACIENDA.

Quæſtio. 2.

SI QVISPIAM AB ALIQVA REGIONE in aliam longe profecturus ad periculum a latronibus uitandum, pecuniam eius nationis, unde proficiſcitur: menſarijs dare uelit: vt eius eſtimationem illic, quo iter deſtinat: recipiat: ſcireq̃ cupiat: quantum in illius regionis pecunia ſit habiturus? Id hoc modo facillime dinoſcat. Principio maiorem quãuis pecuniam in uiliorem per multiplicationem redigi: contraq̃ uiliorem in quamlibet maiorem per diuiſionem reduci, pene manifeſtius eſt: q̃ ut ſit admonendum. Quamobrem pecuniam permutaturus primũ animaduertat: quot minutioribus nũmis illius regionis, ubi fit permutatio: menſarius unũ aureũ regionis alterius, quo iter adornat: æſtimat. Qua de re cum eo pacta inire oportet. Quod cum obſeruauerit: omnem illam pecuniæ ſummam, quam menſario daturus eſt: ſiue in argenti libris, ſiue in aureis fuerit: in eoſdẽ nũmos minutiores redigat. Id quod fiet e ueſtigio: ſi totius ſummæ permutandæ numerũ in eum nũmorum eorum-

dem numerum, quo pars ipſius, puta libra una uel aureus unus æſtimatur: multiplicet. Deinde numerū ex hoc enaſcentem per ſummam ęſtimationis unius aurei illius regionis, quo iter parat: diuidat. et numerus ſectionis pateſaciet: quot illic aureos ſit recepturus. Cuius rei ratio per regulam de tribus notis quartum ignotū proferentibus, palam nobis conſtabit. vti mox in exemplo dicemus.

ROMAM ꝑfecturus quiſpiā mille aureos āgelos, octuaginta nūmis ſingulos æſtimatos, menſarijs tradidit: vt Romæ ei redderent aureos ducatos. conuenitq; in ſingulos quinquaginta quatuor nūmos, Romæ ſingulos aureos ducatos reddi. ſcire cupit quot ducati Romæ ſunt reddendi? Primū aureis angelis mille multiplicatis in octuaginta nūmorum numerum, qui numerus unius aurei ęſtimationem capit: ſurgunt octuaginta nūmorum millia. quæ nūmorū ſumma facile in ducatos cōmutatur: ſi quis ſecū conſyderet: Quæ proportio eſt inter quinquaginta quatuor nūmos: qui pro uno ducato de cōpacto ualent: et octuaginta nūmorum millia: quibus mille aurei angeli æſtimantur: eandem, inter unum ducatū et numerū ducatorū inueſtigandum eſſe debere. Vel ſi magis libet, permutatim. Quæ proportio eſt inter quinquaginta quatuor nūmos et unum ducatum: eandem eſſe inter octuaginta nūmorum millia et numerum ducatorū exquirendum. Itaq; proportionibus in ordinem diſpoſitis, ad hūc modum.

54. 80000. 1.

Quia ſecundus numerus octuaginta millium, per tertiū vnitatis numerum nihil augetur: ſola ſecundi diuiſio per primū

primum numerum quinquagenarium facta ſufficiet. quæ in numero partitionis prodire faciet mille quadringenta octuaginta unum. et uiginti ſex nūmi ſuperſunt. qui numerus eſt aureorum, Romæ ex pacto reddendus.

ET QVAMVIS in pecuniarum permutatione, quæ ab alia regione in aliam frequentatur: pecunia aliqua uilior plurimū quæratur: qua utriuſq; nationis pecunia maior ſecundum ſui precium prius æſtimetur: q̄ ad proportionū regulam iam datam numeri applicari poſſint. Veluti in exemplo proximo. qui modus et facilis eſt: et expeditus. interdū tamen breuior uia reperitur. Quippe quādo aliquis argenti librarum, aut aureorū, aut cuiuſuis pecuniæ numerus illius regionis, ubi fit permutatio: alicui uel librarum, uel aureorum, uel cuiuſlibet pecuniæ numero, in ea regione: in quam commutamus: ita ex pacto reſpondet. vt nihil omnino uel deſit: uel ſuperſit. tum abſq; ulla in uiliores nūmos reductione facienda, ſtatim ad proportionū regulam numeros applicabimus. Exempli gratia. tres aurei angeli pro quinq; coronatis gallicis ualent. mille angeli quot coronatos reddent? Conſyderatis proportionibus, deprehendemus. quæ ꝓportio eſt inter tres aureos angelos, et mille: eandem, inter quinq; coronatos et numerum coronatorū exquirendum eſſe debere. Vel ſi libet, permutatim. quæ proportio eſt inter tres aureos angelos et quinq; coronatos: eandem eſſe inter mille angelos, et numerum coronatorum inueſtigandum.

3. 1000. 5.

Facientes igitur id quod iubet regula, comperiemus aureos angelos mille reddere coronatos mille ſexcentos ſexaginta

aginta ſex et duas tertias unius coronati.

SOCIETATIS REGVLA.

Quæſtio .3.

TRES MERCATORES SOCIETAtem inierunt, ſuas quiſq; pecuniæ partes in medium conferentes. quorum primus nonaginta aureos attulit. ſecundus ſexaginta. tertius quinquaginta. atq; impigre mercaturam exercentes centum aureos lucri fecerunt. quos inter ſe diuidere cupientes ambigunt: quãtum cuiq; ſecundum pecuniæ collatę portionem, de lucro ſit ceſſurum. Hanc quęſtionem altius nobiſcum conſyderantes confeſtim animaduertemus id, quod in omni ſocietate ſemper conſyderandum eſt: lucrum hoc commune centum aureorum ex communi omnium accreuiſſe pecunia. et quemadmodum pecunia communis commune lucrum peperit: ita ſuam cuiuſq; pecuniam id attuliſſe lucri: quod ad quemq; pro ſua portione pertinebit. Quare ſicut omnium partes ſimul additæ ſe habent ad ſingulorũ partes: ſic omnium commune lucrum ad lucrũ ſingulorum ſe habere debet. Et permutatim. ſicut omnium partes ſimul additæ ſe habent ad commune lucrum: ſic partes ſingulorum ad ſingulorum lucrum ſe habere debent. Itaq; hæſitationem hanc ad regulam quatuor proportionalium applicantes, ſtatim eam explicabimus. Quocirca primus locus omnes omniũ partes in ſocietatem collatas ſimul additas habere debet. Secundus autem ſuam cuiuſq; pecuniæ partem ſeparatim aliam ſub alia notatã. Tertius uero commune lucrũ. Poſt eã numerorũ ordinationem pecuniæ

cuniæ pars a quolibet collata seorsum in lucrum cõmune ducatur. et numerus ex hoc enatus per omnium partium summam simul additam diuidatur. Ita cuiusq; partitionis numerus lucrum singulorum patefaciet. quod quarto loco, e regione partis cuiusq; collatæ, statuendũ est, eo modo: qui ante oculos numerorũ notis hic subsignatur.

90 Primo. 45.
200 60 100 lucri fiunt pro Secũdo. 30.
50 Tertio. 25.

In omnibus autem societatis regulis, an recte sit supputatum: specimen hinc capere licet. si lucra singulorum simul addita communis lucri summam reddant.

MINVTIAE etiam, si quæ restabunt: per additionẽ colligantur. atq; integra, quę ex his creabuntur: integrorum addantur numero. Cuiusmodi exemplum erit. si primus contulit quadraginta. secũdus triginta. tertius uiginti. de qua pecunia communi quinquaginta lucri fiunt.

40 Primi 22 et $\frac{20}{90}$ quæ faciũt $\frac{2}{9}$
90 30 50 Luccrũ Secũdi 16 et $\frac{60}{90}$ quæ faciũt $\frac{6}{9}$
20 Tertij 11 et $\frac{10}{90}$ quæ faciũt $\frac{1}{9}$

Reliquæ omnes minutiæ in hoc exemplo simul additę faciunt unum integrum. et singulorum lucra addita creant quadraginta nouem. sic surgunt quinquaginta: quæ communi lucro respondent.

SOCIETATIS REGVLA SECVNDA, IN QVA TEMPORVM DIVERSITAS INTERVENIT.

Quęstio. 4.

TRIVM MERCATORVM SOCIETATEM ineuntium, primus quadraginta quatuor aureos cõtulit in medium: atq; octo mensibus in societate permansit. Secundus triginta duos conferens aureos, perstetit in societate mensibus sex. Tertius, qui attulit aureos uiginti quatuor: in societate menses quatuor mansit. ex quibus lucri facti sunt aurei octoginta. Ambigi potest: quãtum cuiq; lucri, secundum temporis et pecuniæ quantitatem, debeatur. In hac hæsitatione atq; eius similibus, altius intuenti primum illud occurrit: quod in omni societate consyderandum esse superiori regula diximus. uidelicet, ut sicut omnium partes simul additę se habent ad singulorum partes: sic omnium commune luerum ad lucrũ singulorũ se habere debeat. Et permutatim. sicut de omnium partibus simul additis occurrit comparatio ad commune lucrum: sic de singulorum partibus ad lucrum singulorum. Cæterum hæc comparatio geminam consyderationem habet, tam temporis inæqualis, q̃ inęqualis pecuniæ. quorum utrumq; ad cuiusq; lucrum excutiendum parem cogitationem requirit: nec alterum ab altero seiungi potest. quando nec pecunia cuiusq; sine suo tempore, cuiq; lucrum attulit: nec cuiusq; tempus sine sua pecunia. Immo uero sicut omnium pecunia simul addita atq; omnium tempora coaceruata, commune lucrũ uniuersis peperit:

perit: ita cuiuſq; pecunia connexa cum ſuo tempore: cuiq; lucrū dedit. Itaq; cum de pecunia et tempore cuiuſq;, quæ ſeparari non poſſunt: gemina comparatio ſimul fieri debeat, tam ad aliorum pecunias et eorū tempora: q̄ ad cōmune lucrum, et lucrum cuiuſq; ſuum: pecuniam cuiuſq; per ſuum ipſius tempus multiplicare oportet. Quo fiet: ut numerus ex hoc productus proportiones partium ſuarū, eorum inquam numerorum: ex quibus in ſe ductis enatus eſt: comprehendat. Etenim ſecundū EVCLIDIS ſcitum. Omnium duorum numerorum compoſitorū proportio alterius ad alterum eſt ex laterū ſuorum producta proportionibus. Latera numerorum EVCLIDES uocat, quorum multiplicatione numeri producuntur. Poſtquā multiplicationē cuiuſq; tēporis cū ſua ipſius pecunia ſeparatim factā, quoniā ſingulæ pecuniæ partes cū ſingulis temporis multiplicando coiuerunt: unusq; numerus, ſic de utroq; factus eſt: ut de gemina comparatione proportio una uirtutem utriuſq; complectens prodiuerit: numeri ipſi procreati ſeorſum ſunt notādi: ut ad regulam ſocietatis applicari poſſint. Quippe ſicut omnium pecunia cum omniū tempore coniuncta ſe habet ad ſuam cuiuſq; pecuniā, copulatam cum ſuo tempore: ſic lucrum omniū cōmune ad ſuum cuiuſq; lucrum ſe habere debet. Et permutatim, ſicut omnium pecunia cum omniū tempore copulata ſe habet ad cōmune lucrum: ſic ſua cuiuſq; pecunia cum ſuo tempore connexa, ad ſuum cuiuſq; lucrum ſe habere debet. Itaq; per regulam quatuor proportionaliū quęſitū explicabitur: ſi numeri omnes ex temporis et pecuniæ multiplicatione ſeorſum procreati ſimul addantur:

ſummæq; ex his collectæ primus locus detur. Secundus autẽ aſſignetur numeris ſeorſum enatis ex unius cuiuſq; pecuniæ ductu in ſuũ tempus: ut ſeparatim alius ſub alio notetur. Tertius uero locus lucrum cõmune partum habeat. Deinde ſeorſum ſecundi loci numerus cuiuſq; procreatus ducatur in commune lucrum: quod tertij loci eſt. numerusq; ex hoc enatus per primi loci numerũ diuidatur. quemadmodum in proxima ſocietatis regula dictum eſt. et numerus ſectionis declarabit: quantum cuiq; lucri ſecũdum temporis et pecuniæ quantitatẽ debeatur. quod quarto loco e regione cuiuſq; pecuniæ reponendum eſt, ad hunc modum.

	352			Primus 44
640	192	80	Lucrum facit	Secũdus 24
	96			Tertius 12

SOCIETATIS REGVLA TERTIA: QVANdo temporibus intermiſſis, uarię ſummæ interdum communicatę, interdum ſubductæ fuerunt.

Quæſtio. 5.

QVATVOR MERCATORES SOCIEtatem inierunt biennio duraturam, paciſcentes: ut pro portione pecuniæ conferendæ lucrũ cuiq; accreſceret. quorum primus ab initio triginta aureos contulit: et poſt octauum menſem tranſactum, eorũ decem de medio ſubduxit. Iterumq; viceſimo menſe inchoante, duodecim aureos in ſocietatem intulit. Secundus a principio

cipio viginti quatuor aureos attulit: ac poſt ſextum menſem abſtulit octo. Denuoq; ſextidecimi menſis exordio, quatuordecim in commune exhibuit. Tertius ſtatim ab inita ſocietate, viginti aureos intulit: peractisq; menſibus ſeptem, omnem ſuam pecuniã de medio exemit. rurſusq; menſe decimo octauo incipiente, ſexdecim impoſuit aureos. Quartus demum ſeptimo menſe inchoante decem et octo aureos pro ſe contulit: atq; horum nouem abſtulit poſt quartum menſem finitum. Iterumq; decimo ſeptimo menſe exordiente, quindecim in ſocietatem addidit. De quorũ omnium pecunia cõmuniter in ſocietatem collata, lucri facti ſunt aurei centum. Ambigitur tranſacto biennio, quantum cuiq; lucri cedet. Hæſitatio hæc propter intricatam tum ſummarũ, tum temporum varietatem, plus induſtriæ q̃ acuminis exigit. Siquidem propius rem contemplantibus, illud manifeſtum eſt, ſicut communis omnium pecunia cum omniũ temporibus coniuncta cõmune lucrum attulit: itidem ſuam cuiuſq; pecuniam cum ſuo tempore copulatam ſuum cuiq; lucrũ afferre par eſſe. Singula igitur cuiuſq; mercatoris tempora, quibus ſumma quæq; ipſius vel in ſocietatem cõmunicata, vel de medio exempta fuit: in pecunias ipſorum temporũ ſeorſum multiplicata, ſimul ſunt addenda. Quę pecuniarum cum tempore coniunctio, cũ ad eum modũ per ſingulos mercatores abſoluta erit: quatuor proportionalium regula rem totam ſic expediet: quemadmodũ proximo capite latius edocuimus. Quod ipſum ſatis fuerit eruditis oſtendiſſe. Ceterum quoniam hæc pecuniarum in ſocietatem importatio atq; exportatio, alio atq; alio tempore facta

maiorem in fronte q̃ in receſſu difficultatem oſtentat: ne quem terreat tam varia rerum facies: nodum hunc explicabimus: vt auſpicantibus viam monſtremus, ſimilia: ſi qua occurrent: ſoluendi.

Primus itaq; mercator a principio triginta aureos. 8. mẽſibus in ſocietate habuit. vt igitur tempus illud cum pecunia copuletur. 8. in. 30. ducantur. et fient. 240. quæ ſeorſum tantiſper, dum alia expediuntur: notanda ſunt.

Poſt octauum menſem finitum, vſq; ad viceſimũ, decem aureis ſubductis, ſoli. 20. reliqui manſerũt, vndecim mẽſibus medijs. 11. igitur in. 20. ductis, creãtur. 220. quę ſimiliter interim notentur ſeorſum. Poſtea viceſimo menſe, ad viginti aureos, qui adhuc in ſocietate remanſerunt: alij. 12. ſunt illati. Hæ duæ ſummæ ſimul additæ faciũt aureos. 32. qui menſibus quinq; vſq; in finem anni communes fuerunt. Igitur. 5. in. 32. ducta educunt. 160. quæ ſub alijs ſummis ſeorſum notatis ponantur. Deinde illæ omnes ſummæ ſeorſum notatæ ſimul addantur: et prouenient. 620. Ea ſũma ſurgit ex omnibus primi mercatoris tum ſummis, tum menſibus ſimul coeuntibus.

Secundus autem mercator ab initio. 24. aureos ſex menſibus in ſocietatem cõmunicauit. quare. 6. in. 24. ducta producent. 144. quæ ſeorſum notentur. A ſexto autem menſe tranſacto vſq; ad ſextum decimum, nouem menſibus medijs, cum octo aurei ſubducti eſſent: relicti erant 16. quocirca. 9. in. 16. ducta creabunt. 144. ſeorſum ſimiliter notanda. Demum menſe decimo ſexto. 14. aurei in ſocietatem illati additi ad priores. 16. faciunt. 30. q nouẽ menſibus reliquis cõmunes fuerũt. 9. itaq; in tri-

ginta

ginta ducta procreabunt. 270. quæ ad reliquas ſummas ſeorſum notatas addita producũt. 558. Ea ſumma eſt et temporum et pecuniæ ſecundi mercatoris ſimul coniunctorũ. Tertius mercator ſtatim ab inita ſocietate. 20. aureos inferens, ſeptem menſibus eos in ſocietate reliquit. et ideo. 7. in. 20. ducta, creabunt. 140. quæ ſeorſum ſignentur. Poſt menſem autem ſeptimum finitum, cum pecuniam ſuam omnem exemiſſet: nihil cum ęteris habuit cõmune uſq; ad decimum octauum menſem. in cuius initio denuo. 16. in ſocietatem intulit. quę per. 7. numerũ menſium relictum multiplicata producunt. 112. ea priori ſummę ſeorſum notatæ addita procreant. 252. Quę ſumma eſt et temporũ et pecuniarum tertij mercatoris ſimul coeuntium. Quartus mercator ſeptimo demum menſe inchoante. 18. aureos conferens. 4. menſibus eos in ſocietate continuit. quamobrem. 4. in. 18. ducta, progenerant. 72. quæ ſeorſũ ſubnotemus. A fine autem quarti menſis poſt illatam pecuniam tranſacti, uſq; ad menſem decimũ ſeptimũ, ſublatis nouem aureis, adhuc. 9. reſtabãt mẽſibus ſex medijs. ea propter. 6. in. 9. ducta educunt. 54. ſeorſum et ipſa notanda. Decimo ſeptimo mẽſe incipiente, ad. 9. quę in ſocietate remanſerant. 15. adiunxit. quæ faciũt. 24. ea per. 8. numerum menſium relictum, multiplicata educent. 192. quæ ad alias ſummas ſeorſum ſignatas addita, perficient. 138. ea ſumma eſt tũ mẽſium, tum pecuniarũ quarti mercatoris. Iam uero ſingulorum mercatorum temporibus cum ſuis pecunijs cõnexis, ſupereſt: ut omniũ ſũmæ ſeorſum annotatæ ſimul addantur. Inde ſurgent. 1748. quæ ſumma ex omnibus

tum

tum pecunijs tum menſibus omnium mercatorũ collecta primum locum tenebit. Secundum uero ſingulorum ſummæ tum pecunias cuiuſq; tum menſes complectentes, ſeorſum alię ſub alijs notatæ. Tertium autem locum commune lucrum habebit. Deinde ſecundũ regulam quatuor proportionalium multiplicatio, et diuiſio fiat. et lucrum in quarto loco patefiet, ad hunc modum.

	620		Primi 35 et	$\frac{205}{437}$
	558		Secũdi 31 et	$\frac{403}{437}$
1748		100 Lucrũ		
	252		Tertij 14 et	$\frac{182}{437}$
	318		Quarti 18 et	$\frac{84}{437}$

DIVERSARVM REGIONVM PONDERIS COAEQVATIO.

Quæſtio. 6.

CENTVM PONDO AB ALEXANDRIA in Angliam deportata reddunt pondo ſeptuaginta quinq;. quantũ reddent Alexandriæ Anglica pondo ducenta triginta ſex? Rem conſyderanti facile ſuccurrit. quę proportio eſt inter ſeptuaginta quinq; pondo Anglica, et ducenta triginta ſex Anglica: eãdem eſſe inter centũ Alexandrina et numerum, quem de Alexandrinis quęrimus. Et permutatim. quę proportio eſt inter ſeptuaginta quinq; Anglica et centum Alexandrina: eandem inter. 236. Anglica, et numerum, quem de Alexandrinis quęrimus:

eſſe

esse debere. Quocirca primo loco positis. 75. Secundo 236. Tertio. 100. quatuor proportionalium regula deprehendit ducenta triginta sex pondo Britannica reddere Alexandrię trecenta quatuordecim et $\frac{50}{75}$. quæ sunt $\frac{10}{15}$.

Anglica	Anglica	Alexãdrina	Alexãdrina
75	236	100	314 $\frac{50}{75}$ quę sunt $\frac{10}{15}$

LVCRI EXPLORATIO.

Quęstio. 7.

SI DE CENTVM AVREIS AVREI DVodecim in annum lucri fiant: Secundum eam rationem de aureis septuaginta nouem quãtum lucri in annũ crescet? Facile est explicatu. nam quæ proportio est numeri centenarij ad septuaginta nouem: eadem erit numeri duodenarij ad lucrũ quęsitum. Et permutatim, quæ proportio est numeri centenarij ad duodecim: eadem erit de septuaginta nouẽ ad lucrũ inuestigatũ. dispositis itaq; in ordinem numeris, ut primum locum centum teneant. Secundum septuaginta nouem. Tertium duodecim. quatuor proportionalium regula demonstrat ex aureis. 79. lucri fieri aureos nouem, et $\frac{48}{100}$. quæ sunt $\frac{12}{25}$.

Aurei	Aurei	Lucrum	Lucrum
100	79	12	9 $\frac{48}{100}$. quæ sunt $\frac{12}{25}$

Hoc lucrum per omnia par est usurę centesimæ. qua maiorem apud Romanos leges non permittunt. De singulis namq; centenis duodena quotannis in fœnus usura cen-

teſima exigit. quæ ideo centeſimę nomen habet: ꝙ cum in menſes uſurę debeantur: pars ſortis centeſima ſingulis menſibus in uſuram uenit: centeſimoꝙ demū menſe ſortem fœnus æquat. Intra centeſimam minores uſurę interdum centeſimæ dodrantem, interdum beſſem, in menſes reddunt. quæ etiam ipſę graues exiſtimantur. At mediocres putantur, quæ eius ſemiſſem in menſes pendūt. Quæ uero non ultra centeſimæ trientem, aut quadrantem, aut ſextantē in menſes pariunt: ciuiles habentur, et humanę.

LVCRI EXPLORATIO IN TEMPORE MAIORI Queſtio. 8.

MERCATOR EX AVREIS SEPTVaginta per menſes tres lucri fecit quinꝙ. quātum lucri tredecim menſibus ex aureis ſeptuaginta obueniet? Duæ proportionēs deprehenduntur. Altera de tribus mēſibus ad mēſes. 13. Altera de quinꝙ lucri factis ad numerū inueſtigatum. Nam ſicut tres mēſes ſe habent ad menſes tredecim: ſic quinꝙ lucri facta ad numerum quæſitum. Et permutatim. ſicut tres menſes ad quinꝙ lucri facta ſe habent: ſic. 13. menſes ad numerū inueſtigatum. Quare quatuor proportionalium regula duce, primo loco ſtatuentes. 3. Secūdo. 13. Tertio. 5. comperiemus aureos viginti unum, et duas tertias. 13. menſibus lucri fieri.

Menſes	Menſes	Aurei	Aurei	
3	13	5	21	$\frac{2}{3}$

Temporis

TEMPORIS INVESTIGATIO IN LVCRO MAIORI.

Quęstio. 9.

QVI PER MENSES QVATVOR EX aureis nonaginta lucri fecit quinq; : scire cupit : quanto tempore ijdem aurei lucri centum reddent ? Hæsitatio hæc proximæ similis est : præterq; q; hic de tempore illic de lucro fit inuestigatio. Simili igitur modo soluenda est. Quippe duę proportiones apparent. Nā sicut quinq; aurei lucri facti se habent ad aureos centum lucri faciendos : sic quatuor mēses quibus quinq; aurei lucri accreuerunt : ad numerum mensium inuestigatum. Et permutatim, sicut quinq; aurei lucri facti se habēt ad mēses. 4. sic. 100. aurei lucri faciendi ad numerum mensiū, de quo quæsitum est. Primo igitur loco notatis. 5. Secūdo. 100. Tertio. 4. Regula quatuor proportionaliū aureos. 100. ex. 90. lucri fieri mēsibus. 80. manifestat. qui numerus mensium creat annos sex et menses octo.

Aurei	Aurei	Menses	Menses
5	100	4	80

LVCRI INVESTIGATIO EX MAIORI pecunia secundum respectum lucri ex summa minori

Quęstio. 10.

MERCATOR QVISPIAM TRIBVS mensibus ex decem aureis lucri fecit quatuor: scire cupit ad eandem rationem ex sexcentis aureis decem et octo mensibus, quot aurei lucri fieri possunt ?

Nullum hæſitationis genus frequẽtius, q̃ huiuſmodi eſt: inter mercatores: dum ſecum deliberant de quouis mercimonij genere: ſi pecunias ſuas in id impendant: quanto tempore quantũ lucri poterit acquiri. Ad hanc rem expedite diſcutiendam in primis illud fieri oportet: quod faciendum eſt: quoties in duabus proportionibus cum pecuniæ certę diuerſitate temporis certi diuerſitas concurrit: ut pecuniæ quæq; ſumma per ſuũ tempus multiplicetur: vnusq; ita numerus vim utriuſq; complexus producatur ex ambobus. qui deinde cum lucro per ea parto comparetur. Quo fiet: vt in ordinem proportiones ambæ redigi ſtatim poſſint. quemadmodum in proximis quæſtionibus diximus. Nam duas proportiones rem conſyderantes comperiemus. quarũ alterius ambo extrema ſunt cognita. Alterius uero alterum ſolum. Nam quæ proportio eſt inter decem aureos cum ſuo tempore trium menſium copulatos et aureos ſexcentos cum ſuo tempore menſiũ decem et octo iũctos: cuius proportionis ambo extrema ſunt cognita: eandem eſſe debere lucri quatuor aureorum noti ad lucrum illud: quod ignoratũ inquirimus. Et permutatim. quę proportio eſt inter aureos decem connexos cum ſuo tempore trium menſium, et lucrum quatuor aureorum cognitum: eadem deprehendetur inter ſexcentos aureos coniunctos cum ſuo tempore menſium decem et octo, et lucrum illud: quod ueſtigamus. Facta itaq; aureorum decem multiplicatione per ſuum tempus triũ menſiũ, ſurgunt triginta. Rurſusq;, ſi in ſexcentos aureos ducantur decem et octo, ſuorum menſium numerus: prodibunt decem millia et octingenta. Poſtea quatuor proportionaliũ

tionalium regula nobis eam sequentibus negociũ explicabit: si primo loco triginta. Secundo decem millia et octingenta. Tertio quatuor: quod lucrum nobis notũ est: ponamus. Ita deprehendemus ex sexcentis aureis mensibus decẽ et octo lucri fieri aureos mille quadringentos et quadraginta.

		Lucrum	Lucrum
30	10800	4	1440

Hic inuestigatum est: quantum accrescet lucri.

TEMPORIS INVESTIGATIO IN LVcro maiori secundum respectum temporis in lucro minori.

Quæstio. 11.

FREQVENTER ETIAM MERCATOres inuertunt huiusmodi quęstionem: vt de tempore sit hæsitatio. veluti si quispiam: qui tribus mensibus ex decem aureis lucri fecit quatuor: scire cupiat ad eandem rationem: quot mensibus ex sexcentis aureis mille quadringentos et quadraginta lucri facere potest? In hac quæstione lucrũ in utraq; proportione certũ. tempus uero in altera adhuc ignoratum. Quare multiplicatio pecuniæ certę per ignotũ tempus fieri nequaq; potest: vt ambas proportiones ad quatuor proportionalium regulam semel applicare sufficiat. Alia igitur uia tentanda est. Et rem consyderantibus in primis ad exemplum lucri quatuor aureorũ, quod ex decem aureis mensibus tribus creuit: excutiendum uidetur: quãtum lucri aurei sexcenti mẽsibus tribus pariẽt. Id quod facile discuti potest:

si cogitemus duas hic proportiones reperiri. Alterã de aureis decem ad sexcentos. Alterã de quatuor aureorũ lucro ad lucrum illud: quod exquirimus. Nam sicut aurei decem se habent ad sexcentos: sic quatuor aureorum lucrum ad lucrum exquirendum. Et permutatim. sicut aurei decem se habent ad lucrum quatuor aureorum: sic aurei sexcenti ad lucrum inuestigandum. Itaq; primo loco positis. 10. Secundo. 600. Tertio. 4. per quatuor proportionalium regulam comperiemus ex. 600. aureis, mensibus tribus lucri fieri. 240. Deinde postq̃ compertum est: quantum lucri menses tres ex aureis sexcentis afferunt: continuo deprehendetur: quot mensibus aurei mille quadringenti et quinquaginta ex sexcentis lucri fieri possunt. Nam quæ proportio est aureorum ducentorum et quadraginta: qui tribus mensibus lucri fiunt: ad aureos mille quadringentos et quadraginta: eadem erit temporis trimestris ad numerum mensium inuestigandũ. Et permutatim. sicut ducenti et quadraginta aurei, qui trium mensium sunt lucrũ: se habent ad tres menses. sic aurei mille quadringenti et quadraginta se habebunt ad mensium numerum, de quo quæsitum est. Quamobrem primo loco positis. 240. Secundo. 1440. Tertio. 3. e uestigio quatuor proportionalium regula denuo repetita nos edocebit: aureos. 1440. ex. 600. lucri fieri mensibus. decem et octo.

		Menses	Menses
240	1440	3	18

Itaq; tempus hoc de quo quesitum est particulatim inuestigandum erat, vt eius portione cognita facile exquireretur reliquum. Cætera id genus exempla ad eundem modum

dum excuti poſſunt. Quo fit manifeſtū, quatuor proportionalium regulam, quoniam ſemel tentata non ſatisfacit: bis nonnunq̄ adeundam eſſe: vt cuncta in lucem eruat.

PONDERIS EXPLORATIO IN PANIbus, quando precium annonæ creſcit.

Quęſtio. 12.

QVANDO TRITICI NODIVS NVMmis decem uenditur: primariæ notæ panis: qui nūmi preciū habeat: pēdebit vncias quadraginta tres. Secundū eā rationē, quanti ponderis erit panis unius nummi: quando tritici modius tredecim nūmis conſtat? Hic obſeruare oportet, ubiq; gentium receptam panificij legem eſſe: vt pro qua portione tritici precium creſcit: pro ea panum unius precij pondus minuatur. Sicut enim annonæ copia panibus eiuſdem precij et magnitudinem et pondus auget: ſic contra annonæ caritas ab eodem precio et pondus his et magnitudinem demit. Quocirca cū pro maioris precij ratione diminutio ponderis ſit inueſtiganda. Ea propter in proportionum comparatione, quod extremum utriuſq; maius eſt: pręponi debet: vt quæſtio ſit de minori alterius extremo: quod ignoratur. Cum autem altera proportio de tredecim nummis ad nūmos decem, ambo extrema nota habeat: eam præcedere oportet. Altera uero de quadraginta tribus uncijs ad numerum pōderis inquirendū, ſequi priorem debet. Nam in hoc quæſito quantus reperitur exceſſus nummorum tredecim ultra decem: tantus erit quadraginta trium unciarū exceſſus ſupra numerum ponderis inueſtigandum: eademq;

proportio.

proportio. Et permutatim. ſicut. 13. ſe habent ad. 43. ſic decem ad numerum ponderis inquirendum ſe habere debent. Itaq; ſi primam ſedem tredecim occupent. Secundã decem. Tertiam. 43. Quatuor proportionalium regula rem totam illuſtrabit. per quam deprehendemus, quãdo tredecim nummis tritici modius uænit: unius nummi panem uncias triginta tres et unam tertiam pendere.

Preciũ	Preciũ	Pondus	Pondus
13	10	43	$33\frac{1}{3}$

PONDERIS EXPLORATIO IN PANIbus, quando precium annonæ decreſcit.

Queſtio. 13.

SI PANIS VNIVS NVMMI PENDET uncias. 43. quando tritici modius. 10. nummis conſtat. quanti ponderis ad eam rationẽ erit panis unius nummi, ſi tritici modius nũmis ſeptem ueneat? Hic quia tritici precium eſt imminutum: iuxta panificij leges pondus panis augebitur. Quocirca qua proportione nummi. 7. ſuperantur a. 10. eadem. 43. unciæ ſuperabuntur a pondere panis inueſtigando. Et permutatim. ſicut. 7. ſe habent ad. 43. ſic. 10. ad numerũ ponderis inueſtigandum. Quare in proportione priore de. 7. nũmis ad nummos. 10. extremum quod minus eſt præcedere, quod maius eſt: ſequi debet: ut poſterior proportio de panum pondere, deſinat in pondus maius. Ita digeſtis in ordinem proportionibus, per regulam quatuor poportionalium cõperiemus unius nũmi panẽ pendere uncias. $61\frac{3}{7}$

quando

quando tritici modius ſeptem nummis conſtat.

Precium	Precium	Pondus	Pondus
7	10	43	$61\frac{3}{7}$

LVCRI ET DAMNI REGVLAE.

PRIVSQVAM ad alías queſtiones progredímur: de lucro et damno quaſdam regulas, operæprecium putamus adiungere. Et ut de lucro primum dicamus. Mercatores ad hunc modum ſecum quærere ſolent. Si cæræ pondo centena aureis. 12. quiſpiam emat: atq; ea deinde aureis. 14. uendat: quantum lucri ex centenis accreſcet? Huiuſmodi quæſita ſic explicantur. Principio ſubducere oportet precium, quo res empta eſt: a precio, quo poſtea uenditur. et numerus reſtans, qui differentiam vtriuſque precij continet: lucrum indicabit: quod ex ſorte illa. 12. obueniet. videlicet. 2. deinde ſi. 12. quæ ſunt in ſorte: pariunt in lucrum. 2. quantum lucri. 100. reddent: per regulam de tribus notis quartū ignotū proferentibus pronū eſt excutere. ducentes enim. 2. in. 100. procreabimus 200. quę per. 12. ſecantes relinquemus in ſectionis numero. $16\frac{2}{3}$. tantū lucri ex centenis accreſcet. Nam quæ proportio eſt inter ſortem. 12. et ſortē. 100. eadem eſſe debet inter lucrum, quod ex. 12. creuit: et lucrū, quod ex. 100. obuenire debet. Et permutatim. quę ꝓportio eſt inter ſortem. 12. et lucrū. 2. eadē inter ſortē. 100. et eius lucrū, quod inueſtigamus: eſſe debet. Similiter de denis, vicenis, tricenis, quadragenis, quinquagenis, vel millenis, quęri poſſet. ſed mercatorius ſupputandi mos maxime in centenis

lucra et damna consyderat. atq; ideo de centenis exempla damus. In his autem mercatorijs regulis, quas nūc interseremus: proportionū comparationem permutatim solū ponemus, mercatorū more: quandoquidem per hanc cuiuis studioso recta earum comparatio sese simul aperiet. Calculū recte confectū esse probabis si proportionū ordinem cōuertas hoc modo. si. 100. quę sunt in sorte lucri faciunt. $16\frac{2}{3}$. 12. in sortem collata lucrum reddent. 2. Q; si plus aut minus calculus afferat: error interuenit. Vel si cui magis placet: negociū ad regulam sic applicabit. Si de. 12. quę sunt in sorte: fiunt. 14. in sortem et lucrū. quid ex. 100. in sortem datis ea ratione proueniet? sequentes regulā deprehendemus. $116\frac{2}{3}$. in sortem et lucrū accrescere. a quibus si demas. 100. quę sortem faciunt: supersunt. $16\frac{2}{3}$. quę lucrū ex centenis indicant. Tui arbitrij lector, esto: vtram viam magis libeat sequi. nam mercatores ipsi, alius hanc, alius illam capessunt.

AD DAMNVM cognoscendum. id, quod de lucro iā admonuimus: studiosis sufficerit. nihil enim aliud interest: nisi q; sicut venditio superans emptionis preciū lucrū exuberare facit: sic econuerso venditio minoris facta sortem vel diminuit: vel exhaurit, verūtamen exemplum de eo quoq; dabimus. Quādo libra croci empta est aureis 3. venditaq;. 2. quæ iactura ex centenis erit? Preciū, quo res minoris vēdita est: ab emptionis precio, quo pluris est empta: subtrahe. et supererit. 1. quod damnū de tribus indicat. Deinde si de. 3. vnum perit: quantum detrimenti

100. afferent: per regulam datam exquire. reperies. $33\frac{1}{3}$. Vel si magis libet alterã viam tentare. sic potes. Si de. 3. sola. 2. supersunt: quid de. 100. relinquetur? ducantur. 2. in 100. fiunt. 200. quę si per. 3. seces exeunt. $66\frac{2}{3}$. ea de. 100. manent. differentia itaq; inter. $66\frac{2}{3}$. et. 100. quę est. $33\frac{1}{3}$. venit in detrimentum.

PER LVCRVM NOTVM SORtis ignotæ exquisitio.

SAEPE MERCATORES ad nundinas ituri secũ ad hunc modũ supputare solent. Quanti põdo cẽtena cuiuspiã mercis puta ęris ęruginis emẽda sũt: vt aureis. 13. postea vẽdita ex cẽtenis dena in lucrũ pariãt? Huiusmodi quęsita expedies: si sic tecũ consyderes. Qui ex centenis dena lucri vult facere: is. 100. augere vsq; ad. 110. studet. id, quod ex precio. 13. efficere molitur. Itaq; in illis. 13. et sors et lucrũ latet. alioqui nisi inesset lucrũ: dena ex centenis nõ lucrifierẽt. Ea propter cũ per venditionẽ. 13. aureis factã, lucrũ ex centenis destinatũ sit acquisitũ: sors quæ latet in 13. per regulam de tribus notis quartũ ignotum proferentibus statim sic patefiet. Si. 110. quæ sortem et lucrũ capiunt: prodeunt de sorte. 100. de qua sorte nascentur. 13. quę sortem et lucrũ tenent. Multiplicare oportet. 100. in. 13. et producentur. 1300. quę si per. 110. secentur: numerus sectionis, $11\frac{9}{11}$ habebit. qui numerus sortẽ illorũ. 13. demõstrat. Atq; ideo tanti emẽda essent ęris ęruginis põdo. 100. vt postea. 13. aureis vẽdita lucrũ ꝓportione denorum ad

centena reddant. Si ſpecimen capere libet: an recte ſit ſupputatum: proportionum ordinem conuerte, hoc modo. Si de. 11 $\frac{9}{11}$, quæ ſunt in mera ſorte: ſurgunt. 13. ſors et lucrum: quid de. 100. mera ſorte prodibit? tenta ꝑ regulã. et 110. inuenies. a quibus dempta ſorte. 100. lucrum. 10. ſupereſt. Sin plus aut minus redeat: erratum eſt. Aliud exemplum. Quanti lanæ mille pondo ſunt empta: quæ poſtea aureis. 50. uendita lucrum proportione duodenorum ad centena pariunt? ad regulam datam ſic applicabis. Si. 112. ante lucrum partum erant. 100. quid ſecundum eam rationem. 50. prius erant: cum quibus partũ eſt lucrum? ſupputatio ſecundum regulam facta te docebit fuiſſe. 44 $\frac{72}{112}$. quæ ſunt $\frac{9}{14}$. Aliud exemplum. Quãti conſtitit libra croci: quando uncia nummis. 9. uendita lucrum affert proportione denorum ad cẽtena. Vncię ſortem ſic deprehendes. ſi. 110. anteq̃ acceſſit lucrum: erant. 100. quid erant. 9. inuenies fuiſſe. 8 $\frac{2}{11}$. tot nummis uncia conſtitit. Deinde ut libręprecium excutias: multiplica uncię p̃cium. 8 $\frac{2}{11}$ in. 12. ꝙ tot ſint unciæ in libra: et producuntur. 98 $\frac{2}{11}$. tot nummis libra croci prius empta erat.

PER DETRIMENTVM NOTVM ſortis ignotæ exquiſitio.

QVI GEMMAM emerat: uendidit eam poſtea aureis. 100. et dum pecunię ſuę rationẽ init: compit ſe perdidiſſe. 10. ex. 100. quanti ab initio ſtetit gemma?

Sic

Sic consyderare oportet. Qui.10.de.100.perdit.10.ad.90. minuit.atq; ideo ad inuestigãdã sortem illorũ.100.ad hũc modum cogitabit.Si.90.ante detrimentũ erant.100.quid secundum eam rationem ante erant illa.100. ex quibus iactura facta est? ducantur.100. in.100. et surgent.10000. quę secta per.90.reddunt. $111\frac{1}{9}$. tanti gẽma ab initio cõstitit. Verso in cõtrarium proportionũ ordine, capere experimentum licet: an recte sit supputatũ: ad hunc modũ. Si de. $111\frac{1}{9}$ sola.100.supersunt: quid de.100. relinquetur? si regulam sequare: deprehendes.90.si plus aut minus exit: error manifestus est.

ALIA etiam uia per lucrum aut damnum ad sortis partes redigẽdũ sors ipsa ignota inuestigari potest. Puta, si quispiam uendens nummis.20.de.100. lucrifaciat 10. et hæsitetur quanta sit sors: ad hunc modũ per compendiũ res expedietur. Animaduertere oportet:quota sortis pars sit lucrum? id quod statim fit manifestũ:si lucrum 10.per sortem.100.diuisum in minutias soluatur eo modo: quo numeri minoris per maiorem admonuimus sectionẽ fieri.sic nascentur $\frac{10}{100}$. quæ ad minimã nomenclaturã redactæ faciunt $\frac{1}{10}$. itaq; qui ex.100.lucratur.10. decimã sortis partem lucrifacit.quę pars decima addita ad sortem fit undecima totius summę. Atq; ideo qui de lucro et sorte $\frac{1}{11}$ capit:lucrũ habet illius summę. quod quãdo ab ea subductum erit:sola sors restabit. Itaq; de.20.sumito $\frac{1}{11}$. et inuenies. $1\frac{9}{11}$. tantulum inest lucri in exigua hac summa. 20. Id autem si a. 20. subducatur: restabunt pro sorte. $18\frac{2}{11}$.

Ea ſors eſt illorũ. 20. Rem ita habere probabis: ſi proportionũ ordinem conuertas hoc modo. Si de. 18 $\frac{2}{11}$ fiunt. 20. quid accreſcet de. 100. tẽta: et inuenies. 110. ſubducito pro ſorte. 100. reſtant pro lucro. 10. Calculus itaq; nõ errauit.

EADEM uia per damnũ ad ſortis partes redigendum ſors ipſa poteſt excuti. Veluti ſi exemplo uerſo, fingamus eũ: qui nũmis. 20, uẽdit: dena ex centenis perdere. Nã dãnũ. 10. per ſortẽ. 100. diuiſum profert $\frac{10}{100}$. quę faciũt. $\frac{1}{10}$ Illud itaq; conſyderare oportet. Qui perdit. 10. ex. 100. perdit de ſua ſorte $\frac{1}{10}$. Quo fit: ut ſaluę ſint ei reſtãtes $\frac{9}{10}$, de quibus partibus ſi ſumas $\frac{1}{9}$. atq; eam ad omnes partes relictas addas: inſtaurabis ſummã: quę fuit ante dãnum: et ſortẽ habebis quęſitã. Atq; ideo in exemplo dato. ſi nũmis 20. uendens dena de centenis perdit: ea ratione uicena illa $\frac{9}{10}$ totius ſortis efficiunt. Quocirca ſi nonã partẽ de. 20. ſumas, uidelicet. 2 $\frac{2}{9}$, atq; eã ad. 20, addas: fient. 22 $\frac{2}{9}$. quę ſũma ſortis ante iacturam erat. Nona autem illa pars. 2 $\frac{2}{9}$ decima eſt totius ſortis: partemq; eam addita inſtaurat: quæ de ſorte perierat.

LVCRI RATIO, SI MINORIS quippiam fuiſſet emptum.

GLASTI emptor põdo millena certo precio mercatus eſt: quę ſi binis aureis minoris emiſſet: atq; ea poſtea aureis duodenis uendidiſſet: ex centenis dena feciſſet lucri: quęro quanti ab initio põdo glaſti millena ſteterũt? Huiuſmodi quęſita ſic expedies. Sortem illorum. 12. inueſtigare oportet, eo modo, quẽ dedimus. Si. 110. erãt. 100.

ante

ante lucrū: quid ſecundū eam rationem ante lucrū adiunctum erant. 12. ducantur. 12. in. 100. producuntur. 1200. quæ ſecta per. 110. reddunt. 10 $\frac{10}{11}$. Ea fuiſſet ſors: ſi nihil aliud interueniſſet. Verum quia adiectum eſt: ſi. 2. aureis minoris emiſſet: et. 12. uendidiſſet: tū lucrū accedere debuiſſe ꝓportione denorū ad cētena: liquet ex hoc eū pluris. 10 $\frac{10}{11}$ emiſſe. Atq; ideo. 2. ad. 10 $\frac{10}{11}$. addenda ſunt: ut fiant. 12 $\frac{10}{11}$. tot aureis in initio glaſti pondo. 1000. conſtiterunt. Ex quo fit manifeſtū. ſi minoris. 2. aureis emiſſet: danda fuiſſe. 10 $\frac{10}{11}$. quæ ſors ea eſt: quę per uenditionem ad. 12. creſcens dena ex centenis lucrifacit.

DAMNI RATIO, SI PLVRIS quippiam fuiſſet emptum.

FRVMENTI emptor modios quaternos certo precio emit: qui ſi pluris nūmis quaternis q̄ ſunt empti: conſtitiſſent: et uenditi fuiſſent nūmis tricenis ſenis: dena de centenis fuiſſent perdita. quanti igitur conſtiterūt modij quaterni? Principio ſicut proxime in lucro factum eſt: ſortem illorū. 36. erues, hoc modo tecū cōſyderans. Si. 110. erāt. 100. quid ſecundū eam rationem ante erant. 36. ducātur. 36. in. 100. et fient. 3600. quę deinde ſecentur per. 110. et prodeūt. 32 $\frac{8}{11}$. tanti emi debuiſſent modij quaterni: ut uenditione facta nummis. 36. dena ex centenis lucri fierēt. Verum hic perdita ſunt. 10. ex. 100. atq; ideo ſicut in iactura ante docuimus: ſic conſyderabimus. Si. 90. ante iacturam fuerunt. 100. quid ſecundum eam rationem ante fuerunt, 36. ducantur. 36. in. 100. et ſurgent. 3600. quę ſecta

per

per.90.reddunt.40.tanti emi debuerunt: ut uenditi nummis.36.dānū afferrēt detrahens dena ex centenis. Cęterū quia dictū est.si.4.nūmi amplius ad precium accessissent, tum iacturā illam denorum ex centenis ex uenditione facta nummis.36.fuisse secuturā. 4. nummi a.40.demendi sunt: ꝙ tanto minoris sunt empti.sic restāt.36.quo precio quaterni frumenti modij ab initio sunt empti.

LVCRI RATIO, SI PRECIVN MVTETVR.

QVI SALIS modios singulos senis nūmis uēdit: octona ex centenis lucratur.quęri potest: si is mutato precio, nūmis octonis uendat:quantum lucri ex centenis acquiret? Multi in huiusmodi quęsitis allucinantur:dū sic proportiones comparant. Si.6.dant.8.quid dabunt.8? ducentes namq; 8.in.8.et productū per.6.secantes deprehendūt. $10\frac{2}{3}$. quod lucrū ex centenis obuenire putāt: si singulorū salis modiorum precium a nūmis.6.ad.8.mutetur. Hi toto errant cælo.nam.6.illa, quæ isti uelut sortem ponunt:et lucrū et sortem continent.Itaq; ubicumq; in similibus de lucro aut dāno quęritur: primū sors inuenienda est: quę lucrum et dānum peperit. igitur sortem et lucrum, quæ in sex latent: sors et lucrū, quæ in centenis nota sunt: proferēt in lucem:sicut iam docuimus hoc modo. Si.108. anteq; accessit lucrum: erant.100. quid secundum eam rationem ante lucrum erant.6.ducantur.6.in.100. et fient.600.quæ per.108. secta in numero partitionis educunt.$5\frac{5}{9}$. tantum complecti debet sors illorum. 6. ut postea sex nūmis facta uenditio octona ex centenis lucrifaciat.

ciat. Iã uero in hoc themate, qui nummis. 6. vẽdidit: mutato precio, nũmis octonis vẽdere in animo habet: et ſcire cupit: quantum lucri ex centenis accreſcet. Id quod facile exquiri poteſt: ſi proportiones ſic formentur. Si. 5 $\frac{5}{9}$, quæ ſunt ſors: pariunt. 8. in ſortem et lucrũ: quid. 100. in ſortem collata dabunt? Scies e ueſtigio: ſi. 8. in 100. ducas: numerumq; productũ diuidas per. 5 $\frac{5}{9}$. quo fiet: vt in numero ſectionis ꝓdeant. 144. tantum ſors illa. 100. afferet in ſortẽ et lucrũ. Igitur ſi ſortẽ. 100. ab ea ſumma ſubducas. 44. pro lucro reſtant. tantũ lucri ex cẽtenis accreſcet: ſi ſinguli ſalis modij nũmis. 8. uendant, qui ante. 6. ſunt uẽnũdata.

VEL SI mauis alia via rẽ ſtatim expedire: ut ſortem nõ exquiras: id fiet ad hũc modũ. Adde ad ipſa. 100. lucrũ ex his accreſcẽs: ſummãq; eã diuide ꝑ prius ꝑcium: quod lucrũ illud pẽpit. Id autẽ, quod in numero ſectionis ꝓdibit: multiplica in poſterius illud preciũ: in quod fit cõmutatio. Ita numer⁹ ex hoc productus et lucrũ de. 100. natũ et ſortẽ ipſã. 100. cõplectet, a quo lucro ſi ſortẽ. 100. demas: lucrũ de cẽtenis ex nouo ꝑcio obueniẽs reſtabit. Quę uia nunq̃ fallet. Puta in exemplo iã dato, ubi uẽditio ſenis nũmis facta ex cẽtenis octona ĩ lucrũ intulit: lucrum. 8. ad ſortẽ. 100. adde. fient. 108. Eã ſummã diuide ꝑ prius ꝑcium 6. quo lucrũ illud acquiſitum eſt. ſic in numero ſectiõis. 18. ꝓdeunt. quę deinde in poſterius illud preciũ. 8. in quod fit cõmutatio: ducenda ſunt, ita ꝓducentur. 144. quę et lucrũ et ſortẽ cẽtenorũ capiunt. a quib⁹ ſi. 100. ꝑ ſorte demas: reſtant pro lucro. 44. tantum lucri de centenis accreſcet: ſi precium a nũmis ſenis ad octonos mutet. Siue autẽ de cẽtenis, ſiue de alio numero, puta quinquagenis, millenis,

aut quouis alio, certū lucrū quęratur: regula hęc inuariata manet. Vim autē ſuā capit a multiplicatione et diuiſione: quę a quatuor proportionalium regula ſupra data, et ab unitatis natura depēdent. Porro in diuiſione, ſicut unitas ſe habet ad diuiſorē: ſic ſectionis numerus ad numerū diuidendū. Et ꝑmutatim. ſicut unitas ſe habet ad ſectionis numerū: ſic diuiſor ad diuidendū. Similiter etiā fit in multiplicatione. nam ſicut unitas ſe habet ad multiplicatorē: ſic multiplicādus ad numerū producendū. Et ꝑmutatim, ſicut unitas ſe hēt ad multiplicandum: ſic multiplicator ad numerū producēdū. Igitur eſto. 6. habeāt. 1. in ſortē: ea ratione. 108 haberēt. 18. id quod ſic exquires. Si. 6. in ſorte et lucro ꝑdeant (fingamus) de. 1. de quo naſcentur. 108. quæ ſunt in ſorte et lucro. ducatur. 1. in. 108. et idē numerus producetur. Is deinde diuidatur ꝑ. 6. et numerus ſectionis. 18. proferet: quę ſecundū eam rationē ſors eſſe deberent illorum. 108. Iam uero precio mutato, ſi ſcire uoles quantum reddent. 18. ſic inueſtigabis. Si de uno fiunt. 8. quot de. 18. fient? multiplicentur. 8. in. 18. et producētur. 144. quę ſortem et lucrum centenorum tenebunt.

Damni ratio, ſi precium mutetur.

DAMNI RATIO per eandē regulā ad eundē modū excutietur: prętereą ꝙ ſicut lucrū additur ſorti: ſic iactura de ſorte ſubducit: et numerus reſtās per prius preciū, quod detrimentū attulit: ſecat, quod autē in numero partitiōis reperiet: ducere oportet in p̄ciū illud: in quod fit cōmutatio. ſic numerus ꝑductus et ſortē indicabit et dānum ſiue de cētenis quęrat, ſiue de millenis, ſiue de quouis alio numero iacturā terminante. Exempli gratia. qui. 6. nūmis vendit: duodena de cētenis perdit: quid iacturæ ex

centenis ſuſtinebit: ſi precio diminuto. 4. nūmis uendat. de. 100. ſubduci debent. 12. et reſtabūt. 88. quę ſecentur per prius illud preciū. 6. quod iacturā pepit. et ꝑdibunt in ſectionis numero. 14 $\frac{2}{3}$. Ea autē deinde multiplicētur in minus precium. 4. in quod fit cōmutatio. et. 58 $\frac{2}{3}$ ſurgēt: quæ ſortem et iacturā centenorū demōſtrabunt. quot itaq; ab eo numero uſq; ad. 100. deſunt: totidem de centenis in iacturā ueniunt. ea autem ſunt. 41 $\frac{1}{3}$. Vel ſi per exquiſitionē ſortis illorū. 6. magis id ſcire libet: ſic tecū cōſyderans rem ſtatim explicabis. Qui nūmis. 6. uendendo de. 100. perdit 12. is. 100. ad. 88. minuit. quę iactura naſcitur ex nūmis illis 6. Sic igit ratiocinare. Si. 88. ante iacturā erāt. 100. quid ſecūdum eā rationē ante erant. 6. quę dānum attulerunt? tēta per datā regulā: et inuenies. 6 $\frac{9}{11}$. Ea ſors erat illorum. 6. Idq; ita eſſe ꝑbabis: ſi ꝓportionū cōuertas ordinem, hoc modo. Si. 6 $\frac{9}{11}$ minuuntur ad. 6. quantum ſecundū eam rationē decreſcent. 100? experire per regulā: et. 88. relicta deprehendes. Iam uero mutatō precio, ſi ſors illa. 6 $\frac{9}{11}$ minuatur ad. 4. quid iacturę ex. 100. erit: data regula e ueſtigio aperiet. Nam ſi. 4. in. 100. ducantur. fient. 400. quæ ſi per 6 $\frac{9}{11}$ ſecētur: numerus partitionis. 58 $\frac{2}{3}$ habebit. Quod autē ſupra eum numerū uſq; ad. 100. deeſt: in iacturā (uti diximus) uenit. utraq; igitur uia rem eodem perducit.

QVOMODO PRECIVM STATVA-tur ad lucrū quoduis parandum.

FREQVENTER etiā mercatores in merce aliqua pōdere, numero, aut mēſura vēdi ſolita, poſt cōplures

expẽſas terra mariq; ſupra emptiõis preciũ factas, ĩ uectigalia, naulũ, uecturã, miniſtroꝝ uictũ, cẽteraq; id genus, certũ ſibi lucrũ de quouis põdere, numero, aut mẽſura, deſtinant: ſecũq; deliberãt: quodnã p̃cium ſtatuãt in ſingula põdera, numeros, aut mẽſuras: ut lucrũ illud accreſcat. Id quod fiet ad eum modũ: quẽ hoc exẽplo mõſtrabimus. Piperis põdo millena ĩ Luſitania nummoꝝ. 10000. ſũt empta. ꝑq; his uectigal illic pẽſitatum nũmi. 1000. Naulũ deinde illinc in Britãnias cõſtitit. 300. Ibi rurſus aliud uectigal exactũ. 500. Vectura deide terra facta nũmis ſtetit. 200. Miniſtri in eã negociationẽ miſſi impẽſa. 2000. Mercator aduecta merce, de ſingulis piperis libris ſupra oẽs impenſas nũmos. 4. lucrifacere deſtinat: Cẽterum hęſitat: quonã p̃cio piperis librã uẽdat: ut lucrũ illud accedat. Rem ſic expediem⁹. preciũ emptiõis, uectigal, naulũ, iterũ uectigal, uecturã terra factã, miniſtri impẽſam, omnia in unã ſũmã colligere oportet. et ſurgẽt. 14000. quib⁹ etiãnũ lucrũ nũmoꝝ. 4. deſtinatũ in libras ſingulas debem⁹ addere: uidelicet nũmos. 4000. ſic creſcũt. 18000. Quã ſũmã in uniuerſum mercator et ꝑ ſorte et ꝑ lucro totius negociatiõis ſibi reddi cupit. Atq; ideo quatuor ꝓportionaliũ regula, quã de trib⁹ notis quartũ ignotũ, pferẽtib⁹ ſupra dedim⁹: e ueſtigio p̃ciũ unius librępatefaciet. Nã ſicut uniuerſę piperis libręaduectę ſe hẽnt ad totã illã ſummã p̃ciũ atq; lucrũ oĩum cõplectẽtẽ: ſic una piperis libra ad ſuũ preciũ et ſuũ lucrũ ſe hẽre debet. Quocirca ſi. 1. ducatur in. 18000. idem numerus ꝓducetur. qui ſi ꝑ numerũ uniuerſarũ piperis librarũ uidelicet. 1000. ſeceṫ. numerus ſectionis preciũ unius libręnũmos. 18. cõtinebit. Ad eũdẽ modũ p̃ciũ et lucrũ ſtatuere licet: ĩ his, q̃ numero aut mẽſura uẽdi cõſueuerũt.

COLLATIO IN IACTV MERCIVM FACTO OB NAVEM IN TEMPESTATE SERVANDAM.

Quæstio. 14.

SEX MERCATORES EMPTIS MERCIbus nauem onerarunt. Primi merces constiterunt aureis uiginti quinq;. Secundi quadraginta. Tertij quinquaginta sex. Quarti sexaginta quatuor. Quinti septuaginta quinq;. Sexti centum. Graui deinde tempestate inter nauigãdum orta, cum nauis onere nimio depressa crebris fluctibus pene obrueretur: nautæ saluti suæ consulentes, causa leuandæ nauis eijciunt in mare grauissimas quasq; merces: quæ pro centum et uiginti aureis alioqui ualebant. Quo iactu factũ est: ut seruata nauis reliquum onus in portum destinatum adueheret. Mercatores, quorum erant eiectæ merces, postulant: ut ceteri, quorũ bona seruata sunt: iacturam cõmuniter sustineant. Id quod illis omnibus æquum uisum est. Cæterum ambigũt quonam modo pro rata cuiusq; bonorum portione collatio ea fieri debeat. Hanc hæsitationem explicaturis statim nobis occurrunt duę proportiones. Altera de mercium omnium in nauem impositarũ summa ad cuiusq; merces impositas. Altera, quę secũdũ illam adaptari debet: de communi omnium iactura ad cuiusq; iacturam sustinendam. Nam sicut omnium merces impositæ ad cuiusq; merces se habent: ita omnium iactura ad cuiusq; iacturam se habere debet. Et permutatim. sicut omnium merces impositæ

se habent ad cõmunem omnium iacturam. ita cuiusq; impositæ merces ad iacturam cuiusq;. Quocirca hæsitatio hæc per quatuor proportionaliũ regulam sic facile explicatur: ut primo loco omnium mercium æstimationem simul additam statuamus. Secundo loco uniuscuiusq; mercium estimationem seperatim aliam sub alia notatã. Tertio loco communem iacturam ad hunc modum.

25		Primus. 8. et $\frac{120}{360}$ quę faciũt $\frac{1}{3}$
40		Secũdus. 13. et $\frac{120}{360}$ quę faciũt $\frac{1}{3}$
56		Tertius. 18. et $\frac{240}{360}$ quę faciũt $\frac{2}{3}$
360	120	
64		Quartꝰ. 21. et $\frac{120}{360}$ quę faciũt $\frac{1}{3}$
75		Quintus. 25.
100		Sextus. 33. et $\frac{120}{360}$ quę faciũt $\frac{1}{3}$

Deinde si regulã sequamur: deprehendemus primũ mercatorem. 8. et $\frac{120}{360}$. quę faciũt $\frac{1}{3}$. conferre debere. Secundum. 13. et $\frac{120}{360}$. quę faciunt $\frac{1}{3}$. Tertium. 18. et $\frac{240}{360}$. quę faciunt $\frac{2}{3}$. Quartum. 21. et $\frac{120}{360}$. quę faciunt $\frac{1}{3}$. Quintũ 25. Sextum. 33. et $\frac{120}{360}$. quę faciunt $\frac{1}{3}$. Qz si scire cupis: num calculus errauit: singulorum collationes simul adde. quæ si uniuersæ collectæ respondent cõmuni iacturæ: recte

cte ſupputatum eſt: alioqui error interuenit.

BONORVM INTER CREDITO= RES DIVISIO.

Quęſtio. 15.

SI CVIVSQVAM, QVI SOLVENDO non eſt: bona inter multos creditores pro cuiusq; debiti rata portione diuidi ideo debent: uel q; is fo= ro cedat: uel q; ſolum uertat: uel q; poſt mortē eius prop= ter ęs alienum non adeatur hæreditas: ad eundem modū, quemadmodum in iactu mercium de collatione facienda diximus: partitio fieri debet. cuius rei, ut exemplum de= mus. Eſto, creditores octo fuerint: quibus debentur mille. Primo quindecim. Secūdo uiginti quatuor. Tertio trigin= ta duo. Quarto quinquaginta quatuor. Quinto ſexagin= ta. Sexto ſeptuaginta quinq;. Septimo octuaginta ſex. Octauo centum. bonaq; debitoris: quæ inter eos ſunt di= ſtrahenda: nō tranſcendant centū et quinquaginta. Rem conſyderanres duas proportiones ſtatim deprehēdemus. unam de coaceruatis debitis omnibus, quæ debentur cre= ditoribus uniuerſis: ad id, quod cuiq; debetur. Alteram de uniuerſis debitoris bonis ad eam portionem, quā quiſq; creditor habiturus eſt. Nam ſicut coaceruata debita, quæ debentur uniuerſis ſe habent ad illud debitum: quod uni= cuiq; debetur: ſic uniuerſa debitoris bona ad eam bonorū partem, quam quiſq; creditor habiturus eſt: ſe habere de= bent. Et permutatim. ſicut coaceruata debita, quæ deben= tur uniuerſis, ſe habent ad uniuerſa debitoris bona: ſic il= lud debitum, quod cuiq; debetur: ad eam bonorum por=

tionē, quam quiſq; creditor habiturus eſt. Quare quatuor ꝓportionaliū regula rem reddet expeditam: ſi primo loco omnia debita ſimul addita, quę creditoribus uniuerſis debentur: ponamus. Secundo loco illud debitum, quod cuique debetur, aliud ſub alio ſeorſum annotatum. Tertio loco uniuerſorum debitoris bonorum ſummam. Deinde faciētes id, quod iubet regula: comperiemus primo creditori obuētura quinq; et $\frac{20}{446}$. Secūdo octo et $\frac{32}{446}$. Tertio decē. et $\frac{340}{446}$. Quarto decē et octo $\frac{72}{446}$. Quinto uiginti et $\frac{80}{446}$. Sexto uiginti quinq; et $\frac{100}{446}$. Septimo uiginti octo et $\frac{412}{446}$. Octauo triginta tria et $\frac{282}{446}$

Certū ſpecimē erit, nihil erraſſe calculū: ſi partes cuiq; obuenientes ſimul additę reſpondeāt uniuerſis debitoris relictis bonis.

	15	Primus	$5\frac{20}{446}$
	24	Secūdus	$8\frac{32}{446}$
	32	Terrtius	$10\frac{340}{446}$
	54	Quartus	$18\frac{72}{446}$
446		150	
	60	Quintus	$20\frac{80}{446}$
	75	Sextus	$25\frac{100}{446}$
	86	Septim⁹	$28\frac{412}{446}$
	100	Octauus	$33\frac{282}{446}$

POSTHVMI HAEREDIS INSTITVTIO. Quæstio. 16.

MORITVRVS QVISPIAM, CVI grauida erat uxor, et mille aureorum hereditas: sic testamentum condidit. Si uxor mea filiū pariet: is ex besse mihi hæres esto. uxor autem ex triente. Sin uxor mea pariet filiam: uxor ex besse mihi hæres esto. filia uero ex triente. Vxor deinde geminos masculum et fœminam uno partu enixa est. Ambigitur: quonam modo diuidenda sit hæreditas: ut defuncti uoluntas non infringatur. Huiusmodi hesitationem altius consyderantes in primis deprehendimus testatoris uoluntatem esse: ut filius altero tanto amplius habeat: q̄ uxor. Itidemq; uxor altero tanto amplius: q̄ filia. Itaq; cum filij pars ad portionem matris dupla esse debeat: ꝙ is duas hæreditatis partes, mater tertiam sit habitura: matrisq; pars item ad portionem filię: ꝙ ea duas partes consequutura sit: et filia tertiam: eo fiet: ut pars filij ad filię portionem quadrupla sit futura. Quãobrem numerus aliquis exquirendus est: qui simplum, duplum, et dupli duplum, quod quadruplum ad simplum est: habeat. ut in totidem partes diuidi possit hereditas. Minimus autem numerus, qui partes eas habeat: capiendus est: quo facilior sit supputatio. Is autem est septenarius. nam unum duplicatū profert duo. eaq; iterum duplicata, quatuor. quæ cuncta simul addita faciunt septem. Et quoniã mille aurei in septem partes diuidendi sunt: quarum quatuor filius habere debet: duas mater: unã filia. quot aurei cuiq; obuenient:

statim

ſtatim excutiemus: ſi animaduertamus: quæ proportio eſt omnium partium ſimul additarum: hoc eſt ſeptenarij numeri ad cuiuſq; portionem: eandem mille aureorũ eſſe debere ad eum numerum: qui cuiq; obueniet. Et permutatim. quæ omnium partium ſimul additarum proportio eſt ad mille aureos: eandem eſſe portionis cuiuſq; ad numerum aureorũ inueſtigandum. ad regulam igitur quatuor proportionaliũ quęſitum applicantes e ueſtigio rem totam explicabimus: ſi primo loco omnium partium numerũ ſtatuamus. Secundo cuiuſq; partem, aliam ſub alia notatam. Tertio loco mille aureos: quæ tota eſt hæreditas, ad hunc modum.

	4		Portio filij	$571\frac{3}{7}$
7	2	1000	Portio uxoris	$285\frac{5}{7}$
	1		Portio filiæ	$142\frac{6}{7}$

Deinde regulam ſequentes inueniemus filij partẽ capere 571 et $\frac{3}{7}$. Matris. 285 et $\frac{5}{7}$. Filię uero. 142 et $\frac{6}{7}$. Specimẽ certũ erit, nihil erratum eſſe: ſi omnium partes ſimul additæ toti hæreditati reſpondeant.

Qz SI VXOR VNO PARTV TRES FILIos et duas filias ęderet: id quod in Aegypto eſt frequens: ut mulieres quinq; geminos pariant: ad eandem rationẽ partitio fieri deberet: ut quilibet filius ad portionem matris duplũ haberet: itidemq; mater ad portionem cuiuſq; filiæ. Quocirca numerus capiendus eſſet: qui bina ſimpla,

bina

et ſimpli duplũ, atq; ſimpli terna quadrupla haberet. Mínimum autem numerũ, qui bina ſimpla, et ſimpli duplũ, habeat: cõperies quatuor: quiq; terna quadrupla capiat: duodecim. ea ſimul addita fiunt ſexdecim. in quot partes hæreditas eſſet diuidenda: ut ex his quilibet filius quaternas, mater duas, filiæ unicas accipiant. cætera ſecundum regulam quatuor proportionalium expediantur.

HAEREDVM INSTITVTIO IN partibus deſignatis.

Queſtio. 17.

ANIMAM AGENS QVISPIAM, CVI quinq; erant filij, et trium millium aureorum hęreditas: huiuſmodi teſtamentum fecit. Primus filius meus natu maxim⁹ ex ſemiſſe mihi hæres eſto. Secundus natu proximus ex triente. Tertius ex quadrante. Quartus ex quinta parte. Quintus ex ſextante. Ambigitur: quonam modo diuidenda ſit hęreditas? Nam ſi teſtatoris uerba ipſa ſequemur: ut primus filius hæreditatis dimidium, mille et quingentos aureos: Secundus tertiam partem, mille aureos accipiat: tunc tertius integram quartam, ſeptingentos et quinquaginta aureos conſequi nequaq; poterit: cũ ſoli ſuperſint quingenti. Quartus autem filius, cui debetur pars quinta: et quintus, cui ſexta: nihil omnino habituri ſunt. Igitur cũ filij partes illas hæreditatis a patre deſignatas conſequi integras nõ poſſint: aliæ partes minores inueſtigandę ſunt: quæ deſignatis illis pro portione reſpondeant: ut ſingulis filijs ſatiſfiat. Principio ergo exquirendę ſunt partes deſignatæ: quę facile

cile inueniuntur: si relictam summā per singulos seorsum denominatores diuidas. Ita cuiusq; sectiōis numerus partem per denominatorem a patre designatam continebit. Quo fiet: ut dimidium inueniamus, aureos mille et quingentos. Tertiam partem aureos mille. Quartam septingentos et quinquaginta. Quintam sexingentos. Sextam quingentos. qui numeri seorsum alius sub alio debent annotari: ut eorum pro portione alij numeri minores inuestigentur ex summa trium millium in hæreditate relicta. Hos autem numeros si filij haberent: ipsis, suo cuiusque uoto, satisfactum esset: nec amplius petere ex hoc patris testamēto possent. Numeri uero hi collecti in uniuersum faciunt, quatuor millia trecenta quinquaginta. qui numerus partes a patre designatas uniuersas habet. Verumtamen quia hęreditas relicta summa minori clauditur: nempe trium millium: uidendum quonam modo secundū testatoris uoluntatem facienda sit partitio. Qua in re si post iam cognitas partes designatas penitius hęsitationē scrutemur: proportiones duas comperiemus. unam de simul additis partibus uniuersis designatis ad cuiusq; filij partē a patre designatam. Alteram de uniuersa relicta hæreditate ad illam eius partem inuestigandam: quā quisq; filius pro partis designatæ portione accepturus est. quæ secundum illam priorem formari debet. Etenim quę proportio est inter uniuersas partes designatas simul additas, et cuiusq; filij partem a patre designatam: eadem inter uniuersam relictā hæreditatem et illam eius partem exquirendā, quam quisq; filius pro partis designatæ portione habiturus est: existere debet. Vel si libet permutatim ea comparare.

rare. Sicut uniuerſæ partes deſignatæ ſimul additæ ſe habent ad uniuerſam relictam hæreditatem: ſic cuiuſq; filij pars a patre deſignata ad illam hęreditatis partem exquirendam: quã quiſq; filius pro partis deſignatæ portione accepturus eſt: ſe habere debet. poſtq̃ igitur primo loco partes uniuerſæ deſignatæ ſimul additæ ſunt notatæ: Secũdo cuiuſq; filij partes, quas pater deſignauit: alia ſub alia ſeorſum: Tertio relictę hęreditatis ſũma: cõtinuo quatuor proportionalium regula rem inuolutam explicat. ex qua deprehendes, primo filio obuenire $1034\frac{2100}{4350}$. Secũdo $689\frac{2850}{4350}$. Tertio $517\frac{1050}{4350}$. Quarto $413\frac{3450}{4350}$. Quinto $344\frac{3600}{4350}$.

Probatio certa eſt recte ſupputatũ eſſe: ſi poſt hęreditatis partitionem, omnium filiorũ partes trium millium aureorũ ſummæ reſpondeant. Hæſitationem hanc extricantes uulgarem ſupputationum morem ſecuti ſumus. Cęterum qui Arithmeticæ penetralia magis callẽt: breuiori uia ſeſe expediunt. Eam autem in ſequenti quęſtione trademus.

	1500		Primus	$1034\frac{2100}{4350}$
	1000		Secũdus	$689\frac{2850}{4350}$
4350	750	3000	Tertius	$517\frac{1050}{4350}$
	600		Quartus	$413\frac{3450}{4350}$
	500		Quintus	$344\frac{3600}{4350}$

QVINQVE SOCII TRIA AVREORVM millia lucri facta diuidere inter se de cõpacto sic cupiunt: ut primus unam partem secundam sibi habeat. Secundus unam tertiam. Tertius unam quartam. Quartus unam quintam. Quintus unam sextam. Cæterum hæsitant, quonã modo iusta partitio fiet. Ad huiusmodi quæstiones explicãdas numerum aliquem exquirere oportet: qui partes denominatas omnes complectatur. Is autem est minimus numerus; quem partium denominatores numerant. qui quemadmodum exquiratur: superiori libro edocuimus. Itaq; in hoc quæsito minimus numerus, qui partes propositas habeat; comperietur, sexaginta. In quo numero, singulæ partes propositæ seorsum inquirendæ sunt. Id quod per sectionem ipsius numeri sexagenarij, per earũ singulas, separatim expeditur. Quo fiet: ut partitionis numerus partem de sexaginta secundam, triginta inueniat. Tertiam uiginti. Quartam quindecim. Quintam duodecim. Sextam decem. qui numeri in unum collecti omnes octoginta septem creant. Ad harum partium exemplum, quę de sexaginta sunt erutę: singulorum portiones, de summa trium millium aureorum, diuidenda formandæ sunt. Nam sicut omnes illi sectionis numeri, quos sexaginta diuisa pariunt: simul additi se habent ad eorum singulos: sic summa trium millium aureorum diuidẽda, ad illam summam, quę cuiq; ex partitione debetur: se habere debet. Et permutatim. sicut omnes illi sectionis numeri de sexaginta eruti se habent ad tria aureorum millia diuidenda: sic uniscuiusq; sectionis numerus ad illam summam,

ſummam, quam quiſq; ex partitione conſequetur: ſe habere debet. Itaq; ſi primam ſedem omnes ſectionis numeri de ſexaginta prodiuntes, ſimul additi teneant: qui ſunt 87: Secūdam ſinguli eorum, alius ſub alio ſeorſum annotati: Tertiam trium millium aureorū ſumma diuidenda: quatuor proportionalium regula negocium extricabit.

	30		Primus 1034	$\frac{42}{87}$
	20		Secūdus 689	$\frac{57}{87}$
87	15	3000	Tertius 517	$\frac{21}{87}$
	12		Quartus 413	$\frac{69}{87}$
	10		Quintus 344	$\frac{72}{87}$

Partes ex ſectione cuiq; obuenientes ſummæ diuidendæ reſpondebunt. ſi recte proceſſit calculus. De induſtria hic eandem ſummā: quæ in ptoximo quęſito erat: in eaſdem partes ſecandā propoſuimus: ut lector ſciret: quanto breuius per minores numeros, q̄ per maiores, eadem res expediri poſſit: id quod propter faciliorem tum multiplicationem, tum ſectionem, euenire neceſſum eſt.

Quæſtio. 19.

QVI QVATVOR AMICOS HABEBAT: eorum primo nouem aureos in teſtamento legauit. Secundo uiginti quatuor. Tertio tanto amplius q̄ ſecundo dedit: quantum ſecundus ſupra primum

haberet. Quarto tanto amplius q̃ tertio: quantum tertius supra secundum caperet. quæritur quantũ tertius et quartus consequentur. Hęsitationem consyderantes proportionalitatem in ea continuam deprehendemus. Nam sicut primi legatum ad legatum secundi se habet: sic secundi ad legatum tertij se habere debet. Et rursus, sicut secundi legatum se habet ad legatum tertij: sic tertij ad quarti legatum. Atq; e conuerso, sicut quarti legatum se habet ad legatum tertij: sic tertij ad legatum secundi. Et rursus, sicut tertij legatum ad secundi se habet: sic secundi ad primi legatum se habere debet. Quamobrem secundum trium proportionalium regulam supra a nobis enarratã res explicari debet: ut secundi legatum, quod in proportionum comparatione bis repetitur: in se multiplicetur: et uumerus inde procreatus per primi legatũ diuidatur. Ita sectionis numerus tertij legatum in lucem proferet, aureos. 64. Et rursus tertij legatum, quod in proportionum continuatione bis repetimus: in se mulriplicandum est: et numerus ex hoc enatus per secundi legatum diuidendus. Quo fiet: ut sectionis numerus quarti legatum manifestet, aureos. 170 $\frac{16}{24}$. quæ sunt $\frac{2}{3}$ unius aurei.

9 24 64 170 $\frac{16}{24}$. quæ sunt $\frac{2}{3}$

Quæstio. 20.

INTER TRES AVREORVM DVCENtorum diuisio de compacto fieri debet: ut primus triplo plus q̃ secundus habeat. Secundus quadruplo plus q̃ tertius. Quonam modo, secundum pactũ fiet iusta

iuſta partitio? Facile id extricabitur: ſi a tertio qui minimã partem accepturus eſt: retrogrado ordine incipias. cui aſſignes: ſi libet: unitatem. Et quia in quadruplo ſecundus tertium ſuperabit: tertij partem quadruplica: et enaſcentur quatuor. quæ pars erit ſecundi. At quoniam primus triplo amplius q̃ ſecundus conſequetur: ſecundi pars triplicanda eſt. et prodibunt duodecim. Ea pars erit primi. Hi numeri ſimul additi creant ſeptemdecim. ſecundũ quẽ uumerũ ſummæ propoſitæ partitio fiet. in totidem nãq; partes aurei ducenti diuidendi ſunt: ut ex his Primus. 12. Secundus. 4. Tertius unam habeat. confeſtim uero quis aureorum numerus cuiq; cedet: ſecundum regulam quatuor proportionalium excutiemus: ſi primo loco partes omnium ſimul additas ponamus. eę ſunt. 17. ſecundo cuiuſque partem, aliam ſub alia ſeorſum annotatam. tertio ſummam. 200. aureorũ diuidendam. Nam quæ proportio eſt omnium earum partium ſimul additarũ, ad cuiuſq; partem: eadem erit ſummæ diuidendæ, ad eam: quam quiſq; habiturus eſt. Et permutatim. quæ proportio eſt ſimul additarum omnium partium, ad ſummam diuidendam: eadem erit cuiuſque partis, ad eam ſummam, quam quiſq; conſequetur.

	12		Primus	$141\frac{5}{17}$
17	4	200	Secũdus	$47\frac{1}{17}$
	1		Tertius	$11\frac{13}{17}$

Si uis probare ſecundum pacta proceſſiſſe calculum: par-

tem primi in tria diuide. et sectionis numerus secūdi partem educet. Rursus secundi partem in quatuor. et numerus partitionis tertij partem proferet.

QVAESTIO. XXI.

TRES INTER SE PARTIRI CENTVM aureos cupiunt. quorum primus unā tertiam et unā quartā habere postulat. Secundus unam quartam et unā quintam. Tertius unam quintam et unam sextam. Quęritur, quantū cuiq; ex partitione obueniet? Ad huiusmodi quæstiones soluendas, in primis minimus numerus exquirēdus est: qui omnes cuiusq; denominatores simul capiat. Is autem est sexaginta. Ex quo numero, quę partes unicuiq; ex partitione prouenire deberent: si is diuidēdus esset: prius inuestigare oportet. id, quod facile deprehēdi potest, diuidēdo numerū ipsum sexagenarium, separatim per singulos partiū denominatores. Deinde partes ex numeris sectionum inuentę, seorsum addendę sunt: ut sciamus: quantum cuiq; partes suę coniūctę dabunt. Ita numerus partitionis de sexaginta partem tertiam. 20. partē quartam. 15. quę per additionem educunt. 35. primo deberi patefacit. Partem uero quartam. 15. et partem quintā 12. quę per additionem faciunt. 27. secundo deberi. Partem autem quintā. 12. et partem sextā. 10. quę per additionem procreant. 22. tertio deberi. Ad quarū partium de sexaginta erutarū exemplar, postq; numeri ex his collecti sunt additi: singuli portiones suas de summa centū ꝓposita facile consequentur. Etenim si primo loco numeri illi, ex cuiusq; partibus separatim per additionem numerorū sectionis iam collecti uidelicet. 35. 27. et. 22. mox omnes

in unum

in unũ rurſus additi ſtatuantur: ut ſint. 84. Secũdo ſinguli illi ſeparatim per additionem numerorũ ſectionis collecti, alius ſub alio ſeorſum annotati. Tertio ſumma centũ: quę diuidenda eſt: facile per quatuor proportionaliũ regulam res tota extricabitur. Nam ſicut in unũ coaceruati omnes illi cuiuſcę numeri, qui per additionẽ numerorũ ſectionis ſeorſum collecti erant: ſe habẽt ad ipſorũ ſingulos: ſic cẽtũ, quę diuidenda ſunt: ad illã ſummã, quę cuicę ex partitione debetur: ſe habere debẽt. Et ꝑmutatim. ſicut in unũ coaceruati omnes illi cuiuſcę numeri, qui per additionẽ numerorũ ſectionis ſeorſum collecti erãt: ſe habẽt ad centũ: quę ſunt diuidenda: ſic ſinguli cuiuſcę numeri per additionem numerorũ ſectionis ſeorſum collecti, ad illam ſummam, quam cuicę partitio aſſignabit: ſe habere debet.

	35		Primus 41 $\frac{56}{84}$ quę ſunt $\frac{2}{3}$	
84	27	100	Secũdus 32 $\frac{12}{84}$ quę ſunt $\frac{1}{7}$	
	22		Tertius 26 $\frac{16}{84}$ quę ſunt $\frac{4}{21}$	

Quæſtio. 22.

QVATVOR INTER SE DIVIDERE ſexcentos aureos ſic cupiunt: ut primus duas tertias, atcę una nouem aureos, habeat. Secundus tres quintas, et aureos octo. Tertius quincę ſextas, et aureos ſeptem. Quartus ſeptem octauas, et aureos ſex. Ambigitur, quantum cuilibet conferet partitio. In primis minimus numerus, qui omnes has denominationes capiat: inquirendus eſt. Is autem eſt centũ et uiginti. Quem numerum

merum si per singulas denominationes feces: inuenies tertiam eius partem, quadraginta. Quintã, uiginti quatuor. Sextam, uiginti. Octauam, quindecim. Cęterũ quoniam primus duas tertias habiturus est: quadraginta illa, quæ partem tertiã faciunt: duplicare oportet. et surgent octoginta. qui numerus in duabus tertijs reperitur. Et quia ultra duas tertias, primo etiam nouem aurei accedũt: nouem addenda sunt ad. 80. ut fiant. 89. ea summa est eorum: quæ primus habere postulat. Porro quia secundus tres quintas habebit: uiginti quatuor, quæ quintam faciunt: triplicanda sunt. et fient septuaginta duo. qui numerus in tribus quintis reperitur. et quia ultra tres quintas octo aurei secundo debentur: adduntur octo: quę creant 80. ea summa est eorum: quæ secundus flagitat. Pręterea quia tertius quinqs sextas est consequuturus: uiginti, quæ sextam implent: in quinqs ducere est opus. et prodibunt centum. qui numerus in quinqs sextis reperitur. cui, quia tertius septem aureos amplius petit: septem adiungãtur: et fient centum et septem. Quæ summa est eorũ: quę tertio debentur. Quartus uero quoniam septem octauas postulat: quindecim, quę octauam creant: ducere in septem oportet. et enascentur centum et quinqs. qui numerus in septem octauis deprehenditur. cui numero (quia quartus sex aureos adhuc exigit) addere oportet sex. et surgẽt centum et undecim. quæ summa est omniũ: quę quartus habiturus est. En tibi numeros: quos quisqs habere postulat. quos omnes si simul addas: surgent trecenta octoginta septem. Ad cuius summæ exemplũ ex partibus sic collectæ, sexcentorũ aureorũ partitio fieri debet. Nam sicut

omnes

omnes numeri, qui in partibus denominatis seorsum reperiuntur: una cum cuiusq; aureorũ accessione, simul additi se habent ad singulos ipsos numeros: sic sexcenti aurei, qui sunt diuidendi: ad numerum, quem cuiq; partitio assignabit: se habere debet. Et permutatim. sicut omnes illi numeri, qui in partibus denominatis seorsum reperiuntur: una cum aureorum accessione, simul additi se habent ad sexcentos aureos: sic ipsorum numerorum singuli ad numerum, qui cuiq; ex partitione debetur: se habere debet. Quocirca primo loco positis numeris illis omnibus simul additis, qui ex partibus denominatis et aureorũ accessione surgunt. qui faciunt. 387. Secundo eorum singulis, alio sub alio seorsum annotato. Tertio summa. 600. aureorum: statim quantum cuiq; ex partitione accrescet: quatuor proportionalium regula demonstrabit. Et si partes omnes cuiq; accrescentes, collectæ æquales erunt summæ diuidendæ: nihil est erratum.

89
80
387
107
111

600

Primus 137 $\frac{381}{387}$

Secũdus 124 $\frac{12}{387}$

Tertius 165 $\frac{345}{387}$

Quartus 172 $\frac{36}{387}$

Quęstio. 23.

ESTO, CENTVM AVREI INTER TRES ea lege diuidendi sint: ut quoties primus quinos consequitur: secundus senos capiat. quoties secũdus septenos

habet: tertius sumat nouenos. In hac partitione ambigitur: cum pro quiuis quibusq; primi secundus senos habeat: quantū debetur tertio. Rem inuolutam sic extricabis. Considera, si septeni aurei secundi tertio nouenos pariūt: facile sciri potest: quot aureos tertio seni secundi referent. Nam sicut septeni secundi se habent ad senos eiusdem: sic noueni tertij ad summam, quam is habiturus est: se habere debent. Et permutatim. sicut septeni secundi se habent ad tertij nouenos: sic secundi seni ad summam, quam tertius est consequuturus. Quare quatuor proportionaliū regula deprehendit, pro numero tertij in tota hac partitione, aureos septenos et $\frac{5}{7}$ sumendos esse. Qamobrem si omniū triū numeros uidelicet. 5. 6. et. 7. cū $\frac{5}{7}$ in unā summam coaceruatos primo loco statuamus: uidelicet cētum triginta et unam septimas $\frac{131}{7}$. secundo autem eorū singulos, alium sub alio seorsum annotatum designemus: tertio summam centum diuidendam: quatuor proportionalium regula ad exemplum prioris proportionis, quę de omnibus illis partibus ad earum unamquamq; reperitur: facile posteriorem de summa diuidenda, ad eam summā, quam quisq; habiturus est: deformabit. statimq; patefaciet primo 26 $\frac{94}{131}$. Secundo 32 $\frac{8}{131}$. Tertio 41 $\frac{29}{131}$. ex partitione deberi.

	5		Primus. 26. $\frac{94}{131}$
$\frac{131}{7}$	6	100	Secūdus. 32. $\frac{8}{131}$
	$7\frac{5}{7}$		Tertius. 41. $\frac{29}{131}$

IN HAC partitione faciẽda, quãdo alioquí exercitatos labí nõnunq̃ uídímus: admonẽdos íuuenes eſſe duxímus: ne errarent: ut poſtq̃ primí et ſecundí numeros in centum multíplícatos per díuíſorem ſecuerínt: cum ad tertíj numerum uentum erit: íntegra in mínutias eis adíũctas ſtatím redígant. ut fíant. 54. ſeptímæ. quas deínde in centũ multíplícent. ſíc ſurgent $\frac{5400}{7}$. Hoc loco quía mínutiæ, quæ díuídendæ ſunt: et quæ ſunt díuíſores: eundem denomínatorem habent: maíor numerator earum, quæ ſecandæ ſunt: per earum, quæ ſecant: numeratorem mínorem, íntegrorum more, díuídendus eſt: ut numerus eruatur: quí attínebit ad tertíum. Alioquí cum tam díuíſor q̃ díuídendus eaſdem íntegrorũ mínutías numerent: nempe ſeptímas: ſí díuíſorís denomínatorem, uídelícet ſeptem, ín díuídendí numeratorem, íntegrorum mínutias contínentem, et díuídendí denomínatorem ín díuíſorís numeratorem, ítídem íntegrorum mínutías numerantem, duceremus ín formam crucís: tunc tam díuíſorem q̃ díuídendum, quí íntegrorum ſeptímas contínent: ad ſeptímarum ſeptímas redígeremus. et cum duas príores ſectíones de ſímplícíbus mínutíjs expedíuerímus, ſcílícet de íntegrorum ſeptímís: tertíam hanc, quæ cum eís conſentíre deberet: de mínutíarum mínutíjs faceremus: totíuſq; partítionís mutaremus díuíſorem.

Quæſtío. 24.

QVATVOR INTER SE PARTIRI CENtũ aureos ſíc cupíunt: ut quot ternos prímus capít: totídem ſecundus quaternos habeat. quot quínos ſecun-

dus: totidem ſenos tertius ſumat. quot tertius ſeptenos: totidem quartus octonos conſequatur. Ambigitur quonam modo fiet iuſta partitio. Multos exercitatos uidim⁹ ad hoc ſaxum impingere: dum nec ſingulorum partes ſcirent inueſtigare: neq; his tandem inuentis, ſummam propoſitam ad earum rationem diuidere. Tota autem res ſic expedietur. Principio ſingulorum partes ad eundem modū exquiruntur: quem proximo quæſito monſtrauimus. Et ſecundi quidem pars, cui fabricandæ primi portio dat legem: facile cognoſcitur: cum alter ternos, alter quaternos ſit accepturus. Tertij uero portio, quæ tot ſenos habere debet: quot ſecundus quinos capit: non tam cito ſeſe offert: cum ſecundus quaternos non quinos ſumat. Quāobrem conſyderandum eſt: ſi quini aurei ſenos afferunt: quot aureos quaterni reddent. et per quatuor proportionalium regulam deprehendemus tertij portionem capere aureos 4 et $\frac{4}{5}$. Rurſus quarti pars, quę tot octonos habere debet: quot tertius ſeptenos ſumit: cum tertij portio 4 et $\frac{4}{5}$ non ſeptenos, capiat: ad hunc modum exquiretur: ut uidendum ſit: ſi ſepteni pariunt octonos: quot ad eam rationem ex 4 et $\frac{4}{5}$ obuenire debent. Et quatuor proportionalium regula monſtrabit quarti portionem. 5. et $\frac{17}{35}$. Demum poſtq̄ exquiſitæ ſunt partes ſingulorum: omnes in unam ſummam per additionem colligantur. et prodibunt $\frac{605}{35}$. quę diuiſoris fungentur partibus: et primum

mum locum tenebunt. ſecundum ſingulorum partes aliæ ſub alijs ſeorſum annotatæ. tertium ſumma. 100. aureorum: quæ diuidenda eſt. Cætera per quatuor proportionalium regulam expediantur. Cum autem ad quarti portionem uentum erit: poſtq̃ ea in centum multiplicata eſt: quia minutiæ productę denominatorem habebunt eundem: quem diuiſor: ideo numerator earum ſolus per diuiſoris numeratorẽ, integrorũ ritu, ſecetur. ſicut in proximo quæſito monſtrauimus. cuius rei rationem illic aperuimus. partes autẽ cuiuſq; apparebũt, hę quę ſequũtur.

3 — Primus $17\frac{215}{605}$

4 — Secũdus $23\frac{85}{605}$

$\frac{605}{35}$ — 100 — Tertius $27\frac{2325}{3025}$. q̃ ſunt $\frac{465}{605}$

$4\frac{4}{5}$

$5\frac{17}{35}$ — Quartus $31\frac{445}{605}$

Queſtio. 25.

LEGIO HABET PEDITVM SEX MILLIA et centum: Equites ſeptingẽtos uiginti ſex. Eſto, pedes ſtipendium quatuor nũmos ſeſtertios in diem capiat: eques nouem. Si duorum millium aureorum pręda ſecũdum eandem rationem inter eos diſtribuenda ſit: quantum conſequentur equites? quantumq; pedites? In primis multiplicare oportet equitum numerum in numerũ ſtipendij: quod eorum quilibet in diem capit: et ſurgent 6534. quæ ſumma ſeorſum erit annotanda. Itidemq; faciendum eſt de peditum numero: et fient. 24400. quæ

seorsum etiam notentur. deinde illi duo numeri procreati simul addantur: et prodibunt. 30934. quæ summa, si reperta esset: nullo negocio inter equites et pedites posset diuidi. Atq; ideo ad illarum summarum productarũ exemplum, hæc, quæ proposita est: summa duorum milliũ erit diuidenda. Nam quę proportio est amborum productorum numerorum ad alterum ex ductu equitum in sua stipendia natum: eadem comperietur numeri propositi duorum millium ad eum numerũ: quem equites ex pręda habere debent. Et permutatim. quę proportio est amborum numerorum productorum ad numerum propositum duorum millium: eadem erit alterius ex ductu equitum in sua stipendia nati, ad numerum, quem equites ex pręda consequentur. Quare ut primũ de equitibus absoluamus: primo loco ambos numeros productos simul additos locemus. Secundo numerum ex ductu equitum in sua stipendia procreatum. Tertio numerum distribuendum duorum millium. Deinde ex quatuor proportionaliũ regula deprehẽdem⁹ equitibus obuenire $422\frac{13852}{30934}$. q̃ sũt $\frac{6926}{15467}$. Ea summa est: quam equites uniuersi consequentur. quã ipsam si per equitum numerũ postea diuidas: tum deprehendes: quantum unusquisq; eques habiturus est. Et quoniam ea minor est: q̃ ut per equitum numerum secari possit: in uiliorem pecuniam multiplicanda est: ut sectionem subire ualeat. De peditum portione inuestiganda, similiter agendum erit. Nam quę proportio est amborum productorum numerorum, ad alterum ex ductu peditum in sua stipendia natum: eadem reperietur propositi numeri

duorum

duorum millium, ad eum numerum, quem pedites ex prę-
da consequentur. Et permutatim, quæ proportio est am-
borum productorum numerorum ad numerum propositum duorum millium: eadem erit alterius ex ductu pedi-
tum in sua stipendia nati, ad numerum, quem pedites ex
pręda habituri sunt. Cætera eo modo expediantur, quo
de equitibus diximus. et peditū portio erit $1577\frac{17082}{30934}$.

AD EVNDEM modum distributio fiat: si inter ca-
nonicos et alios cuiusuis templi sacerdotes pecuniā
diuidere sic oporteat: ut quoties inferiori sacerdoti tria ob-
ueniunt: canonico accrescant quinq;.

Quęstio. 26.

IN VNA MOLETRINA TRINAE MOLAE reperiuntur: quarum unæ duodecim horis modios tri-
tici decem et octo moliunt. Secūdæ per idem tempus mo-
dios tredecim. Tertiæ tanto tempore modios octo. Acce-
dit ad moletrinam rusticus, tritici modios afferens uiginti
quatuor: quos omnibus molis sic supponi desyderat: ut
uno momento singulę suum opus absoluant. et scire cupit
a molitore: quanto tempore sit expectandum: ut res ex-
pediatur: quantumq; quibusq; molis sit subijciendum: ut
omnes una desinant. Prima questio facilis explicatu uide-
tur: si omnes modios simul addamus: quę duodecim ho-
ris moliuntur ā trinis molis: cum duæ proportiones de-
prehendantur. unā de omnibus illis modijs simul additis:
qui sunt triginta nouem: ad modios uiginti quatuor a ru-
stico allatos. Altera de duodecim horis, ad illum horarū
numerum,

numerum, quo molæ expedient opus. Etenim ſicut omnes modij ſimul additi, qui ſunt. 39. ſe habent ad. 24. modios a ruſtico allatos: ſic horæ duodecim ad illum horarũ numerũ, quo res abſolui poteſt, ſe habere debent. Et permutatim, ſicut illi. 39. modij ſimul additi ſe habent ad duodecim horas: ſic. 24. modij ad illum horarum numerum, quo res finietur. Ita demum ex quatuor proportionalium regula comperietur, uiginti quatuor modios a trinis illis molis expediri poſſe ſeptem horis et quindecim triceſimis nonis.

Modij	Modij	Horæ	Horæ $\frac{15}{39}$
39	24	12	$7\frac{15}{39}$

Poſtq̃ deinde prius quæſitum de tempore, quo modij 24. ſimul abſolui poſſunt: exploratum eſt. poſterius quæſitum de modiorum numero, qui ſingulis quibusq; molis ſubijci debet: continuo poteſt excuti: cũ de tempore iam certo ad ſingularũ molarũ modios quęſtio ſit uerſa. Nam ſicut. 12. horæ ſe habent ad horas. 7. et $\frac{15}{39}$. ſic. 18. modij, qui per primas molas. 12. horis conficiuntur: ad illum modiorum numerum ſe habere debet: qui horis. 7. et $\frac{15}{39}$ molis eiſdem ſubijcientur. Et permutatim, ſicut. 12. horæ ſe habent ad modios. 18. qui per primas molas eo tempore expediuntur: ſic horæ. 7. et $\frac{15}{39}$ ad illum modiorum numerum, qui eiſdem molis per id tempus ſunt ſubijciendi. Ad quem modũ ſi per ſecundas atq; item tertias molas comparationem facias: quæ res ante obſcura uiſa eſt:

est: a regula quatuor proportionalium illustrabitur. Id quod statim fiet: si primo loco horas. 12. statuas. Secundo horas. 7. et $\frac{15}{39}$. Tertio illum modiorum numerum, qui a singulis molis duodecim horis confici potest, alium sub alio seorsum annotatum.

Horæ	Horæ	Modij	
12	7 $\frac{15}{39}$	18	Primę molę 11 $\frac{36}{468}$. q̃ faciũt $\frac{1}{13}$
		13	Secũdę molę 8
		8	Tertię molę 4 $\frac{432}{468}$. q̃ faciũt $\frac{12}{13}$

ITA comperiemus primis molis subijciẽdos esse modios undecim et unius modij unam decimã tertiam. Secundis molis modios octo. Tertijs modios quatuor et duodecim decimas tertias. Qui modiorum numerus in summam collectus profert uiginti quatuor modios a rustico allatos. Ex quo liquere potest recte supputatum esse.

Quęstio. 27.

AQVAE PLENA CISTERNA QVAEPIam fistulas tres habet: ex quarum maxima si extrahas epistomium: una hora aqua tota effluet. Secunda fistula, quæ minor est: aquam euomit horis duabus. Tertia, quæ minima est: tribus horis emittit aquã. Iam si exemptis epistomijs, una omnes fistulæ pateant: Ambigitur: quanto tempore tota aqua effluet? In hac hæsitatione explicanda quoniam una hora integra, maxima fistula totam aquam fundit: minor horis duabus: minima tri-

bus: minimus numerus in primis inquirendus est: quem hi numeri, unum, duo, et tria, numerant. Qui quemadmodum sit inuestigandus: superiori libro edocuimus. Is autem comperietur numerus senarius: qui numeros hos, a quibus numeratur: partes suas habet. Et quia intra se complectitur numeros illos omnes: a quibus numeratur: qui tempus aquæ numerant per singulas fistulas seorsum exeuntis: diuidendus erit: uti mox dicemus. Postea consyderandum est: sicut maxima fistula una hora totā aquā exhaurit: ita quæ duabus horis id facit: una hora aquæ dimidium effundit. quæ tribus horis id peragit: una hora tertiam aquæ partem emittit. Deinde quia omnes fistulæ uno tempore aperiuntur: omnes numeri inclusi in integro illo et eius partibus, quas numeri eum numerantes denominant: educendi sunt: ut simul addantur. Id quod statim fiet: si integrum illum per singularum partium denominationem seorsum diuidas. quippe si sex per duo seces: tria inuenies. si per tria, duo. Nam quia numerus senarius numerus minimus integer est: quem unū, duo, et tria numerant: quiq; partem unam secundam atq; unam tertiam habeat: ipse integer sumendus est. cuius pars quidem secūda, tria, tertia uero duo continet. Hi autem numeri sex, tria, et duo simul additi procreabunt undecim. qui numerus tempus aquæ per omnes fistulas fluentis, exprimit: numerosq; omnes ex integro illo et eius partibus exeuntes simul additos capit. Hic diuisoris partibus fungetur in hoc quæsito. Cæterum quoniam sex ab undecim diuidi nequeunt: ut uterq; numerus integer maneat: Ideo numerus ille horarum senarius in sexaginta momenta, quę partes

tes ſunt unius horæ: multiplicandus eſt: ut ſectionem ferat. Ita numerus continens tempus aquę ex ſingulis fiſtulis ſeorſum effluentis: per numerum momentorum aquæ ſimul ex uniuerſis erūpentis diuidetur. qui quoties in horarum numero diuidendo fuerit inuentus: tot effluentis aquæ momenta comperientur.

IDQVE ITA habere huiuſmodi conſyderatione deprehendi poteſt. Nam cum numerus ſenarius complectatur omne tēpus ſeparatim elabentis aquæ: fiſtula, quę una hora aquam educit: ſex horis ſexies id faceret. quę uero duabus horis aquam emittit: ſex horis ter id perageret. quæ tribus horis aquam exhaurit: ſex horis bis aquā effūderet. atq; ita ſimul omnes fiſtulę ſex horis aquā undecies educerēt. Verū quia in quæſtione propoſita aqua tantum ſemel non undecies ex ciſterna fundenda eſt: quę proportio eſt inter undecim et unum: eadem erit inter ſex, et aquę effundendæ tempus. Et permutatim. quæ proportio eſt inter undecim et. 6. eadem erit inter. 1. et tempus aquæ fundēdæ. Secūdum regulam igitur quatuor proportionalium per. 11. ſecantes horas. 6. prius in. 60. momenta multiplicatas: uti iam diximus: comperiemus omnes ciſternæ fiſtulas patentes triginta duobus unius horæ momentis atq; octo undecimis totam aquam emittere.

$$\begin{array}{ccccc} & & 60 & & \\ 11 & 1 & 6 & 32\frac{8}{11} & \\ & & 360 & & \end{array}$$

VEL SI libet. 6. per. 11. in minutias: ſecare deprehēdemus $\frac{6}{11}$ unius horæ: quæ tempus monſtrant exhauriē-

dæ aquæ. qui ſecandi modus cum priori conſentit. quippe cum in una hora. 60. ſint momenta: quorum pars undecima momenta. 5. et $\frac{5}{11}$ momentorum capiat: ea pars ſexies ſibi addita profert momẽta 32 et $\frac{8}{11}$. Porro momenta 5. ſexies accumulata creant. 30. Rurſus $\frac{5}{11}$ momentorum ſexies aggregatę educunt $\frac{30}{11}$ momentorum: quæ duo integra momenta conſtituunt et $\frac{8}{11}$.

PORRO SI ID genus queſtioni unum integrũ nõ admiſceatur: facilius multo explicabitur. nec erit neceſſe numerum diuidendum in partes ſuas frangere. quãdoquidem maior diuiſore comperietur. Veluti ſi ciſternæ alicuius tres ſint fiſtulæ: quarũ ſi maxima aperiatur: quatuor horis aqua effluet. ſi minor: horis ſex. ſi minima: horis octo. et ambigitur: ſi una omnes fiſtulæ, ſublatis epiſtomijs, pateſiant: quanto tempore ex ciſterna aqua tota exibit. Principio minimus numerus inueſtigandus eſt: quem quatuor, ſex, et octo numerant. Is autem comperietur, uiginti quatuor. qui partes ſuas habet numeros illos omnes, a quibus numeratur: tempus numerantes aquæ per ſingulas fiſtulas ſeorſum exeuntis. Hic numerus ſecãdus eſt: ut quæſitum eruamus. Tum conſyderandum eſt: ſicut fiſtula, quæ ciſternam quatuor exhaurit horis: una hora quartã eius partem emittit: ſic quę ſex horis id complet: una hora ſextam eius partem facit uacuam: quę horis octo aquam educit: una hora partem octauam aufert.

Deinde

Deinde quia omnes fiſtulæ uno tempore fluunt: omnes numeri comprehenſi in illius integri partibus: quas numeri eum numerantes denominant: exquirendi ſunt: atq; una addendi. ut per eos integer ille, qui ſuis partibus eos includit: diuidatur. Et quia ex. 24. quarta pars continet ſex: ſexta. 4. octaua tria. ſex, quatuor et tria ſimul addãtur: et fient. 13. qui numerus tempus aquæ per omnes fiſtulas ſimul effluentis numerat. Hic numerus diuiſor numerum. 24. integrum partium ſuarum denominationibus tempus aquæ per ſingulas fiſtulas ſeorſum fuſæ demonſtrantem, atque intra ſuas partes numeros additos includentem ſecare debet. Quippe cum numerus. 24. capiat omne tempus ſeparatim effluentis aquæ: fiſtula, quę ciſternã. 4. horis exhaurit: horis. 24. ſexies id faceret. quæ ſex horis aquam fundit: horis. 24. quater id cõpleret. quę horis octo aquam educit. 24. horis ter eam emitteret. atq; ita omnes ſimul. 24. horis aquam tredecies educerent. Verum quia in quæſtione propoſita aqua tantum ſemel non tredecies ex ciſterna fundenda eſt: quæ proportio eſt inter. 13. et unum: eadem erit inter. 24. et aquæ effundẽdæ tempus. Et permutatim. quæ proportio eſt inter. 13. et. 24. eadem erit inter unum et tempus aquę exhauriendæ. Secundum regulam igitur quatuor proportionalium per. 13. ſecantes. 24. comperiemus omnibus fiſtulis apertis aquam ex ciſterna effluere hora una et undecim decimis tertijs.

13 1 24 $1\frac{11}{13}$

Quęstio. 28.

ESTO, CISTERNA QVAEPIAM TRES habeat fistulas: quarum maxima per horæ quadrantem plenam cisternam exhauriat: minor per horæ dimidium: quæ minima est: per horæ spacium totam aquam fundat. si sublatis epistomijs, una omnes fistulæ pateant: quanto tempore uacua reddetur cisterna? Hæsitatio hæc superiori similis est: et simili modo soluenda, præterq; illic de horis integris, hic de unius horæ partibus quæsitum est. Verumtamen si quem minutias uitare iuuat: id quod plerique omnes, quantum fieri potest: cupiunt: hic quoq; integrorum more cuncta expediri possunt: ut horæ quadrans uelut integrum quiddam computetur. horæ dimidium, quod duos quadrantes continet: pro duobus integris. hora uero, quæ. 4. quadrantes capit: pro. 4. integris. Ita minimum numerū, quem unum, duo, et. 4. numerant: inuestigantes, deprehendemus. 8. qui numerus omne tempus elabentis aquæ complectens diuidendus est. Deinde consyderemus eā fistulā, quæ per horæ quadrantem totam aquā fundit: per octo quadrantes octies id efficere: quæ per horæ dimidiū aquā emittit: per octo quadrantes quater id præstare: quæ per horæ spacium aquam exhaurit: per octo quadrantes bis eam educere: atq; ita fistulas omnes una patentes per octo quadrātes decies et quater aquā fundere. Sed quia in quęstione proposita aqua tantum semel non decies et quater emittenda est: quæ proportio est inter. 14. et. 1. eadem erit inter. 8. et aquæ exhauriendæ tempus. Et permutatim. quę proportio est inter. 14. et. 8. eadem erit inter. 1.

et tempus

et tẽpus aquæ effũdendę. 14. igitur numerus diuiſor erit. Et quia. 8. numerus diuidendus, qui horarũ quadrantes numerat: minor eſt q̃ diuiſor: propterea multiplicetur in horarum momenta totidem: quot horæ quadrantem efficiũt. ea autem ſunt. 15. Ita ſurgent. 120. quæ ſi per. 14. ſecentur: partitionis numerus proferet $8\frac{8}{14}$. totidẽ nãq; momentis ciſterna uacua fiet.

Quæſtio. 29.

AQVAE DVCTVS PER SALIENTEM quatuor horis ciſternam implet. Obſtruſo uero ſaliente, fiſtula in ciſternæ fundo, ſi tollas epiſtomium: undecim horis emittit aquam. Iam ſi uacuam ciſternam patefactus ſaliens impleat: atq; per idem tempus aperta fiſtula exhauriat: intra quantum temporis plena erit ciſterna? Ex hoc labyrintho ſic tete extricabis. Quia ciſternam implendi tempus, quod quatuor eſt horarum: cum euacuandi tempore, quod eſt horarum undecim: concurrit: quatuor in undecim ducere oportet: ut unus numerus de utroq; fiat: qui partes omnes utriuſq; temporis intra ſe cõplectatur. Is autem numerus erit. 44. Et quia tempus implendi celerius eſt: et euacuãdi tardius: obſeruare oportet utriuſq; temporis inter ſe diſtantiam. Eam autem, ſi alterum tempus ab altero ſubducas: numerus reſtans indicabit. qui reperietur ſeptem. Ita ſi numerum ex utriuſq; temporis multiplicatione procreatum diuidas per eorum inter ſe diſtãtiam: numerus ſectionis patefaciet: quot horis, effluentis aquę tarditatem celeritas influentis aſſequetur.

Horæ igitur. 44. diuiſæ per ſeptem, in numero partitionis educunt. 6. horas et $\frac{2}{7}$. intra quas ciſterna plena erit. Sic omnes horas et implendi et exhauriendi per multiplicationem in unum numerum collectas earum inter ſe differentia ſecabit: ut quæſitum explices. Idq; ita habere uel ex illa cõſyderatione liquere poteſt: q̃ ſaliens quatuor horis ciſternam implens una hora quartam eius partem reddit plenam. fiſtula autem, quę undecim horis aquam educit: una hora partem undecimam eiuſdem quartæ partis exhaurit. Ideo ut ſciamus: quãtum una hora conferet ad implendum: ab una quarta parte pars una undecima ſubducatur: et ſuperſunt $\frac{7}{44}$. quę minutię reſtantes indicãt: quot partes ciſternę una hora implentur. nempe de quadraginta quatuor partib⁹ ſolę ſeptem. Quoties itaq; ſeptẽ in. 44. habentur: totidem horę requiruntur ad ciſternam implendam. Nam ſicut ſeptem ciſternæ partes ſe habent ad. 44. quę ſunt omnes eius partes: ſic una hora, qua ſeptem ciſternę partes implentur: ad illũ horarum numerum, quo tota plena erit: ſe habere debet. Et permutatim, ſicut ſeptem partes ciſternę ſe habent ad unam horam: ita. 44. quę ſunt omnes ciſternę partes: ad eum horarum numerum, quo poterit impleri.

7 44 1 $6\frac{2.}{7}$

Quęſtio. 30.

TVRRIS EXSTRVENDA EST: CVIVS altitudo erit quadraginta cubitorum. ſingula latera exterius

exterius latitudinem habebunt cubitorum uicenum. interior autem habitatio ad usus hominum per singula latera cubitos patebit quindenos, cõuenitq; cũ operis redemptore, singulos aureos in singulos cubitos [illegible]ri. quanti igitur constabit totius turris substructio? Ad hoc quæsitum perueſtigandum, in primis quia latera omnia paria sunt: eorum latitudinem in se multiplicare oportet. et surgent quadringenta. Deinde numerus ille ex latitudinis ductu procreatus rursus in altitudinẽ ducendus est: et proueniẽt sexdecim millia, tot aureis constaret turris: si esset solida: nihilq; haberet concaui. Cæterum quia interna habitatio per singula latera cubitos patebit quindenos: ipsam concauitatem in se multiplicare oportet. unde prodibunt ducenta uiginti quinq;. Qui numerus ex cõcauitatis in se ductu creatus denuo in altitudinem ducẽdus est: atq; ita exibũt nouem millia. tot cubitos capit uniuersa concauitas. quæ si dematur de turris soliditate: quæ sexdecim millium cubitorum erat: restabunt septem millia. tanti constabit absoluta turris.

Quęstio. 31.

MVRVS ERIGENDVS EST: QVI MILle cubitos in longitudinem porrigetur. surget autem in altitudinem cubitos quadraginta. at crassitudo erit cubitorum quinq;. Is fiet ex lapidibus sectis: quorum unusquisq; dimidij cubiti longitudinem habebit: latitudinem partis tertiæ unius cubiti: crassitudinem partis quartæ. Quot eiusmodi lapides muro exstruẽdo sufficient? Hæsitatio hæc sic extricabitur. Muri longitudinem, quæ cubitorũ est mille: in altitudinem, quæ quadraginta est: mul-

tiplicare oportet. et surgēt quadraginta millia. qui numerus procreatus rursus in crassitudinem, quæ quinq; cubitos implet: ducendus est. et prouenient ducēta millia. tot cubitos tenet tota muri quadratura. Similiter lapidum dimensio, quæ constat ex minutijs: in se multiplicanda est. $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ et prodibit una uicesima quarta unius cubiti. quæ secti cuiusq; lapidis dimensionem capit. Iam ut scias: quot lapides murum consummabunt: per lapidū dimensionem minutias habentem $\frac{1}{24}$ diuidere oportet muri quadraturam: quæ ex integris numeris constat. $\frac{20000.}{1}$ Vnde creabuntur quater millena atq; octingenta millia. 4800000. toties enim in muri quadratura dimensio lapidum reperitur. Atq; ideo tot lapides muro erigendo sufficient.

Quęstio. 32.

QVATVOR ARCHITECTI AD PRAEtorium ædificandum euocantur. primus uno anno confectum opus dare spondet. Secūdus biennio. Tertius triennio. Quartus quadriennio. Iam si una omnes aggrediantur opus: quanto tempore absolutum erit prætoriū? Quęstio hæc similis est illi de cisterna tres habēte fistulas: et simili modo soluenda. Nam minimus numerus in primis inquirendus est: quem hi numeri, unum, duo, tria, et quatuor numerant. Hunc autem inueniemus, duodenarium, qui numeros illos omnes, a quibus numeratur: seperatim exstruēdi operis tempus numerantes, intra se cōplectitur.

plectitur. atq; ideo annotandus est: ut sectionem subeat. Illud postea animaduertendum est. Qui annū poscit: anno integro rem absolutam dabit. Qui biennium petit: anno uno operis dimidium conficiet. Qui triennium: anno uno tertiam operis partem eriget. Qui quadrienniū: anno uno quartam ædificabit. Deinde quoniam omnes architecti operas suas in unum conferunt: omnes numeri comprehensi in integro illo et eius partibus, quas numeri eum numerantes denominant: perscrutādi sunt: et simul addendi. quo fiet: ut cum duodenarius numerus minimus integer existat: qui ab uno, duobus, tribus, et quatuor numeratur: quiq; $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ habeat: pro uno anno integro numerus ipse integer sumendus sit. Et cum eius dimidium. 6. contineat: tertia. 4. quarta. 3. numeri illi, sex, quatuor, et tria, qui denominatis illis partibus sunt inclusi: ad. 12. addantur, et fient. 25. qui numerus tēpus numerat: quo omnes architecti simul operas conferunt. Hic diuisor erit: et numerum illum. 12. in se atq; in suis partibus numeros additos includentem, separatimq; ædificantium tempora complectentem, secare debet. Ita tempora separatim extruendi operis uno anno comprehensa, per tempus iunctim erigendi diuidētur. Nam cum numerus duodenarius complectatur omne tempus operis separatim extruendi: architectus, qui uno anno prętorium ędificabit: duodecim annis duodecies id absolueret. qui biennio id complebit. 12. annis sexies id efficeret. qui triennio 12. annis quater opus erigeret. qui quadriennio. 12. annis ter opus consummaret. atq; ita una omnes architecti. 12.

annis uicies et quinquies opus absoluerent. Sed quia in quęstione proposita opus tantũ semel non uicies et quinquies fieri debet: ideo quæ proportio est inter. 25. et. 1. eadem erit inter. 12. et tempus finiendi operis. Et permutatim, quę proportio est inter. 25. et. 12. eadem erit inter 1. et operis finiendi tẽpus. Itaq; per. 25. secare. 12. oportet. et quoniam numerus diuidendus diuisore minor est 12. quæ annos numerãt: in. 12. menses, quæ partes sunt unius anni: ducantur. et prodibunt, 144. quæ secta per 25. reddent menses. 5. et $\frac{19}{25}$. quo tempore prætorium omnes consummabunt.

25 1 12 $5\frac{19}{25}$

QVAESITVM explicari facilius potuisset: si unũ integrum non fuisset admixtum. sicuti in fistularum quęstione diximus.

Quęstio. 33.

DVO ARCHITECTI suscipiunt opus faciendũ: quorum alter diebus triginta solus id perficeret. Alter solus diebus quadraginta. Hi, quo celerius rem finiant: tertium architectum accersunt: atq; omnes una conferentes operas, diebus quindecim totum opus conficiũt. Quæritur, quot diebus tertius accersitus id solus effecisset? Vt rem abstrusam eruamus: principio excutere oportet: quantum illius operis uno die, primorum duorum uterq; pro parte sua fecit. Et quidẽ scitu facile est: si quindecim illos dies facti ab omnibus operis per utriusq; dies, quibus solus id absoluisset: seorsum diuidamus. Ita si dies

es quindecim per dies primi triginta ſecemus: cum maior numerus ſit diuiſor minor diuidendus. eæ minutiæ prodeant: neceſſe eſt. quas numerus diuidendus factus numerator, et numerus diuiſor denominator effectus creabunt. uidelicet $\frac{15}{30}$. quę ad minimam nomenclaturam redactę faciunt $\frac{1}{2}$. tantum de illo opere primus uno die fecit. Similiter dies ſecundi. 40. ſecantes. 15. procreãt $\frac{15}{40}$. quæ faciunt $\frac{3}{8}$. tantum de illo opere ſecũdus uno die peregit. Iam uero ſi $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{8}$ ſimul addantur: colliguntur $\frac{7}{8}$. tantum uno die de illo opere ambo confecerunt. reliquum fecit tertius. Quantum autem id ſit: ſcies: ſi ab uno die, quo ſimul omnes opus faciunt: ſubducas opus a duobus primis factum: nempe $\frac{7}{8}$. ita ſupererit $\frac{1}{8}$. quæ minutiæ reſtantes indicãt octauam operis partem uno die a tertio factam eſſe. Quod cum eſt compertum: uidendum eſt: quoties in quindecim illis diebus totius operis facti, minutiæ illæ, quæ tertij opus demonſtrant: contineantur. id, quod e ueſtigio per ſectionem patefiet. nam ſi per $\frac{1}{8}$ quindecim ſecentur. numerus partitionis proferet centũ uiginti. quo dierum numero tertius ſolus opus conſummaſſet.

Quæſtio. 34.

TVRRIS CVIVSPIAM PARS TERTIA ſub terra latet. Quarta pars ſub aqua demergitur. cubiti ſexaginta ſupra aquam eminent. Ambigitur: quot cubiti

cubiti in terra ſint: quot in aqua. Minimum numerum exquirere oportet: quem partium illarum ſub aqua et terra tectarum denominatores numerant. Is autem ſi denominator alter in alterum ducatur: inuenietur. 12. qui numerus non ſolum latentes illas turris partes intra ſe complectitur: ſed totum etiam turris corpus: cuius illæ ſunt partes. Qua ratione partes quoq; cæteras eminentes uniuerſas capit. Itaq; ſi a tertia et quarta turris parte reliquas ſeparare uolumus: ſubducamus a. 12. ambas illas ſub aqua et terra latentium partium denominationes. quæ faciunt. 7. et reſtabunt. 5. partes reliquę de. 12. Hæ autē partes ſunt ſupra aquam exſtantes. quæ cubitos. 60. in ſe continent. Iam uero poſtq̄ comperimus: omnes turris partes eſſe. 12. atq; earū quinq; capere cubitos. 60. Scitu facile eſt: quot cubiti ſint in tota turri. Nam ſicut turris partes. 5. ſe habent ad partes. 12. quæ ſunt uniuerſæ: ſic cubiti. 60. ad eum cubitorū numerum qui in tota turri continentur: ſe habere debent. Et permutatim, ſicut partes. 5. turris ſe habent ad cubitos. 60. quos cōtinent: ſic partes. 12. quæ ſunt uniuerſæ: ad eum cubitorum numerum, quos tota turris capit. Igitur deſignatis in eum ordinem proportionibus, ut primo loco ſint. 5. ſecundo. 12. tertio. 60. quatuor proportionalium regula deprehēdit in tota turri cubitos. 144. contineri.

5 12 60 144

Deinde cubitorum numerus, quos tertia pars ſub terra tegit: facile eruitur: ſi numerum uniuerſorum turris cubitorum diuidas in tria. ſectionis enim numerus. 48. cubitos profert. qui ſub terra latent. Eadem facilitate inuenire

licet

licet numerum cubitorũ, quos pars quarta ſub aquis demerſos tenet: ſi uniuerſos turris cubitos in quatuor ſeces. Nam numerus partitionis educet. 36. Itidem ſi uniuerſũ cubitorum numerum uidelicet. 144. in partium uniuerſarum numerum nempe. 12. diuidas: in numero ſectionis 12. ſurgent. Ex quo ſcire licet. 60. cubitos. 5. partes totius numeri capere. quinquies enim. 12. creant. 60.

Quæſtio. 35.

ROMAM EX BRITANNIA QVISPIAM proficiſcens ſingulis diebus uiginti millia paſſuum conficit. Septimo poſt die alter iter ingreſſus triginta tria paſſuum millia quottidie progreditur. Quot diebus illũ præcedentem hic ſequens aſſequetur? Vt rem confeſtim explices: ſpacium in primis annotare oportet a priore cõfectum: anteq̃ poſterior profectus eſt. id eſt centũ uiginti millia paſſuum, ſex diebus confecta. Quæ ſumma diuidenda eſt. At illud ſpacium, quod quottidie poſterior amplius q̃ prior conficit: diuiſor nobis erit. Id autem eſt tredecim millia paſſuum. Ita ſi centum uiginti per tredecim ſecemus: deprehendemus in numero ſectionis, nouẽ dies et tres tertiasdecimas. per quod tempus poſterior priorẽ conſequetur.

13 1 120 $9\frac{3}{13}$

Quęſtio. 36.

NAVIS EX BRITANNIA IN PALESTInam proficiſcens ſingulis diebus ſeptuaginta millia paſſuum procedit: noctibus uero reflante uento, retro a curſu

cursu suo quindecim millia reijcitur. Iam cum tota nauigatio quater millena millia passuũ capiat: quando in Palestinã appellet nauis? Facile id extricatu est. nam nocturna milliaria a diurnis deducenda sunt. et summa restans, quæ cursũ nauis indicat: diuisoris partes subibit: per quã secare oportet totius nauigationis numerũ. nempe. 4000. Ita sectionis numerus demonstrabit, septuaginta duobus dieb⁹ et quadraginta quinquagesimis quintis nauigationem hanc absolui posse.

55 1 4000 72 $\frac{40}{55}$

Quęstio. 37.

CVRSOR AB EBORACO LONDINVM proficiscens, quinq; diebus iter conficit. At alter magis expeditus a Londino Eboracum tribus diebus excurrit. Si eodem tempore uterq;, alter a Londino, ab Eboraco alter discedit. intra quantum tempus occurret alter alteri? Ad hoc quæsitum eruendum, ex his duobus cursoris utriusq; temporibus, laterum uicem subituris per multiplicationem alterius in alterum, unum numerum producere oportet: qui itineris ab utroq; separatim conficiendi uniuersum tempus per multiplicationem coaceruatũ intra se complectatur. tria igitur in. 5. ducta. 15. progenerabunt. qui numerus annotandus est: ut sectionem patiatur. Deinde quia uterq; uno tempore iter facit: utriusq; tempus simul est addendum. et per summam ex hoc surgentem: quę est. 8. continuo diuidere oportet numerum illum. 15. productum. Ita sectionis numerus tempus occursus monstrabit. Idq; ita esse hac consyderatione deprehendemus.

hendemus. q̄ qui quinq̄ diebus iter peragit: uno die conficit partem eius quintam. qui tribus diebus: uno die tertiam. Quocirca numeri inclusi in producti numeri partibus illis denominatis, quas uterq̄ uno die conficit: inuestigandi sunt: et simul addendi. Quo fiet: ut cū de quindecim quinta pars tria, tertia quinq̄ capiat: quinq; et tria simul addātur: et surgent octo. quæ summa tempus utriusq̄ itineris una conficiendi numerat. Is diuisor erit. Nam numerus intra se complectens separatim peragendi itineris tempora in se multiplicata secabitur per numerum itineris una conficiendi. Et quoties hic in illo deprehendetur: tot dies ad cursorū requiruntur occursum. Ita si quindecim per octo diuidantur: partitionis numerus unum diem et septem octauas proferet. quo tempore in itinere alter alteri occurret.

8 1 15 $1\frac{7}{8}$

ALIA etiam consyderatione rem ita se habere facile sciri potest: q̄ in quindecim illis diebus ex utriusq̄ tempore in se multiplicato productis alter cursor quinquies, alter ter iter absoluisset. Qua ratione ambo una octies per id tempus iter confecissent. Verumtamen quia in quæstione proposita ambo semel, at non octies, iter sunt facturi: quę proportio est inter. 8. et. 1. eadem erit inter. 15. et tempus occursus. Igitur secundum regulam quatuor proportionalium per. 8. secantes. 15. in numero sectionis inuenie $1\frac{7}{8}$.

SPACIVM EST: QVOD EXPEDITVS curſor uno die ter cõficit. Alter paulo ſegnior uno die bis illud permeat. ſi alter alteri obuiam eodem tẽpore prodeat: quando inter ſe occurrent? Si rem bene conſyderes: quoniam unus dies totum tempus utriuſq; itineris peragendi intra ſe complectitur: diuidere oportet unum diem per tempus utriuſq; ſimul additum. quod in ſumma facit quinq;. ex qua ſectione proferet una diei pars quinta: quæ tempus occurſus indicabit. Idq; ita eſſe ex hoc apparebit: q; qui ter uno die ſpacium tranſcurrit: tertia diei parte ſemel id conficit. qui uero bis uno die id facit: dimidio diei id complet. Secundum itaq; ea, quæ prȩcepta ſunt quȩſtione proxima: ſi $\frac{1}{2}$ ducatur in $\frac{1}{3}$. exit $\frac{1}{6}$ diei: in qua alter $\frac{1}{2}$ ſui itineris, alter $\frac{1}{3}$ expediet. Deinde quia ambo ſimul iter faciunt: amborum itinera ſimul addantur: hoc eſt $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{3}$, et ſumma ſurget $\frac{5}{6}$. in quibus ſimul ambo quinquies $\frac{1}{6}$ ſui itineris in $\frac{1}{6}$ diei parte facient. Cȩterum quia in quȩſtione propoſita ambo tantum ſemel $\frac{1}{6}$ ſui itineris in $\frac{1}{6}$ diei parte ſunt facturi: quæ proportio eſt inter $\frac{5}{6}$ et unitatem: eadem erit inter $\frac{1}{6}$: et tempus, quo inter ſe occurrent. Igitur ſecundum regulam quatuor proportionalium, per $\frac{5}{6}$ ſecantes $\frac{1}{6}$, in numero ſectionis deprehendemus $\frac{6}{30}$. quȩ ad minimam nomenclaturam redactȩ faciunt $\frac{1}{5}$. qua diei parte

parte ambo inter se occurrent.

Quęstio. 39.

PATERFAMILIAS MINISTRO QVATVor aureos tradit: iubetq; emi piperis, zingiberis, amygdalarũ, et saccari tot libras ęquali numero: quot ea pecunia suppeditare potest. Minister cũ pharmacopola hælitat: quot libræ de singulis generib⁹ sumi debeãt. Negocũ hoc sic extricabis. In primis animaduerte: quanti una libra generum singulorum in pecunia minutiori constabit. eaq; ipsa unius libræ singulorum precia simul adde. is numerus futurus est diuisor. Deinde in eum pecuniæ eiusdem minutioris numerum: quo precium unius aurei solet ęstimari: quatuor aureos multiplicare oportet: numerumq; ex hoc enatum per diuisorem secare. Ita sectionis numerus rem totam patefaciet. Exempli gratia. Esto piperis libra uendatur nũmis sexdecim. zingiberis decem et octo. amygdalarum duobus. saccari quatuor. Precia hæc simul adde. et surgent. 40. Tum quia unus aureus centum nũmis æstimatur: quatuor aureos in numerum centenarium multiplica. et quadringenta produces. quæ secta per quadraginta, educent decem. tot libras singulorum generum referunt aurei quatuor. Ratio est in promptu. Nam cum de uno quoq; genere, singularum librarum precia in vnũ diuisorem sint coaceruata: necesse est: quoties is in diuidendo comperietur: tot libræ cuiusq; generis prodeant æquali numero.

40 1 400 10

Quęstio. 40.

AVRI LIBRAM QVISPIAM MINIS-
tro tradit in uiliorem pecuniam ab argentario per-
mutandam, et cum auri libra cõſtet ex aureis quadragin-
ta octo: aureus autem capiat denarios viginti quinq; qui-
narios quinquaginta: nummos ſeſtertios centum: ex ſin-
gulis æqualem numerum, quantus haberi poteſt: ſibi iu-
bet referri. Miniſter cum argentario deliberat: quot de
quoq; genere nummiſmata ſumi debeant: ut numeri ſer-
uetur æqualitas. Hæc hęſitatio proximę, quam modo ex-
plicauimus: ſimilis eſt: et ſimili modo ſoluenda. Exqui-
renda namq; erit aliqua pecunia uilior: q̃ ſint ulla num-
miſmata in quæ fit commutatio. atq; in eam ſingula cu-
iuſq; generis nummiſmata, quæ pluris valent: redigenda
ſũt. Qz ſi nulla minutior in vſu reperitur: fingamus vilio-
rem: atq; in eam nummiſmata, quę nobis reddi volumus:
redigamus. Et quoniam apud ueteres nũmus ſeſtertius,
qui de optatis eſt minimus: decẽ æreis quadrantibus ęſti-
mabatur: vniuerſa nummiſmata ſoluamus in quadran-
tes. Sic ex aureo in quadrantes ducto prodeunt. 1000. ex
denario. 40. ex quinario. 20. ex nummo ſeſtertio. 10.
Omnes deinde hi numeri ſimul ſunt addendi: et ſurgent
1070. qui numerus cuiuſq; generis unum nummiſma cõ-
tinet. Hic diuiſor erit. Poſtea auri libra in ipſos ęreos qua-
drantes multiplicetur: et fient. 48000. quem numerum
productum ſi per diuiſorem ſecabis: ſectionis numerus
quadraginta quatuor integra proferet. Totidem enim et
non plura cuiuſq; generis nũmiſmata æquali numero mi-
niſter ex auri libra referre poteſt. Cæterum minutiæ ad-
huc ſuperſunt, noningenti viginti quadrantes. qui quo-
niam

niam ſingulorum nummiſmatum æqualem numerũ præ=ſtare nequeunt: pro arbitrio in quamlibet pecuniam com=mutandi ſunt. Aureum hic ſumo: quales Romani veteres fuerunt. quorum pleriq; adhuc exſtant: atq; inſtar gem=marũ in precio habentur. qualesq; noſtrates Nobiles ro=ſati: qui veteribus Romanis põdere reſpondent: auri ve=ro indicatura paululum quiddam cedũt: cum ueteres Ed=uardei noſtrates et indicaturam et põdus veterũ Roma=norum referant.

1000			
40			
20			
10			
1070	1	48000	44 $\frac{920}{1070}$

Queſtio. 41.

SOCIETATEM TRES IN ANNVM INI=erunt. Primus aureos ſexaginta contulit: menſesq; tã=tum ſex in ſocietate manſit. Secundus aureorum ſummã attulit: quę ſeptem menſes ſocijs communis fuit. Tertius ſuos aureos in medium prolatos quinq; menſibus cũ cæ=teris communicauit. Lucrum ex his partum eſt, quod di=uidunt æqualiter. quæritur quot aureos ſecundus: quot tertius in ſocietatem intulit? Nodum hunc ſic ſolues. Cũ ſingulorum pecuniæ ſuos menſes habeant: primi aureos ſexaginta in numerum ſuorum menſium, quibus commu=nes fuerunt: multiplica. et ſurgent. 360. Deinde lucrum æqualiter diuiſum indicat etiam aliorũ aureos in ſuos mẽ=ſes multiplicatos, qui lucrum pepererunt: eandem feciſſe

ſummam: quæ primi menſium et pecuniæ erat. Quare ſi utriuſq; aureorum ſummam a numero ſuorum menſium ſeparare voles: ſummam illam ex primi menſium et pecuniæ multiplicatione collectam bis diuide: ſemel per menſes ſecūdi, qui ſunt. 7. et numerus ſectionis pecuniam ab illo collatam indicabit. $51\frac{5}{7}$. Iterumq; per tertij menſes 5. et partitionis numerus aureos ab eo cōmunicatos manifeſtabit. 72.

Queſtio. 42.

IN SACCVLO COMMVNEM AVREORVM ſummam tres habebant: quorum unuſquiſq; ſuæ ſummæ numerum ignorabat. Verumtamen eorum primus ſocios ſuos ſciebat ambos centū et quinquaginta aureos habere. Secundus cognoſcebat alios ambos habere ducentos et quadraginta. Tertius reliquos habere trecentos uiginti ſex. Aperto deinde ſacculo, coniectoq; illo aureorū numero in grandem alienæ pecunię aceruum, hæſitant inter ſe: cum ſuum quiſq; neſciat: quot aureos in uniuerſum omnes, quotq; ſinguli repetere debeant. Difficile uidetur explicatu prima facie. Cæterū penitius introſpicienti res ſeſe aperit. Nam cum tres ſint: et eorū unuſquiſq; pecunię alienæ numerum ſciat: ſuæ neſciat: pecuniæ portio, quæ ad quemq; attinet: ab ipſo ignorata, cognita eſt a reliquis duobus. Quare ſi omnes aliorum numeros ab unoquoq; cognitos in unum addamus: bis ſingulorū pecuniam numerus ille tenebit. Collecti autem omnes hi numeri procreabunt ſeptingenta ſexdecim. qui numerus uniuerſam omnium pecuniam bis capiat: neceſſe eſt. Quo fit: ut dimidium

midium eius aureorum numeri, qui ex facculo effusus est: demonstret. Is autem est. 558. Ea summa est omniũ aureorum. Deinde si scire libet: quot aurei ad primum attinebant: a dimidiato illo numero, qui omnium aureos capit: subtrahe summam, quam ipse duos reliquos habere sciebat. ita relictus numerus aureos eius indicabit. 208. Iterum si ab eodem dimidiato numero subducatur numerus: quem secundus reliquos duos habere cognoscebat: remanebunt centum decem et octo. qui numerus aureorum secundi erat. Rursus si ab illo dimidiato numero demas numerum: quem tertius reliquos ambos habere non ignorabat: triginta duo restabunt. totidem erant aurei tertij. Certum est argumentum recte supputatum esse: si collecti omnes numeri post subductionem restantes, qui singulorum aureos indicant: summæ dimidiatæ, quę omniũ aureos capit: et ex qua fit subductio: respondet.

Q. SI DE QVATVOR PROPOSITA FuIsset quęstio: quorum quisq; pecuniam sciuisset aliorum: suam ignorasset. quia pecuniæ portio, quę ad quemq; spectasset: ab ipso ignorata, a reliquis tribus cognita fuisset: summæ omnium cognitæ in unum additæ ter pecuniam omnium collegissent. atq; ideo numerus ille ex omnibus collectus in tria secãdus fuisset: ut numerus sectionis omnium pecuniam mõstraret. Ex quo sectionis numero singulorum deinde partes per subductionem inuestigandæ fuissent: eo modo quo dictum est. Itidem si de quinq; fuisset sic inquisitum. quia pecuniæ portio ad quemq; spectans ab ipso ignorata, a quatuor reliquis fuisset cognita: numerus ex cognitis summis coaceruatus pecuniam cõmunem

munem quater tenuisset: atq; in quatuor fuisset secandus: ut omnium pecuniam patefaceret. Eodem modo si sex fuissent: per quinq;, si septem: per sex secandus fuisset collectus ille numerus: q; toties caperet singulorũ pecuniam. et sic deinceps in infinitum. quęrendæq; essent per subductionem partes singulorum eo modo, quo diximus.

Quęstio. 43.

SACERDOTEM TENENTEM IN CRVmena pecuniã pauperibus erogandã mẽdici tres adeunt. Is eorum inopiæ misertus dimidium illius, quod in crumena erat: primo mendico contulit: et duos præterea nummos, Secundo uero donauit eius, quod relictũ erat: dimidium: atq; ultra id nummos tres. Tertio quoq; supra dimidium eius, quod restabat; quatuor nummos dedit. Quo factum est: ut unicus nummus supereresset. Libet inuestigare: quot nummi in crumena erant. Multo facilius est enarratu: q̃ prima fronte uidetur: si a tertio mendico numeros ordine retrogrado colligere incipias. Nam si ad unicum nummum in crumena relictũ addas quatuor: fiẽt 5. quos propter dimidiũ tertio præter eos a sacerdote donatum duplicare oportet. sic prodeunt. 10. His tres nũmos secundo ultra dimidium donatos addere debemus. et surgent. 13. quos propter dimidium a sacerdote ei collatũ duplicare est opus. Qua ratione. 26. fiunt. His si rursus duos nũmos supra dimidium primo datos addas: creabis 28. quos ipsos etiamnũ duplicare necesse est propter dimidium primo datum. sic denicq; 56. enascuntur. qui nũmorum numerus in crumena erat. Idq; ita habere probabis:

bis: si numerum illum collectũ eo ordine distribuas: quo sacerdos fecit. Quippe si primo dones dimidium: supersunt. 28. ex quibus si duos amplius ei eroges: restãt. 26. Iterum eos propter secundum dimidia. et manent. 13. de quib⁹ tres ei supererogati relinquũt. 10. Eos rursus propter tertium dimidia: et reliquos habes. 5. quorum si. 4. ei conferas: unicus nummus restabit.

Quæstio. 44.

QVI AVREOS EX REGIO CVBICVlo surripuerat: suspectus ab hostiario furti, et detentus, eorũ dimidium, ut elaberetur: elargitus est. hostiarius insontem putans duos aureos ei reddidit. Iterum secundus hostiarius, illum suspectum habens, exitu prohibuit. cui fur dimidium eius, quod superfuit: obtulit. Is quoq; insontem existimans redditis aureis. 4. illum dimisit. Rursus illum palacio exeuntem portę ianitor comprehendit. Huic etiam fur dimidium eius, quod restabat: uelut cani offam obiecit. At is cæteris benignior dimisso sex aureos restituit. sic demum fur elapsus aureos tantum. 12. ex furto deportauit. Inuestigem⁹: quot aureos in uniuersum surripuit? Res sic extricabitur: quẽadmodũ in proximo quæsito: ut ordine retrogrado a postremo ad primum tendamus: nisi q̃ illic ad singulas duplicationes, propter aureos supererogatos, additione opus erat: hic ad singulas duplicationes, propter aureos restitutos, subductio necessaria est. Itaq; si a. 12. illis aureis ex furto deportatis 6. a ianitore restitutos demas: supersunt. 6. quę, propterea q̃ tertio fur dimidium dedit: duplicare oportet. et fi-

ent. 12. Ab his propter. 4. a ſecundo hoſtiario reſtitutos ſubtrahamus. 4. ſic. 8. remanebunt. Ea deinde ideo duplicemus: q̃ ſecundo fur dimidium contulit. ita ſurgunt 16. A quibus. 2. ob id deducenda ſunt: quia primus hoſtiarius. 2. reddidit. Qua ratione relinquũtur. 14. et quoniã primo hoſtiario furti dimidium oblatũ eſt: ea duplicentur. et prodibunt. 28. qui numerus uniuerſos aureos ſurreptos capit. Vt autem probemus non erraſſe calculũ: cõuerſo ordine numerum hunc ad furis exemplum diſtribuamus. et de. 28. primo hoſtiario dimidium, quod eſt 14. offeramus. Is nobis reddat. 2. et fient. 16. Horũ dimidium ſecundo hoſtiario demus: nempe. 8. qui nobis 4. reſtituat. ſic habentur. 12. Eorum deinde dimidium quod eſt. 6. tertio ianitori offeramus. Is. 6. reddat. et rurſus fient. 12. quæ ex uniuerſo furto reſtabant. Ad eũdem modũ res explicabitur: ſi cuipiam inueſtigare libet: quantum ſibi quiſq̃ hoſtiarius retinuit. Liquet namq̃ primum hoſtiarium. 12. ſibi ſeruaſſe: ſecundũ. 4. tertium ianitorem retinuiſſe nihil.

Quæſtio. 45.

QVANDO ROTAE LINEA DIMETIens, quam Græci diametron uocãt: ſeptem pedes habet: quantus erit ambitus apſidis extremę? et quoties in mille paſſibus rota circũuoluetur? In primis obſeruare oportet Geometrica ratione ab ARCHIMEDE deprehenſum eſſe, diametrum tertiam circuli partem et tertię paulominus ſeptimam comprehendere. Nam dimetiens (ut ille ait) ſi in partes ſeptuageſimas ſecetur: capit ultra tertiã circuli partem, minus q̃ decem ſeptuageſimas:

quæ

quæ partem ſeptimam faciunt. At ſi in ſeptuageſimas primas diuidatur: ultra tertiã circuli partem plus capit q̃ decem ſeptuageſimas primas: quæ partes ſunt ſeptuageſimis minores: nec ſeptimam partem implent. Propius accedere non potuit ARCHIMEDES, tametſi multa conatus: ut diametri ad circulum rationem inueniret. quæ ſi comperta eſſet: iam quadratura circuli fuiſſet inuẽta. quam aſſequi deſperarunt plericꝫ omnes philoſophi: qui adhuc fuerũt. et in primis ARISTOTELES ipſe.

Vltra ARCHIMEDEM penetrare nemo hactenus potuit. Itaꝫ cum omnis circulus ter diametrũ et diametri paulominus ſeptimã colligat: ſed quantulo minus adhuc non ſit compertum: illud faciamus: quod Geometræ ſolent: ut pro ſeptima, cui paululum deeſt: ſeptimam ſumentes integram, perinde computemus: ac ſi demetiens tertiam circuli partem, et tertię ſeptimam capiat. Qua ratione ſi extremæ apſidis ambitum ex diametro colligere uelimus: multiplicare oportet ſeptem: qui numerus eſt diametri: in tria, et numero producto addere unam ſeptimam. Ita fient uiginti duo. quæ ratio erit apſidis rotæ ad diametrum. et tot pedes una circumuolutio capiet. Quod poſtq̃ exploratum eſt: per numerum illum. 22. ſecare oportet illum pedum numerum: quem mille paſſus continent. Is autem eſt quinꝫ millia. Nam paſſus: ut ait COLVMELLA: quinꝫ pedes habet. Quo fiet: ut ſectionis numerus. 227 $\frac{6}{22}$ proferat. quæ faciunt $\frac{3}{11}$. Toties fere circumuoluetur rota in mille paſſibus. Propius id ſciri nõ poteſt propter certam diametri ad circuhum

rationem adhuc incompertam. Et uix tandem in immenſo ſpacio deprehendi poteſt error.

Quæſtio. 46.

QVIS NON PVTARET NORMAE FAbricandę artificiū delegandū eſſe fabris? At emendatæ normæ faciendæ ratio tota pendet a numeris. quam PYTHAGORAS inueniſſe traditur. Ea autem eſt huiuſmodi. Porro ſi ſumantur regulæ tres: e quibus una lōga ſit pedes tres: altera pedes quatuor: tertia pedes quinq;. Hęq; regulę inter ſe compoſitæ ſummis cacuminibus alia aliam tangant: trigoni habebunt ſpeciem: et normam emendatam formabunt. Nam ſecundum EVCLIDIS regulam ubi quod ab uno trianguli latere in ſe ipſum ducto producitur: ęquale reperitur duobus quadratis: quæ a duobus reliquis lateribus deſcribuntur: rectus eſt angulus cui latus illud opponitur. Itaq; ſi hui⁹ trigoni ſingula latera in ſe ipſa multiplices: numerosq; ita procrees quadratos. qui ex his maximus erit: tantum in ſe continebit: quantum duo reliqui quadrati ſimul additi. quippe tria in ſe ducta educunt nouem. quatuorq; item in ſe multiplicata ſexdecim. qui numeri in unū additi uiginti quinq; proferunt. At ſi quinq; in ſe ipſa ducantur (quod latus e tribus maximum eſt) itidem enaſcentur uiginti quinq;. qui numerus æqualis eſt duobus quadratis reliquis. Id PYTHAGORAS cum inueniſſet: non dubitans ſe a muſis in ea inuentione adiutum, hoſtias his immolauiſſe dicitur. Ab illo igitur certa ratio normam fabricādi per numeros deprehenſa eſt: cum ante eum fabri normam facientes

entes uix magno labore rem ad uerum perducerent. Nihil autem refert: quod menſurę genus numeretur ab ipſis numeris normam efficientibus. Nam ſiue unciæ fuerint; ſiue palmi, ſiue pedes, ſiue cubiti, ſiue aliud quidlibet: eorum ſumma cacumina ſimul coeuntia normam deformabũt. Iam quod hi numeri primarij, tria, quatuor, et quinq, in quibus normę ratio primum inuenta fuit: perficiũt itidem id præſtabunt omnes numeri maiores eandem rationem habentes. cuiuſmodi ſunt triginta, quadraginta, quinquaginta. quorũ qui maximus eſt: in ſe ductus quadratum producet æqualem duorum reliquorũ quadratis.

30	40	900	50
30	40	1600	50
900	1600	2500	2500

EXPLICITVS EST LIBER TERTIVS DE VARIIS NVMERORVM QVAESTIONIBVS EXPLICANDIS.

SEQVITVR LIBER QVARTVS DE PROPORTIONIBVS.

CVTHEBERTI TONSTALLI IN LIBRVM QVARTVM PRAEFATIO.

QVI IN NVMERORVM abdita penetrare uolet: proportionibus dinoſcendis operam dare debet. quarum non ſolum in numeris, uerumetiam in tota rerum natura tanta uis eſt: ut ſine ea nihil uel ad uſus hominũ utile, uel ad aſpectus amœnũ, reperiri poſſit. id quod, quocumq; oculos tuleris: facile intelligas. Principio quæ ad habitationem noſtram ędes fabrefactæ ſunt: niſi laxitatem longitudini atq; altitudini congruentem habeant: inamœnæ et incommodæ ab omnibus exiſtimantur. Si nimis ſunt luminoſę: prętereq; ꝙ ſub dio habitare uidemur: ad frigora arcenda tempeſtatesq; ferendas inutiles putantur. Si lumina in his uel anguſta ſunt: uel rara: carceris ſpeciem referũt. Si parietes nimiũ craſſi: caſtella uidentur. Cõtra ſi nimium tenues: parum tutas a furibus credimus. Ita niſi ſingulæ ædium partes ſibi proportione reſpondeant: earum gratia tota perit. Pictorum uero ars tota, quæ ad hominum oblectationem inuenta, magnoq; in precio apud ueteres habita eſt: nihil præſtabit gratũ: ſi quę illuſtrari deberent: fuſcis obſcurentur coloribus: ſi quę obſcurari: fiãt illuſtria: ſi in corpore depingendo membra alia enormia, alia exilia inter ſe non conſentiant.

ſentiant. quippe riſum non uoluptatem irritus labor pariet. At ſi colores floridi temperentur auſteris: candidi fuſcis: fulgentes umbroſis: ut quę longinqua ſunt receſſiſſe uideantur: quę propinqua: ſic emineant: ut exſtare uideri poſſint: ſi uniuerſa lineamenta ſibi pro portione conſentiant; neminem non ea ars ſummopere delectabit. Qui diſciplinæ militari dant operā: et arma corporibus, et tela tormentis, habilia quærunt. Qui claſſem ędificant: armamenta pro nauium parāt magnitudine. Sarcinatores, qui ueſtimenta faciunt: ſic ea aptare ſtudent: ut corporū ſeruent ſymmetriam. Cętera itidem artificia proportionū cognitionem uniuerſa poſtulant. Quid medici, qui pharmaca dant ęgrotis? An nō eorū ſumma cura eſt: ut poſtq̄ morbi uim ſagaci ſolertia deprehenderunt: ſic calida frigidis, ſic humida ſiccis miſceant: ut ægroti corporis temperamento conueniant. id quod ignoratis proportionibus, fieri nequaq̄ poteſt. Ipſa etiam ciborum noſtrorum condimenta, dum ſani ſumus: niſi ſalſa recentibus, acria dulcibus, auſtera lenibus, temperentur: ingrata palato, atq; inſipida comperiemus. Ita nec corporis humani ſanitas incolumis ſeruari, nec labefactata refici, ſine proportionum notitia facile poterit: ut non abs re exiſtimari poſſit, corpora noſtra non magis ex quatuor elementis, q̄ eorum pro portione conſtare. Deniq; omnium opifex deus et mūdi fabricę et rebus in ea creatis uniuerſis eam formā dedit: ut cuncta inter ſe ſymmetriam tenerent. id quod in ſingulis licet cernere: ſiue cęlum, ſiue terrā ſpectes. Quocirca ſacrę Literę, menſura, numero, et pondere, quibus in rebus maxime uis proportionum eminet: deum omnia

diſpoſuiſſe

diſpoſuiſſe teſtantur. Et ne in confirmandis his, quæ in confeſſo ſunt: longius immoremur, cum palam ſit nihil uſq; uel aſpectu decorum, uel uſu gratũ eſſe: cui deſit proportio: propterea cognitionem eius ad uitam tranſigendam operæprecium erit expetere. Quod cum ad cætera negocia commodius gerẽda, tum præcipue ad artem ſupputandi diſcendam, plurimum conducet. in qua ſine proportionum notitia nihil arduum explicari poteſt. Igitur in hoc libro genera proportionum paulo altius in primis repetere eſt animus. Deinde earum ſubijciemus additionem, ſubductionem, multiplicationem, et ſectionem. Poſtremo regulas quaſdam ad ſupputationem utiles, quę ſine his ne intelligi quidem queunt: ſtudioſis prodemus.

QVANTITATIS SPECIES.

QVANTITATVM SPECIes duæ reperiuntur. Altera continua eſt: quæ magnitudo dicitur. Altera diſcreta: quę ſiue multitudo, ſiue numerus appellatur. Ipſa etiã magnitudo ſpecies habet duas. Altera eſt immobilis: quam Geometria tractat. Altera mobilis: de qua Aſtrologia conſyderat. Itidem multitudinis duæ ſpecies occurrunt. Earum altera per ſe conſyderatur:

ſyderatur: de qua diſſerit Arithmetica. Altera refertur ad aliud. eã muſica pertractat. Numerus uero eſt unitatum collectio.

DE PROPORTIONE ET EIVS GENERIBVS.

PROPORTIO EST DVARVM: QVANTAEcũq; ſunt: eiuſdem generis quantitatũ, certa alterius ad alteram cõparatio, atq; habitudo. propoſitis namq; quibuſuis duabus quãtitatibus, neceſſe eſt alteram altera uel maiorem, uel æqualem, uel minorem eſſe. Illa itaq; habitudo, qua ſeſe uel æqualiter, quando ſunt ęquales: mutuo reſpiciunt. uel inęqualiter, quando earum altera maior reliqua, aut minor eſt: appellatur proportio. quę nihil aliud eſt: q̃ earum inter ſe comparatio. Eiuſdem quoq; generis quantitates eſſe debent: inter quas cadit proportio. Veluti duo numeri, duæ lineæ, duę ſuperficies, duo corpora, duo loca, duo tempora. neq; enim linea maior aut minor ſuperficie eſt, aut corpore: nec tempus loco maius eſt, aut minus. ſed linea linea: ſuperficies ſuperficie: corpus corpore. ſola enim, quæ unius ſunt generis: inter ſe comparabilia ſunt. Proportio autem habitudo certa eſt. quaſi diceres. ſic determinata: ut hæc ſit, et non alia. Neq; enim neceſſe eſt: ut omnis duarum quantitatum habitudo uel a nobis ſciatur: uel a rerũ natura. Quippe proportio apud ueteres in tria ſecatur genera. quorum unum eſt diſcretorum, uidelicet numerorum: quod uocant Arithmeticum. Alterum continuorum: quod geometricum appellant.

Tertium

Tertium ſonorum et concentuum: quod armonicū nuncupant, ex illorū utroq; mixtū: q̄ muſica in pauſis et prolationibus tēpus ſpectet: in uibrante uocū notarumq; diuiſione, numeros. Et quia ad inſtitutū noſtrū tertiū hoc genus non attinet: parū admodum in hoc libro de eo dicturi ſumus. In numeris autem omnis minor eſt pars aut partes maioris. quāobrem in eis omnibus certa eſt habitudo et nota. At uero in cōtinuis proportio eſt magis larga. Nōnunq̄ enim in eis minor quātitas eſt pars aut partes maioris. et talium omnium, interuenientibus atq; adiuuantibus numeris, nota eſt proportio: quæ et rationalis uocatur. Huiuſmodi autem quantitates ſiue communicantes, ſiue commenſurabiles dicuntur: quia eas una et eadē quantitas neceſſario metitur. Quo fit: ut omnes numeri ſint communicantes: q̄ omnes eos metiatur unitas. Sæpenumero autem in continuis minor quantitas nō eſt pars aut partes maioris. et in talibus proportio neq; nobis nota eſt: nec naturæ. qualis eſt inter quadrati diametrum et eius coſtam: cum nulla unq̄ menſura: quæ utriq; ſit communis: inueniri poſſit: tametſi diametri quadratū duplum ſit ad quadratum coſtæ. Huiuſmodi autem proportio irrationalis nuncupatur: et hæ quantites incōmunicantes, ſiue incommenſurabiles. Vnde fit: ut quęcumq; proportio occurrit in numeris: eadem reperiatur in omni genere continuorum. puta in lineis, ſuperficiebus, corporibus, et temporibus. At non e conuerſo idem accidet. Infinitæ namq; reperiuntur in continuis proportiones: quas numerorum natura non ſuſtinet. Cęterum quęcumq; proportio in uno genere continuorum accidit: ea-

dem comperietur in omnibus alijs. Nam qualitercũq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquam aliam: et quodlibet corpus ad aliquod aliud: similiter et tempus. non autem sic se habet quilibet numerus ad aliquem alium. Quocirca in cõtinuis proportio magis larga est, q̃ in discretis. Quo fit manifestum, proportionem geometricam maioris abstractionis q̃ Arithmeticam esse. Omnes enim proportiones, circa quas Arithmetica uersatur: rationales sunt. de quibus hoc libro maxime dicturi sumus. Geometria uero et rationales et irrationales equaliter consyderat.

PROPORTIONIS RATIONALIS SPECIES.

PROPORTIONIS RATIONALIS SPEcies sic dinosces. Omnis quãtitas ad aliã cõparata aut ei equalis: aut inequalis reperitur. Quantitas equalis est: quæ nec sibi comparatam excedit: nec ab ea exceditur. Veluti cubitus ad cubitum collatus. pes ad pedem. numerus quaternarius ad quaternarium. Inequalis autem quantitas, quæ sibi comparatam excedit: proportionem ad illã habet inequalitatis maioris: ueluti cubitus ad pedem. numerus quaternarius ad binarium. Qz si ab illa exceditur: minoris ad illam inequalitatis proportionem habet. veluti pes ad cubitum. numerus binarius ad quaternarium.

MAIORIS VERO inequalitatis species sũt quinq; : quarum tres sunt simplices : uidelicet multiplex, superparticularis, et superpartiens. Duæ uero reliquæ cõ-

positæ

positę, nempe multiplex superpartícularis et multiplex superpartiens ex prima et duabus reliquis conficiuntur. Quibus rursus aliæ quinq; species inæqualitatis minoris opponuntur. quę eadem seruant nomina: prætereq; q; prępositio hæc, sub, in singulis nominib? apponitur: ut submultiplex. subsuperpartícularis. subsuperpartiens. et sic deinceps.

PORRO VT DE primis quinq; suo ordine dicam?. Quantitas ad aliam multiplex est: quæ eam pluries integram continet. Et si bis eam capit: dupla dicitur. si ter: tripla. si quater: quadrupla. sicq; in infinitas species uariat. Vt igitur sciatur: quomodo singulæ eius species generantur: facta numerorum serie naturali, ueluti. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. quilibet eorum, qui precedentem per unitatem superat: sub alia et alia specie multiplex est ad unũ. secũdus enim duplus est: tertius triplus. quartus quadruplus. et sic deinceps. Et sicut in infinitum in hoc naturali numerorum progressu species multipliciter uariantur: ita etiam in qualibet specie generari possunt infiniti numeri.

DVPLORVM in primis generatio huiusmodi est. sicut enim primus numerus par, uidelicet binarius, duplus est ad unitatem: ita secundus par, qui est quaternarius: ad binarium numerũ duplus erit. et tertius par, qui est senarius: ad ternariũ. quartus par, qui est octonarius: ad quaternarium. quintusq; par, qui est denarius: ad quinarium numerum duplus erit. et sic deinceps in infinitum in generatione duplorum progressus fieri potest.

TRIPLORVN autẽ generatio sic obseruatur. In naturali numerorum serie post ternarium, qui unitati triplus

est: duobus intermissis, puta quaternario et quinario, senarius, qui sequitur: triplus ad secundum numerum naturalis seriei binarium comperietur. Iterum etiam omissis alijs duobus, uidelicet septenario et octonario, peruenietur ad nouenarium, qui triplus est tertij numeri. Et rursus 10. et. 11. intermissis, duodenarius triplus erit ad quartũ numerum. ad quem modum sine fine progredientes, triplos inueniemus. Eritq; triplorum continue unus impar, alius par alternatim.

QVADRVPLORVM uero generatio incipit. si quis post quaternarium tres numeros, veluti quinarium, senarium, et septenarium intermittat. quartus enim occurrit octonarius: qui ad binarium numerum, qui secundus est quadruplus reperitur. At rursus. 9. 10. et. 11. intermissis, duodenarius numerus ternarij numeri, qui tertius est: quadruplus erit. et sic deinceps. singuli autem quadrupli numeri sunt pares: sicut in duplis euenit.

SIMILITER si quatuor numeros intermittas: quintupli inueniuntur. si quinq; : sextupli. si sex: septupli. atq; ita semper proportionis generandę denominatio per unitatem superabit numeros omittendos. Omnium autẽ numerorum multiplicium, quorum denominatio est impar: unus par et alius impar alternatim erit. sed multiplicium, quorum denominatio est par: singuli pares erunt.

QVANTITAS superparticularis ad aliã dicitur: quę semel eam continet: et aliquam eius partem. Et si eam et eius dimidium continet: uocatur sesquialtera. si eam et eius tertiam: dicitur sesquitertia. si eam et eius quartam: erit sesquiquarta. et sic in infinitum nomina ducere licet.

cet. In comparatione tali numeri maiores dicuntur duces: minores uero comites. Generantur autem ſuperparticulares proportiones ad hunc modum.

ET PRIMVM quidem de ſeſquialteræ origine dicamus. Diſpoſitis uno ordine ſingulis numeris tertiam partem habentibus, qui per continuam additionem ternarij in infinitum procedunt. ſicuti. 3. 6. 9. 12. 15. 18. omnes duces procreabuntur proportionis ſeſquialterę. quibus ſi ſinguli numeri pares ſua ſerie ſubſcribantur, puenient omnes eiuſdem proportionis comites: ſi primū primo: ſecūdum ſecundo conferamus. et ſic deinceps.

3. 6. 9. 12. 15. 18. 21.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

ITEM diſpoſitis ſingulis numeris quartam partem habentibus, qui per quaternarij cōtinuā additionem procreantur. veluti. 4. 8. 12. 16. prodibunt omnes duces proportionis ſeſquitertię: qui omnes numeros triplos ſiue tertiam partem habentes comites habebunt. ſi primus primo, ſecundus ſecundo comparetur. et ſic deinceps.

4. 8. 12. 16. 20.

3. 6. 9. 12. 15.

SIMILITER generatur proportio ſeſquiquarta: ſi ad ſingulos quadruplos ſinguli quintupli comparentur.

5. 10. 15. 20.

4. 8. 12. 16. Atq; ita deinceps procedetur per proportionis ſuperparticularis ſingulas alias ſpecies.

ACCIDIT autem proportioni ſuperparticulari admiranda hæc proprietas: ut in quibuſcumq; numeris huius ſpeciei primus dux primum comitem per ſolam unitatem tranſcendat:

transcendat: secundus secundum per binarium: tertius tertium per ternarium; et ita deinceps per ordinem fit ascensus. Potest autem tabella depingi: in qua proportionũ tam multiplicium q̃ superparticularium, quotquot uoluerimus; species generentur. Cuius formam supra libro primo de numerorum multiplicatione præcipientes descripsimus. Hic autem iterum eam oculis subijcere putamus operæpreciũ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

IN HAC tabellę formula ſecundū longitudinem et latitudinem eadem eſt numerorum progreſſio. Itaq; ſi ſecūdus ordo ſiue in longitudine ſiue in latitudine ad primum comparetur: accidit continua generatio primæ multiplicium ſpeciei: uidelicet duplorum. ſi enim. 2. ad. 1. aut. 4. ad. 2. aut. 6, ad. 3. et ita ulterius comparemus: prouenit ubiq; dupla proportio. unde et in iſta ꝓportionis ſpecie, primus dux primū comitem per ſolam unitatem ſuperat. ſecundus ſecundum per binarium. tertius tertium per ternarium. et ita per ordinem fit aſcēſus. Itidem ſi tertius ordo ad primum conferatur: generabitur ſpecies tertia multipliciū, nempe proportio tripla: ſuperabitq; primus dux primum comitem per binarium: ſecundus ſecundum per quaternarium: et ita per incrementum binarij continue fit progreſſus. Ad hæc ſi quartū ordinem compares ad primum: quadruplorū generatio proueniet. et primus dux primum excedet comitem per ternarium: ſecundus ſecundum per ſenarium: et ita per additionem ternarij cōtinua fit accumulatio. ſicq; per ſingulas multipliciū ſpecies procedere in infinitū licet. Generatio uero ſuperparticulariū ad hunc modum conſyderabitur. Si enim tertiū ordinem comparemus ad ſecundum: accidet procreatio continua proportionis ſeſquialteræ. Item ſi quartū ordinem ad tertiū cōferamus: prodibit ꝓportio ſeſquitertia. ſi quintū ad quartū: ſeſquiquarta generabitur. Et ita per ordinē ſingulæ ſuperparticularium ſpecies procreantur. ſuperabitq; in omni eius ſpecie primus dux primum comitem per unū: ſecundus ſecundum per. 2. tertius tertium per. 3. et ſic deinceps, quemadmodum in duplis euenit.

ACCIDVNT autem prædictæ formulæ proprietates admirandæ. 5. quarum prima hęc est. Numeri istius formulæ ab unitate angulariter secundum quadrati diametrum descendentes puta. 1. 4. 9. 16. atq; ita deinceps, singuli sunt quadrati. sicq; ad singulos quadratos deuenire licet, surgentes ex numerorum ductu in se ipsos. Secunda formulæ huius proprietas est. singuli eius numeri longilateri sunt: qui immediate numeros angulares circumcingunt. Sunt autem numeri longilateri: qui ex duorum numerorum ductu, unius in alterum, producuntur: quorum unus alterum sola unitate superat. Veluti circa. 4. sunt. 2. et. 6. quorum binarius ex ductu unitatis in. 2. et senarius ex ductu. 2. in. 3. procreatur. Similiter circa 9. sunt. 6. et. 12. sicq; per ordinem inuenies omnes numeros longilateros, circa numeros angulares. Tertia huius formulæ proprietas est. Si duo numeri alicui numero angulari circumpositi coniunctim addantur ad duplum ipsius numeri angularis: surget numerus quadratus. Veluti additis. 2. et. 6. ad bis. 4. prodeunt. 16. Quarta proprietas est: si duo quadrati angulares proximi simul addantur ad duplum numeri ab ipsis circumsepti: numerus nascetur quadratus. Nam additis. 4. et. 9. ad bis. 6. producuntur. 25. Quinta proprietas est. ubicūq; in hac formula reperitur aliqua figura quadrata: idē ex ductu angulorū oppositorū in oppositos producetur. puta si. 4. in. 9. ducas: aut. 6. in. 6. nam idē utrobiq; exibit. vel si. 3. in. 15. ducas: aut. 5. in. 9. idem producetur. Multa alia admiranda atq; utilia in hac tabellæ formula reperiri possunt: qualia sunt ea: quæ de multiplicatione et diuisione per eā facienda,

facienda, primo libro monſtrauimus. Verum his omiſſis, ad propoſitum reuertamur.

QVANTITAS ad aliam ſuperpartiens dicitur: quæ ipſam ſemel intra ſe capit: et inſuper aliquot eius partes: de quibus ſimul ſumptis non fit maioris quãtitatis pars una aliquota. quæ ſpecies tam ex numero partium ſuperfluentium: q̃ ex earum denominatione uariatur in infinitum. Ex numero partium. ueluti ſi numerus maior minorem cõtinet et eius partes duas: dicitur ſuperbipartiens. ſi uero eam capit, et tres eius partes: ſupertripartiens dicitur. et ſic deinceps. Item ex denominatione partium, puta ſi maior minorem ſemel continet, et duas eius partes: quarum quelibet tertiam facit: uocatur ſuperbipartiens tertias: uel magis germano uocabulo ſuperbitertius. et ſi minorem includit, et tres eius partes: quarum quælibet quarta eſt: dicitur ſupertripartiens quartas: uel magis ſupertriquartus. neq; in tali ꝓgreſſu ſtatus aliquis erit. Huiuſmodi autem proportio, ubi tam numerus partium q̃ earum denominatio uariatur: continue generari poteſt: ſi ſeries una numerorum fiat a ternario incipiens, et quantumuis ulterius ſecũdum ordinem naturalem procedens. Deinde fiat alia ſeries: in qua ſumpto initio a quinario numero, ſinguli ſequẽtes impares per ordinem ſubſcribantur. 3. 4. 5. 6. 7, 8. 9. 10. 11. 12.

5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.

NAM ſi primum ordinis inferioris ad primum ſuperioris conferamus: proportio orietur ſuperbipartiens tertias, ſiue ſuperbitertia: ſi ſecundum ſecundo: ſupertripartiens quartas, ſiue ſupertriquarta. et ſic ſine fine. Q; ſi ſingulos

utriusq; ſeriei numeros duplicemus: ſecundi numeri prodibunt ſub eiſdem ꝓportionibus conſtituti. ſunt enim. 10. et. 6. ſecundi numeri, inter quos eſt ſuperbitertia ꝓportio. Similiter ſi duplicemus duos ſecūdos. fiunt. 8. et. 14. qui ſunt ſecundi numeri: inter quos cadit ſupertriquarta proportio. et ſic deinceps. Itidem ſi utriuſq; ſeriei numeros triplicemus: tertij numeri naſcentur proportionem eandem uendicantes. ut. 15. ad. 9. 21. ad. 12. et ſic in infinitum progreſſus fieri poteſt per ſingulas ſpecies. Ex hoc Arithmetici deprehendunt hic dormitaſſe BOETIVM non incelebrem authorem: qui in generatione continua huiuſmodi numerorum dicit ſecundum ducem et ſecundum comitem, inter quos eſt proportio prima ſupertriquarta: debere triplicari. et tertium ducem et tertium comitem, inter quos eſt proportio ſuperquadriquinta: quadruplicari: et ita deinceps. ut per hoc naſcantur ſecundi numeri ſub eiſdem proportionibus conſtituti. Male etiam hic admonet numeros triplicatos iterum triplicari debere: quadruplicatos iterū quadruplicari, ut cæteri numeri ſub eiſdē ꝓportionibus procreentur. Prętetea Boetius in generatione ſuperpartientium de his tantum admonuit: in quibus denominatio partium per unitatem ſolam numerum earumdem ſuperat. Veluti de ſuperbitertia, ſupertriquarta, ſuperquadriquinta, et huiuſmodi. nec docet quomodo ſupbiſeptima uel alię huiuſmodi generentur. Etideo ut de cuiuſlibet ſpeciei generatione inſtruamur: capiamus numerū denominantem partes proportionis propoſitę. qui numerus erit primus comes proportionis illius. cui deinde addamus numeratorem partiū

ꝓportionis

proportionis eiuſdem: ſic procreabimus primũm ducem. Verbi gratia. ſi ꝓportio ſupertriſeptima generanda proponatur. capimus. 7. cui ſi addamus. 3. prodibunt. 10. ſunt itaq; 10. et. 7. minimi numeri: inter quos proportio ſupertriſeptima reperitur. quibus duplicatis, exeunt numeri ſecundi eiuſdem proportionis. et triplicatis, fiunt tertij. id, quod per hanc regulam fit manifeſtũ. uidelicet quia multiplíciũ et ſubmultiplicium proportio ſemper eſt eadem.

QVANTITAS multiplex ſupparticularis ad aliã dicitur: quę eam pluries q̃ ſemel et aliquam partem eius aliquotam cõtinet: et hoc uariatur tam ex parte multiplicis, ueluti dupla ſuperparticularis, q̃ ex parte ſuperparticularis. ut dupla ſeſquialtera. tripla ſeſquitertia. Vbi autem ſtante denominatione ex parte multiplicium ſpecies ſolummodo ex parte ſuperparticularium uariãtur. ſicut in dupla ſeſquialtera, dupla ſeſquitertia, fiet eorũ generatio per hũc modũ. Diſponantur numeri a binario ſecundũ ordinem naturalem: quibus ſinguli impares a quinario ſubſcribantur. comparãtes itaq; primum ad primũ, habebimus proportionem duplam ſeſquialteram: ſecundum ad ſecundum, duplam ſeſquitertiam: tertium ad tertium, duplam ſeſquiquartam.

2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

Pro generatione autem triplox ſuperparticulariũ fiat primus ordo ut prius: et in ſecundo ordine poſt initiũ a ſeptenario ſumptũ numeri continue per additionem ternarij augeantur. 2. 3. 4. 5. 6. 7.
7. 10. 13. 16. 19. 22.

At pro quadruplorum ſuperparticularium generatione, ſtante priori ordine, numeri in ſecũdo a.9.ſumentes initiũ per additionem quaternarij continue augeantur.et ita deinceps, quantumcumq; uoluerimus : procedemus. poſtq̃ uero in prędictis ordinib9 numeri primi et minimi in ſuis proportionibus conſtituti ſunt.ſi eos duplicauerimus numeri naſcentur ſecundi . ſi eos triplicauerimus : tertij eiſdẽ proportionibus congruentes.

2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 .

9 . 13 . 17 . 21 . 25 . 29 .

QVANTITAS ad aliam multiplex ſuperpartiẽs dicitur : quę eã pluries q̃ ſemel, et eius aliquot partes continet: ex quibus non fit maioris quãtitatis una aliquota.quæ ſpecies tam ex parte multiplicis q̃ ex parte ſuperpartientis in infinitum uariatur.Accidit autem huiuſmodi proportionis generatio ad hunc modum.Propoſita quauis tali proportione, capiatur numerus denominans partes minoris numeri in eadem:ut ille ſit primus comes : deinde uel duplicetur:uel triplicetur ille numerus ſecundũ denominationem multiplicis in illa ꝓportione. taliq; numero ſic multiplicato addantur unitates ſecundum numerum partium proportionis propoſitę. et primus dux in ea proportione naſcetur comparãdus ad primum comitem. Verbi gratia.in proportione tripla ſuperquintiſeptima capiantur. 7 . quibus triplicatis et . 5 . ſuperadditis, ſurgent 26 . Itaq; . 26 . et . 7 . ſunt primi numeri ſub proportione propoſita conſtituti . Quibus duplicatis naſcentur ſecundi : triplicatis : tertij . et ita deuenire licet ad omnes numeros ſub ea proportione conſiſtentes.Annotandum autem

eſt

eſt ſin gulas ſpecies harum quinq; in formula quadrilatera ſuperius ſcripta inueniri poſſe: ſi in immenſum ulterius extendatur. Ad primum enim ordinem reliqui ſinguli comparati ſingulas multiplicis ſpecies procreabunt. Item ſi tertium ordinem ad ſecundum: et quartum ad tertium: et ita ulterius conferamus: mille ſuperparticulariū ſpecies orientur. Qz ſi quintum ordinem ad tertium, et ſeptimum ad quartum, et nonum ad quintum comparemus: et ita progrediamur: habebimus ſingulas ſpecies ſuperpartientium. Item ſi ſecundum ordinem ad quintum, et ad ſeptimum, et ad nonum, et ita deinceps, contulerimus: multiplicis ſuperparticularis ſpecies uariæ prodibunt. At multiplicium ſuperpartientium procreabuntur ſpecies: ſi ad tertium ordinem octauus, et undecimus, et quartus decimus, atq; ſecundū eam rationē alij referātur.

HAE quinq; ſpecies, quæ iam ſunt deſcriptæ: alias etiã quinq;, quæ ſibi ſunt oppoſitæ: manifeſtant. Etenim hoc tantum inter eas intereſt: ut cum per ſingulas has ſpecies maior numerus, ſicuti diximus: ad minorem comparetur: in illis contra fiat: ut minor conferatur ad maiorem. Atq; ideo, ſub, præpoſitio, ſingulis earū nominibus apponatur. Cęterum illarum generatio et harum eſt eadem.

DE PROPORTIONALITATE.

PROPORTIONALITAS eſt proportionum inter ſe ſimilitudo: Ea autem bifariam ſecatur. Altera namq; proportionalitas continua eſt. Altera incontinua: quam eandem ſeparatam appellare licet.

CONTINVA ꝓportionalitas eſt: cum quotlibet quãtitatum

titatum eiuſdem generis, qua proportione prima antecedit ſecundam: eadem quælibet aliarum proximo conſequentem antecedit. Exemplum in numeris. ſicut. 8. ſe habent ad. 4. ſic. 4. ad. 2. et. 2. ad. 1. Complurium autem quãtitatum continue proportionalium quælibet et antecedẽs et conſequens eſt. hoc eſt, et uicem primi extremi in proportione et ſecundi ſupplet: excepta prima, quæ ſolũ antecedit: et poſtrema, quæ tantum conſequitur. Et in hac quidem ꝓportionalitate, propter continuationem ꝓportionum, neceſſe eſt omnes quantitates eſſe eiuſdem generis: eo ꝙ inter diuerſornm generum quantitates non exiſtat proportio. Hęc uero proportionalitas in paucioribus quantitatibus, q̃ in tribus, inueniri nequit. q̃q̃ etiam in illis, media quantitas, dũ bis repetitur: uicem ſubit duarũ.

INCONTINVA autem proportionalitas eſt: eũ quatuor quantitatum, qua proportione prima antecedit ſecundam: eadem tertia antecedit quartam. Exemplum in numeris ſicut. 8. ſe habent ad. 4. ſic. 6. ad. 3. eritq; earum quantitatum quælibet aut tantum antecedens: aut tantũ conſequens. Et quia prioris proportionis extremũ, quod conſequens eſt: non continuatur antecedenti: quod eſt prius extremum proportionis ſecundę: neceſſe non eſt: ut omnes quatuor ſint generis eiuſdem: ſicut in proportionalitate continua erat. ſed fieri poteſt: ut ſint eiuſdem generis. et fieri poteſt: ut ſint diuerſorum. Sicut enim lineam duplam aut triplam ad lineam reperiri contingit: ita ſuperficiem ad ſuperficiem: corpus ad corpus: tempus ad tempus: numerũ ad numerũ. Hęc uero proportionalitas in paucioribus quãtitatib⁹, q̃ in quatuor inueniri nequit.

Porro

PORRO in proportionibus extrema ipſa ſiue antecedunt, ſiue conſequuntur, termini ab Arithmeticis nuncupantur.

QVANTITATES autem, quarum proportio eſt ſimilis, proportionales uocantur.

OMNIS autē ꝓportionalitas, ſiue cōtinua ſit: ſiue ſeparata: ſex modis inter argumētandū uariari poteſt. QVANTITATES enim, inter quas ſimilitudo eſt proportionum: itidem ſimilium proportionum erunt: etiamſi comparatio, quæ ab antecedente quantitate ad conſequentem facta erat: e conuerſo a conſequente ad antecedentem fiat. Quæ proportionalitas conuerſa nuncupatur: ꝙ quantitates antecedentes in conſequentes: et conſequentes in antecedentes conuertantur. Exemplum demus in numeris. ſicut. 8. ſe habent ad. 4. ſic. 6. ad. 3. eadem etiam ſimilitudo e cōuerſo eueniet: ut ſicut. 4. ſe habent ad 8. ſic. 3. ad. 6. ſe habeant.

IN quantitatibus ſimilium proportionum, quando earum antecedentes ad ſuas conſequentes cōparantur: proportionum omnino ſimilitudo cadet: etiam ſi ꝑmutatim quantitas unius antecedens ad alterius antecedentem, et conſequens unius ad alterius conſequentem conferatur. Quæ proportionalitas permutata uocatur. In qua antecedens proportionis ſecundæ fit conſequens primæ: et cōſequens primæ fit antecedens ſecundæ. Exemplum in numeris. ſicut. 8. ſe habent ad. 4. ſic. 6. ad. 3. Quare etiam permutatim. ſicut. 8. ſe habēt ad. 6. ſic. 4. ad. 3. Ex quo uidere licet in permutata proportionalitate id euenire: ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia: et

ambo extrema ſecundæ conſequentia.

CONIVNCTA uero proportionalitas dicitur: quoties ſicut unius proportionis quantitas antecedens cum ſua conſequente coniuncta ſe habet ad ſuam conſequentem: ſic etiam alterius proportionis quantitas antecedens cum ſua conſequente coniuncta ſe ad ſuam conſequentem habet. Quæ coniuncta proportionalitas ex ſimilitudine proportionum infertur. Exemplum in numeris. ſicut. 8. ſe habent ad. 4. ſic. 6. ad. 3. Quocirca ſicut. 8. et. 4. cõiuncta ſe habent ad. 4. ſic. 6. et. 3. coniuncta ſe habẽt ad. 3.

DISIVNCTA proportionalitas eſt: in qua de quantitatibus coniunctis ad conſequentes ſuas collatis, comparationis illatio fit etiam ad diuiſas. Exemplum in numeris. ſicut. 8. et 4. ſe habent ad. 4. ſic. 6. et. 3. ſe habẽt ad. 3. Quãobrem etiã ſicut. 8. ſe habent ad. 4. ſic. 6. ad. 3.

EVERSA ꝓportionalitas eſt: quando ſicut unius proportionis quantitas antecedens cum ſua conſequente cõiuncta ſe habet ad ſuam antecedentem: ſic etiam alterius proportionis quantitas antecedens cum ſua conſequente coniuncta ſe ad ſuam antecedentem habet. Quæ proportionalitas euerſa ex proportionum ſimilitudine, et aptiſſime ex proportionalitate coniuncta, inferri poteſt. Exemplum in numeris. ſicut. 8. et. 4. ſe habent ad. 4. ſic. 6. et. 3. ad. 3. Quo fiet: ut ſicut. 8. et. 4. ſe habent ad. 8. ſic. 6. et 3. ad. 6. ſe habeant.

AEQVA proportionalitas eſt: quando plures quantitates in unam proportionem ex parte una ſumuntur: atq; aliæ totidem uel eiuſdem generis, uel alterius, ex parte altera ſecundũ eãdem proportionẽ applicantur: et mediorũ

æquali

æquali numero remoto, ſimilitudo proportionum in extremis infertur. Exemplum in numeris. ſicut. 8. ad. 4. et 4. ad. 2. ſe habent. ſic. 12. ad. 6. et. 6. ad. 3. Quamobrem ſicut. 8. ad. 2. ſe habent. ſic. 12. ad. 3. Idē erit: etiā ſi cōparationis ordo conuerſus atq; intermixtus fuerit. veluti ſi dicatur: ſicut. 8. ad. 4. ſic. 12. ad. 6. et ſicut. 4. ad 2. ſic. 6. ad. 3. Quocirca ſicut. 8. ad. 2. ſic. 12. ad. 3. Proportionalitatum alia etiam diuiſio eſt: quæ ex medietatibus mox enarrandis apparebit.

DE MEDIETATIBVS.

MEDIETAS eſt connexio quædam extremorū per habitudinem utriuſq; ad mediū. Sic enim a pleriſq; ueteribus appellatur: quæ alio nomine proportionalitas uocatur ab EVCLIDE. Medietatum autem tria genera PYTHAGORAS, PLATO, ARISTOTELES, et pleriq; omnes ueteres poſuerūt. Alias enim medietates Arithmeticas eſſe uoluerūt. Alias Geometricas. Alias armonicas. De quibus ſingulatim ordine dicemus.

ARITHMETICA medietas eſt: quando maximi medij et minimi differentię ſunt ęquales. id eſt: ubi proportionis æqualitate neglecta, æqualis inter terminos differentia cuſtoditur: ſiue in numerorū ordine naturali. utpote. 1. 2. 3. 4. ſiue æquales numeri cōtinue ſint omiſſi, ſicut. 1. 4. 7. 10. Si enim unum omittas: differentia erit. 2. Si. 2. differētia erit. 3. Si. 3. differentia erit. 4. et ſic deinceps. Differentia uero appellatur exceſſus ille numeri: quo maior numerus minorem ſuperat.

HVIVS autem medietatis proprium illud est, Maximi ad medium non est eadem proportio: quæ medij ad minimum: sed medij ad minimum proportio semper maior est: q̃ maximi ad medium. Quo fit: ut in minoribus numeris proportio semper maior sit: et in maioribus minor. Verbi gratia. inter. 8. et. 4. secundum istam medietatem medius est senarius. differentiam utrobiq; numerus binarius facit. At maior est proportio medij ad minimũ uidelicet. 6. ad. 4. quæ est sesquialtera: q̃ maximi ad medium, uidelicet. 8. ad. 6. quæ est sesquitertia.

ALIA eius proprietas est, si huiusmodi ꝓportiones in tribus terminis disponant̃: extrema simul addita tantũ facient: quantũ mediũ duplicatũ. sicut. 6. 4. 2. e quibus bis 4. faciũt. 8. Itemq;. 6. et. 2. faciũt. 8. Qz si in quatuor terminis ponãtur: tũc duo media per additionem coniuncta tantũ efficient: quãtũ duo extrema sic iuncta. Vt si ponãtur. 8. 6. 4. 2. tantũ enim creant. 6. addita ad. 4. quantum. 8. ad. 2. addita. Ex hac ꝓprietate sumi potest ratio generalis progressionis supra in integris positæ.

RVRSVS alia eius proprietas est. si hac medietate cõstituta in trib9 terminis prius multiplicent̃ extrema: deinde mediũ per se ipsum: id quod proueniet ex medij ductu in se ipsũ: tantũ superabit id: quod ex multiplicatione extremorũ prodibit: quantũ producetur ex alterius differẽtię in alterã ductu. Exemplũ in his terminis. 2. 4. 6. Sicut 2. se habent ad. 4. ita. 4. ad. 6. bis. 6. faciunt. 12. quater 4. creant. 16. quę per. 4. excedunt. 12. Qui excessus etiã ꝓuenit ex ductu differentiarũ in se. differẽtia enim utraq; est. 2. bis autem. 2. faciunt. 4. Eodem modo si termini. 4.

ponantur

ponantur et multiplicatis extremis alterū medium in alterum ducatur:id quod proueniet ex alterius medij in alterū ductu:tantū superabit id: quod ex multiplicatione extremorū prodibit: quantū producetur ex multiplicatis differentijs duabus: quę sunt inter alterutrū illorū mediorū et extrema. Veluti si essent. 2. 4. 6. 8. bis. 8. creant. 16. quater. 6. faciunt. 24. quę per. 8. excedunt. 16. Idem autem excessus ex multiplicatione differētiarū, quę sunt inter alterutrum illorū mediorum et extrema:producetur. nam si de duobus medijs id,quod prius est: capias: uidelicet. 4. differētia inter prius extremū et ipsum mediū est. 2. et differentia inter ipsū et posterius extremū est. 4. itaq; differētiæ ipsę. 2. et. 4. in se ductę procreāt. 8. Similiter si de duob⁹ medijs id,quod posterius est:sumas:uidelicet. 6. differentia inter ipsum et primum extremum est. 4. et differentia inter ipsum et secundū extremum est. 2. quæ differentiæ in se ductæ creant. 8.

GEOMETRICA medietas est: quando maximi ad mediū eadē est ꝓportio: quę medij ad minimum. In qua medietate differentiarū ęq̄litate neglecta, ꝓportionū ęqualitas obseruat. sicut cernere licet in his numeris. 4. 6. 9. Vbi medius numer⁹ est. 6. Secūdū hāc medietatē multo aptius proportionalitas appellatur: q̄ secūdum Arithmeticam. Etenim in illa proportionalitas secundū excessū intelligitur, per ęquales differentias. At non per similitudinem proportionum: quemadmodum in hac euenit.

HVIVS medietatis propriū est illud. In maiorib⁹ terminis et in minoribus ꝓportio semper ęqualis est. Veluti inter. 30. et. 10. eadem est ꝓportio: quę inter. 6. et. 2.

ALIA eius proprietas est, In proportionalitate continua differentiæ terminorũ eadem inter se sunt proportione: qua sunt termini: quorum sunt differentię. Exemplũ. sicut. 8. ad. 4. dupla sunt: sic. 4. ad. 2. Similiter differẽtia inter. 8. et. 4. quæ est. 4. dupla est ad differentiam inter 4. et. 2. quæ est. 2.

RVRSVS alia proprietas geometricæ medietatis in proportionalitate continua multiplicium hęc est. In numeris duplis minor terminus per se ipsum exceditur a maiori. ueluti. 1. 2. 4. 8. In numeris triplis minor terminus superatur per se ipsum duplicatũ. sicut. 1. 3. 9. 27. in quadruplis per se ipsum triplicatum sicuti. 1. 4. 16. 64. et ita deinceps minor terminus exceditur a maiore.

ALIA præterea proprietas est. Si hęc medietas constituatur in tribus terminis: quicquid ex ductu alterius extremi in alterum producetur: æquale erit ei: quod ex medij in se ipsũ ductu natũ erit. Veluti si sumas. 8. 4. 2. bis 8. sunt. 16. quater. 4. tantũdem. Similiter in quatuor terminis, quicquid ex alterius extremi in alterum multiplicatione natum erit: æquale erit ei: quod ex alterius medij in alterũ ductu produceť. sicuti si capias. 16. 8. 4. 2. bis. 16. creant. 32. quater. 8. tantundem. Ex hac proprietate dependet celebris illa quatuor proportionalium regula: quæ de tribus notis quartum ignotum proferentibus supra data est. per quam in negotiationibus, innumera in lucem ueniunt.

ARMONICA medietas est: ubi positis tribus terminis, sicut maximus eorum se habet ad minimum: ita differentia inter maximum et medium se habet ad differẽtiam

tiam inter medium et minimum. Hæc autem medietas cũ communiter et differentias et proportiones admittat: tamen neq; æqualibus differentijs, neq; æqualibus proportionibus constituitur. Veluti si inter .6. et .2. media ponantur .3. ibi tripla proportio est maximi ad minimum: uidelicet .6. ad .2. Eademque est proportio differentiæ maximi ad medium: quæ est .3. ad differentiam medij ad minimum: quę est unitas, nam .3. ad .1. triplam itidem proportionem faciunt: quę cũ extremorũ proportione cõsentit. Ex hac medietate eliciũtur ões musicę concentus.

ILLVD huius medietatis est proprium. In maioribus terminis maior semper est proportio: atq; in minoribus minor, quod contra est in medietate Arithmetica. Verbi gratia, cape .6. .3. .2. De quibus .6. ad .3. compatata dupla proportionem habent .3. uero ad .2. sesquialterã: quæ minor est: q̃ dupla.

ALIA huiꝰ pprietas: quota parte minimi termini, minimꝰ ipse exceditur a medio: totidẽ partibus maximi, medius superatur ab ipso maximo. Verbi gratia: sume .6. .3. .2. Duo excedũtur a .3. per dimidium ipsius binarij: quod est unitas. Similiter .6. excedunt .3. per dimidiũ ipsius senarij: quod est .3. Rursus huius proprium est. Si extremi termini proportionum simul iungantur: et totum illud additũ multiplicetur per medium: id, quod inde proueniet: in dupla proportione se habebit ad illud: quod ex multiplicatione extremi per extremum producetur. Verbi gratia: sume .6. .3. .2. Adde .6. ad .2. fient .8. multiplicentur .8. per .3. quæ mediũ tenent: et surgent .24. Item si multiplices extremum per extremum, uidelicet .6. per

.2. prodibunt

2. prodibunt. 12. quæ faciunt dimidium de. 24.

ILLVD annotandū est, has tres medietates inter duos terminos inueniri posse, utpote inter. 10. et. 40. quippe si in medio statuas. 25. Arithmetica medietas prodibit. Si ponas. 20. medietas Geometrica erit. Si. 16. Armonica medietas nascetur.

QVOMODO PROPOSITIS DVOBVS terminis medium proportionale sit inuestigandum.

PROPOSITIS duobus terminis medium Arithmeticū sic exquires. De maiori numero subtrahe minorem: et reliqui dimidium adde minori. ita quod inde exibit: medium proportionale erit. Exempli causa inter. 10. et. 40. subductio deprehendit reliquum esse. 30. horum dimidium. 15. adde minori numero. 10. et prodeūt. 25. quod medium est quæsitum. Vel si libet facilius. Coniunge utrumq; extremum: et totius coniuncti dimidiū proportionale Arithmeticū erit. Nam si sumas. 10. et. 40. adde ea simul: fiunt. 50. Ea si dimidies: habebis. 25. id medium est Arithmeticum.

QVOD SI inter eosdem terminos. 10. et. 40. mediū proportionale Geometricum eruere uoles: alterum in alterū multiplica, uidelicet. 10. in. 40. et procreabis. 400. cuius numeri producti radicem quadratam extrahere oportet: quæ medium proportionale Geometricum erit. radicem autem eam. 20. inuenies.

AT SI medium proportionale Armonicum inuenire libet.

libet. Primum iunge extrema ipsa, uidelicet. 10. et. 40. sic surgent. 50. Deinde subtrahe minorem de maiore. et reliquum erit. 30. differentia utriusq; numeri. quam si in minus extremum uidelicet. 10. ducas: nascentur, 300. Eum numerum productum diuide per summam utriusq; extremi coniunctam: uidelicet. 50. et. 6. exibunt. quæ adde minori termino. 10. et prodeunt. 16. Hoc est proportionale medium Armonicum inter. 10. et. 40.

QVAE MEDIETATES QVIBVS REIPVBLICARUM publicarum statibus comparentur.

ARITHMETICA medietas reipublicæ adsimulatur: quæ a paucis regitur: q̄ in minoribus eius terminis maior sit proportio. Armonica uero medietas optimatum reipublicæ comparatur: q̄ in maioribus eius terminis proportio sit maior. At medietas Geometrica, q̄ in maioribus terminis et in minoribus proportionē ęqualem seruet: popularem quodam modo rempublicam refert: in qua ciues omnes, et summates, et plebeij, ius ęquale uendicant.

PRAETER has tres medietates præcipuas a ueteribus proditas, IORDANVS octo alias, quas collaterales uocat: addidit: quas quí cognoscere uolet: ab ipso petat: licebit. Nos uero, qui de proportionibus tantum ea, quæ ad supputationem in uita necessariam perdiscendam, spectant: degustare: non uniuersas proportionum uel regulas, uel ꝓprietates attingere decreuimus: cęteras medietates a posteris ad uarietatem proportionalitatum perscrutandam

tandam, curioſius adiectas, tanq̃ ad inſtitutum noſtrum non attinentes, omittendas cenſuimus.

QVOMODO PROPOSITIS DVOBVS quibuſuis terminis, proportio inter eos inueniri poſſit.

PROPOSITIS duobus terminis quibuſcumq̃, neceſſe eſt alterum altero uel maiorem, uel æqualem, uel minorem eſſe. Itaq̃ ſi æquales ſunt: ęqualitatis eſt proportio: quæ neminem latere poteſt. Sin autem alter altero maior eſt, aut minor: quãuis inæqualitatis ſit proportio: quæ complures ſpecies habet: facile tamen in quam ſpeciem habitudo ea cadat: cognoſces ad hunc modum. Maior terminus per minorem continuo ſecandus eſt. Eo fiet: ut quod in numero partitionis exit: proportionem denominet: quæ inter utrumq̃ extremum habetur. Idq̃ perpetuum eſt: quando maior terminus in comparatione præcedens maioris inęqualitatis proportionem facit. Veluti ſi inter. 8. et. 4. proportionem quæris: diuide. 8. per. 4. et in numero partitionis. 2. exeunt: quæ denominantes proportionem illam monſtrant eſſe duplam. quam in multiplicium ſpeciem cadere palam eſt. Similiter ſi inter. 3. et. 2. proportionem quæris. 3. per. 2. ſecta in numero ſectionis. $1\frac{1}{2}$. proferunt. qui numerus proportionem ſeſquialteram indicat: quæ in ſuperparticularium ſpeciem cadit. ita inuenies in reliquis. Cæterum ſi minor terminus in comparatione præcedens minoris inæqualitatis proportionem facit: tunc præpoſitio hęc, ſub, denominationi

minationi proportionis ex numero ſectionis eruẽdę præ=ponenda eſt. Veluti ſi inter. 4. et. 3. proportio quæra=tur: quia poſt ſectionem maioris factam per minorem. 2. in numero partitionis inueniuntur: ſubdupla erit propor=tio. quę in ſubmultiplicium ſpecie continetur. Si inter. 2. et. 3. proportionem quæris: quia minor numerus in cõ=paratione præcedit: et ſectio maioris per minorem facta in numero partitionis. $1\frac{1}{2}$. inuenit: ſubſeſquialtera pro=portio erit. quam de ſubſuperparticularium ſpecie prodí=re manifeſtum eſt. At ſi quis ſcire cupit, quemnam ſen=ſum afferat hęc prępoſitio, ſub, minoris inęqualitatis pro=portionibus præpoſita: illud obſeruare oportet. Quem=admodum per ſingulas maioris inęqualitatis ſpecies ma=ior terminus minorem plusq̃ ſemel cõtinet: ita per ſingu=las minoris inęqualitatis ſpecies, quantum minor a ma=iore ſuperatur: tantum deeſt ad integrum maiorem com=ponendum. Quare cum ea minoris ad maiorem compa=ratio pariat minutias: ad uitandam earum denominatio=nem, ueteres prępoſitionem hanc, ſub, ad ſingulas maio=ris inæqualitatis ſpecies addiderunt: tantum deeſſe ſigni=ficantes ad integrum componendum: quantũ maior ter=minus ſuperaret minorem. Verũ ſi exquirere libet: quas minutias hæ proportiones pariunt: continuo id cognoſ=ces: ſi minorem terminum, qui in proportione præcedit: in minutias frangas, ſecans per maiorem, eo modo: quo in minutiarum libro admonuimus. ita ante oculos appa=rebunt minutiæ, in quauis minoris inæqualitatis ſpecie occurrentes. Exempli gratia. ſi proportionem inter. 4. et

8. quęris. 4. per. 8. diuide. et fient $\frac{4}{8}$. quę minutię ſignificant. 4. partes de. 8. adhuc deeſſe ad integrũ componendum proportionemq; æqualitatis creandam. Quatuor uero octauæ ad minimam nomenclaturam redactæ faciũt $\frac{1}{2}$. Ita adhuc alię $\frac{4}{8}$, quę ſunt $\frac{1}{2}$. deſunt: ut fiat unũ integrum. Quo fit manifeſtum, $\frac{4}{8}$ facere dimidium illius proportionis, quæ æquare deberet. 8. Sicut e contrario, ſi. 8. ad. 4. comparentur: dupla erit proportio: q; 8. in ſe capiant bis. 4. Similiter ſi. 3. ad. 9. cõparentur. 3. per 9. ſecta proferent $\frac{3}{9}$: quę faciunt $\frac{1}{3}$. Et $\frac{6}{9}$ quæ creant $\frac{2}{3}$. deſunt: ut æqualitatis proportio ad. 9. producatur. ita $\frac{3}{9}$ tertiã partem faciunt illius proportionis: quę. 9. æquare deberet. Item ſi proportionem de. 16. ad. 5. uoles ſcire: ſectio maioris per minorem facta deprehendit in numero partitionis. $3\frac{1}{5}$. qui numerus cum minutijs triplã ſeſquiquintam indicat: quę in multiplicis ſuperparticularis ſpeciem cadit. Contra, ſi de. 5. ad. 16. proportionem quæris. 5. per. 16. ſecta, creant $\frac{5}{16}$. quę de. 16. partibus ſolas quinq; inueniri demonſtrant. ita deſunt $\frac{11}{16}$. ut integrũ producatur: et æqualitatis proportio fiat. Ad eundem modum inter quoſuis numeros proportionem nullo negocio inueſtigare licet. Hæc autem ex EVCLIDIS uerbis eruuntur: ubi in libro ſeptimo dicit. Denominatio proportionis minoris numeri ad maiorẽ dicitur pars, uel partes ipſius minoris: quę in maiore ſunt. Maioris autem

tem

tem ad minorem, totū, uel totum et pars, uel partes, prout maior ſuperfluit. Quibus uerbis denominationē proportionis, quæ de minore numero ad maiorem habetur: dicit eſſe, uel partem unicam: ueluti $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$. uel partes plures: ſicut $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$. quas inuenies eo modo, quo dictum eſt. Cæterum denominationem proportionis maioris numeri ad minorem, admonet eſſe uel totum: ſicut in multiplici. uel totum et partem: ſicut in ſuperparticulari. uel totum et partes: ſicut in multiplici ſuperpartienti.
Liquet itaq; in minoris inæqualitatis ſpecie, utramcumq; uiam ſequare: rem ad idem recidere: ſiue ad uitandas minutias hanc prępoſitionem, ſub, maioris inęqualitatis denominationibus pręponas: ſiue minutias ipſas ſuis nominibus ſingulas exprimas.

QVOMODO COGNOSCATVR VNA proportio alia eſſe maior.

SIMILES dicuntur proportiones: quę eandem denominationem recipiunt: quas etiam interdū unius proportionis, nonnunq; eiuſdem, Arithmetici uocant.
Maior autem proportio eſt: quę maiorem denominationem habet. Minor uero: quæ minorem. Denominatio autem omnis tam grādis eſſe dicitur: q̄ numerus eſt: qui eam deſignat. Vnde ſi de tripla et quadrupla quæratur utra earum ſit maior? quia maior numerus eſt quaternarius denominans quadruplam, q̄ ternarius triplam denotans: ideo quadrupla maior erit, q̄ tripla. et quintu-

pla, q̃ quadrupla. ſextupla, q̃ quintupla. et ſic in infinitũ. Cęterum ſeſquialtera maior eſt, q̃ ſeſquitertia: propterea q̃ ſeſquialtera denominatur de. $1\frac{1}{2}$. et ſeſquitertia de. $1\frac{1}{3}$. et q̃ q̃ in utraq̃ numerus integer æqualis eſt: minutiæ tamen his adiunctæ ſunt inæquales. Porro minores in ſeſquitertia. nam in fragmentis (uti ſuperius libro ſecundo admonuimus) quanto maior eſt denominator: tanto minus eſt fragmentũ. Quocirca $\frac{1}{4}$. minor eſt: q̃ $\frac{1}{3}$. ſicut $\frac{1}{3}$. minor, q̃ $\frac{1}{2}$. atq̃ ideo ſeſquialtera maior eſt: q̃ ſeſquitertia, et ſeſquiquarta maior eſt ſeſquiquinta. ſeſquiſextaq̃ maior ſeſquiſeptima. et ſic de cæteris in infinitum: ubi minutiæ in denominatione occurrunt. Vnde apparet triplã ſeſquialteram, utpote de. 7. ad. 2. maiorem eſſe: q̃ triplam ſeſquitertiam. Nihilominus tamen tripla ſeſquitertia maior eſt: q̃ dupla ſeſquitertia: uel dupla ſeſquialtera. quod euenit non ratione minutiarum adiunctarum: quæ maiores ſunt in ſeſquialtera: ſed ratione denominationis ex integris deſignatæ. tripla enim a. 3. denominatur: dupla a 2. Sed quæcumq̃ minutiæ per ſeſqui, denotentur: nunq̃ unum integrũ æquare poſſunt. quare minor erit proportio triplę ſeſquitertię: q̃ duplæ ſeſquialterę propter maiorem triplę denominationem.

QVOMODO PROPORTIONEM EX pluribus compoſitam eſſe cognoſcas.

DE CONTINVE proportionalibus prius, deinde de improportionalibus dicere deſtinam⁹: quomodo in his

in his ꝓportionem ex plurib9 esse compositã cognoscas. atq; in cõtinue quidẽ ꝓportionalibus, de tribus quantitatibus admonet nos EVCLIDES ad hũc modũ. Si fuerint tres quantitates continuę proportionales: proportio primæ ad tertiam dicetur proportio primæ ad secundam duplicata. Quibus uerbis docet. si fuerit proportio primi ad secundum: sicut secundi ad tertium: tunc ꝓportio primi ad tertium erit, sicut primi ad secundum, duplicata: id est, ex duabus talibus composita. quę compositio cognoscetur per multiplicationẽ denominationis ipsius ꝓportionis in se. Verbi gratia. Sint tres numeri continuæ proportionales, dupli. veluti .2. 4. 8. in his proportio inter primum et secundum dupla est: si a maiore incipiat comparatio. alioqui si a minore: subdupla est. Denominatio autem duplę uenit a .2. Igitur si .2. in se ducantur: nascentur .4. quæ inter primum numerum et tertium quadruplam esse proportionem denotabunt, ita demum: si a maiore incipiat comparatio. alioqui si a minore: subquadrupla erit. Ipsa autem quadrupla est dupla duplæ: quia constat ex duabus duplis. Rursus de .4. quantitatibus EVCLIDES admonet, inquiens. Si fuerint quatuor quantitates continuæ proportionales: proportio primæ ad quartam dicetur proportio primæ ad secundam triplicata. Quorum uerborũ sensus hic est. Si fuerint. 4. quantitates continuę proportionales: ꝓportio primę ad quartam erit, sicut primæ ad secundam triplicata: hoc est prius in se, postea in productũ, multiplicata. Verbi gratia. sint quatuor numeri tripli continuę proportionales. Veluti. 1. 3. 9. 27. proportio inter primum et secundum tripla est:

si a maiore

ſi a maiore incipiat cõparatio, quæ denominatur a .3. tria autem in ſe ducta producunt .9. ipſa autem .9. rurſus in ſe ducta procreant .27. quæ uigintiſeptuplam proportionem inter primum et quartũ denotant: ſi maior in comparatione præcedit. ea autem eſt tripla triplæ: quia conſtat ex trib⁹ triplis. Perinde itaq; eſt: ac ſi diceretur. Proportio eſt duarum quantitatũ ſimplex interuallum: et habet naturam ſimplicis dimenſionis: ut lineę. Proportionalitas autem in tribus, eſt duplex interuallum, habens unum medium: et refert naturam duplicis dimenſionis: ut ſuperficiei. Proportionalitas autem in quatuor, eſt triplex interuallum, habens duo media: et refert naturã tríplicis dimẽſionis: ut ſolidi. Similiter ſi quinq; termini cõtinue proportionales fuerint: proportio extremorũ complectetur proportionem primorum quater. ſi ſex fuerint: quinquies eam capiet. ſi ſeptem: ſexies. et ita deinceps. ut ſemper proportio extremorum toties contineat proportionem primorum: quot ſunt omnes termini dempto uno. Nam cum proportiones ſint interualla quędam: interuallum autem niſi inter duo extrema eſſe nequeat: neceſſe eſt terminos ipſos interualla cõcludentes, uno plures eſſe: q̃ ſint ipſa interualla. Igitur ſi quatuor termini fuerint: ſicut 1.2.4.8. proportio extremorum, uidelicet .8. ad .1. erit octupla. et quia proportio primorũ eſt dupla: et tria ſunt interualla: octupla illa cõſtabit ex tribus duplis. Si quinq; termini fuerint: ueluti .1.2.4.8.16. proportio extremorum, uidelicet .16. ad .1. erit ſedecupla: quę quia primorum proportio eſt dupla: et .4. ſunt interualla: conſtabit ex quatuor duplis. qua ratione ꝓportio de .32. ad 1. compoſita

1. cõpoſita erit ex quinq; duplis. et ſic in infinitum. Quo fit manifeſtum, in proportionalitate continua proportionem extremorũ produci ex omnibus proportionibus mediis. Vel ſi alia uia ſcire uoles, pluribus continue proportionalibus propoſitis, quę ꝓportio ſit inter extrema, proportionem inter prima duo obſeruabis: ſicut in exemplo proxime dato: ubi dupla erat inter. 2. et. 1. In qua denominator eius in ſe ducatur: et ſurgẽt. 4. quę inter extremos triũ terminorũ, ſicuti. 1. 2. 4. quadruplã proportionem deſignant. Deinde ſi denominator ille ꝓductus, uidelicet 4. iterũ ducatur in denominatorem primæ proportionis, uidelicet. 2. naſcetur proportio inter extremos quatuor terminorũ, ut puta. 1. 2. 4. 8. quę eſt octupla. bis enim 4. ſunt. 8. Rurſus ſi octo in denominatorem primę proportionis. 2. ducãtur: fient. 16. quę inter extremos quinq; terminorũ, ueluti. 1. 2. 4. 8. 16. ſedecuplam mõſtrant proportionẽ. Denuo ſi. 16. in primę proportionis denominatorẽ, uidelicet. 2. ducãtur: prodibũt. 32. quę ꝓportionẽ inter extremos ſex terminoꝝ, utpote. 1. 2. 4. 8. 16. 32. denominabunt. et ſic in infinitum poſtremæ proportionis denominatorem productum per denominatorem primæ multiplicando procedere licet. Ita in longa ſerie continue proportionalium, omnes multiplicationes pauciores per numerum binarium euenient: q̃ ſunt ipſi termini propoſiti. ſicut ex prædictis apparet.

QVOMODO in terminis improportionalibus longa ſerie continuatis unam proportionem ex pluribus compoſitam eſſe cognoſcas.

HIC PVTAMVS operæprecium pauca quædam obiter præfari: qui termini ſunt improportionales. Sunt autem illi improportionales: inter quos proportionum diſſimilitudo cadit. nam ſicut proportionum ſimilitudo proportionalitas, ſic diſſimilitudo improportionalitas uocatur. quæ etiam ipſa, et continua, et ſeparata eſſe poteſt. Improportionalitas autem cõtinua eſt: aut quia maior eſt proportio primi ad ſecundum, q̃ ſecundi ad tertiũ: et ſic deinceps. aut quia minor. uelut inter. 1. 2. 6. 24. ubi tres ſunt proportiones diſſimiles: quarum prima dupla eſt, inter. 2. et. 1. ſecunda tripla, inter. 6. et. 2. quæ maior eſt, q̃ dupla. tertia quadrupla eſt, inter. 24. et. 6. quæ maior eſt, q̃ tripla. Improportionalitas uero ſeparata ſiue incontinua eſt: aut quia maior eſt proportio primi ad ſecundum, q̃ tertij ad quartum: utpote inter. 10. et. 2. ac. 6. et. 4. aut quia minor. Huius autem inter proportiones diſſimilitudinis, ſiue cõtinua ſit: ſiue ſeparata: duę ſpecies habentur. Altera eſt: quando maior eſt proportio primi ad ſecundum: q̃ ſecundi ad tertium in continuis: uel q̃ tertij ad quartum, in ſeparatis. quę maior improportionalitas nuncupatur. utputa inter. 8. et. 2. ac. 6. et. 3.

Altera eſt, quando minor eſt proportio primi ad ſecundum, q̃ ſecundi ad tertium, in continuis: uel q̃ tertij ad quartum, in ſeparatis. ſicuti inter. 6. et. 3. ac. 8. et. 2. quæ minor improportionalitas appellatur. Ad hunc modum pleriq; omnes improportionalitatem et diffiniunt: et diuidunt.

CAETERVM quomodocũq; termini complures ſiue proportionales ſiue improportionales longa ſerie ſint cõtinuati:

tinuati: et quantacumq; inter improportionales dissimilitudo interueniat: proportionem semper inter primum et ultimum ex omnibus esse collectam, EVCLIDES nos admonet, inquiens. Cum continuatæ fuerint plures proportiones, siue eædem, siue diuersæ: proportio primi ad ultimum dicetur ex omnibus composita. Quocirca si plures proportiones, siue similes, siue dissimiles inter primũ terminum et ultimum mediæ interueniunt: proportio inter ipsos extremos terminos medias illas ꝓportiones omnes, quotquot fuerint: complectetur. Denominationem autem habebit a numero ꝓducto ex multiplicatione denominationum omnium proportionum mediarũ, nempe primarum duarum, alterius in alteram, deinde ductí cuiusq; numeri continuo in quamq; proximã: donec per omnes sit discursum. Nam proportio componi ex duabus proportionibus dicitur: quando denominatio illius producitur ex ductu denominationum illarũ proportionum alterius in alteram. Similiter ex pluribus proportionibus cõponi dicetur: quando denominatio illius producitur ex duarũ primarũ denomimationũ, alterius in alterã deinde ꝓducti in quãq; proximã ductu usq; ad finẽ. Nec refert ab utra manu denominationes ipsas multiplicare incipias, siue a dextra, siue a sinistra: dummodo ceptũ sequens ordinem, per omnes discurras. Idq; tam in proportionalitate continua, q̃ in omni improportionalitate perpetuum est.

DE PROPORTIONALITATE autem cõtinua, q̃q̃ ex prædictis licet id uidere: unum tamen exemplum dare non grauabimur. Esto, proponantur hi quinq; numeri dupli. 1. 2. 4. 8. 16. a dextra incipientes inter duos

primos. 16. et. 8. duplam ꝓportionem inuenimus. iterū progredientes inter. 8. et. 4. aliam duplam deprehendimus. Duæ igitur illæ denominationes altera in alterā ductæ quadruplam ostendent ꝓportionem inter. 16. et. 4. Rursus procedentes inter. 4. et. 2. aliam duplam cernimus. quam in denominationem prius ex alijs productam uidelicet quadruplam ducentes octuplam formabimus. sic inter. 16. et. 2. octuplam comperimus. Denuo progredientes inter. 2. et. 1. duplam etiamnum habemus. eam autem in octuplam priores complectentem, ducentes, sedecuplam tandem producimus. quę proportio inter 16. et. 1. inuenitur medias omnes complectens. Itidem in omni alia ꝓportionalitate continua eueniet: quotcumq; proportiones in ea connectantur.

NVNC exempla de improportionalitate demus: quãdo proportiones dissimiles inter primum et postremum interueniũt. Et exempli causa sumamus hos quatuor numeros. 1. 2. 6. 24. Inter quatuor hos numeros tres sunt proportiones. quarum prima, inter. 2. et. 1. est dupla. secunda, inter. 6. et. 2. est tripla. tertia, inter. 24. et. 6. est quadrupla. Igitur si scire uoles: quæ proportio sit inter extrema uidelicet. 24. et. 1. inuestiga primũ proportionem inter duo prima uidelicet. 2. et. 1. et duplam habebis. iterum inuestiga inter. 6. et. 2. et tripla tibi occurret. quæ denaminationes altera in alteram ductæ ꝓcreant sextuplã. ea erit proportio inter. 6. et. 1. Deinde si ꝓgrediens quęris proportionem inter. 24. et. 6. quadruplam inuenies. ea autem si in denominationem ex prioribus collectam uidelicet sextuplam ducatur: uiginti quadrupla nascetur.

naſcetur, quam proportionem ex dupla tripla et quadrupla compoſitam uidere licet. In hoc exemplo minor improportionalitas continua eſt: ſi a ſiniſtra in dextram tendas: et a maioribus terminis ad minores comparationem in ſingulis proportionibus facias: uti nos iam fecimus.

SIMILIS compoſitio proportiõis inter extrema erit: etiam ſi proportiones omnes ex integris et minutijs, uel minutijs ſolis ſint denominatę. Quod ut magis appareat: exempli gratia ſumamus hos quatuor numeros. 4. 6. 8. 10. inter quos, tres proportiones diſſimiles habentur. uidelicet inter. 6. et. 4. ſeſquialtera. inter. 8. et. 6. ſeſquitertia. inter. 10. et. 8. ſeſquiquarta, quarum proportionum denominatores capiamus. uidelicet pro ſeſquialtera $1\frac{1}{2}$. pro ſeſquitertia $1\frac{1}{3}$. pro ſeſquiquarta $1\frac{1}{4}$. Ipſorumq; priores duos alterum in alterum ducamus, eo modo: quo in minutiarum libro edocuimus. ita producetur denominator proportionis ex ambabus compoſitę. Deinde productum ex illa multiplicatione denominatorem iterum in tertiæ proportionis denominatorem ducentes, procreabimus denominatorem illius proportionis: quę ex tribus illis componitur. Igitur ſi a prioribus duobus incipientes $1\frac{1}{2}$ in $1\frac{1}{3}$ ducamus: enaſcentur. 2. quę de ſeſquialtera et ſeſquitertia duplam proportionem cõponi demonſtrant. Deinde. 2. in $1\frac{1}{4}$ ducamus: et producentur $2\frac{1}{2}$. qui numerus pportionem de tribus illis uarijs cõpoſitam duplã ſeſquialteram denominabit. quæ proportio erit inter extremos omniũ illarũ proportionũ terminos, uidelicet. 10.

et. 4. In hoc exemplo maior improportionalitas cõtinua est: si a siniſtra incipias: et maiores terminos ad minores comparans in dextram tendas: uti nos iam fecimus.

IAM VERO exemplum demus: quando improportionalitas ſeparata ſiue incontinua occurrit. nã EVCLIDIS regula, quę inſtar oraculi, neminem fallit: de ea etiã idem præcipit. Itaq; conferamus hos quatuor terminos 8. ad. 2. pro priore proportione: et. 6. ad. 3. pro poſteriore. inter priores duos, eſt quadrupla: quæ maior eſt q̃ ea: quę inter poſteriores dupla eſt. atq; ea propter maior improportionalitas in his reperitur. et tamen proportio inter primum terminum prioris proportionis et ultimum poſterioris ex omnibus proportionibus mediis compoſita comperietur: atq; etiam ex illa: quæ duas utrimq; poſitas media diſiungit. ea eſt inter. 2, quæ ſunt in fine prioris proportionis: et. 6. quæ ſunt in initio poſterioris. Id autem per regulam modo datam fiet manifeſtum. Nam ſi quis a ſiniſtra ab octo faciens initium in dextram tendat: inter. 8. et. 2. quæ prima occurrunt: quadruplã habebit. Deinde progrediens inter. 2. et. 6. quia minor terminus in comparatione præcedit: ſubtriplam comperiet: quæ minoris inæqualitatis eſt proportio: atq; ideo, ſicut ſuperius monſtrauimus: per minutias ſuas denominanda: uidelicet $\frac{2}{6}$. quæ ſunt $\frac{1}{3}$. ita ſi $\frac{1}{3}$ quæ hanc ꝓportionem denominat: ducatur in. 4. quæ denominant priorem: naſcentur $\frac{4}{3}$. quę unum integrum et unam tertiam facientes, ſeſquitertiam proportionem inter. 8. et. 6. ex duabus prioribus componi demonſtrant. Rurſus progredienti

dienti inter . 6 . et . 3. proportio dupla occurrit. quę, quia a . 2 . denominatur . 2 . in productum ex priore multiplicatione denominationē, uidelicet $1\frac{1}{3}$ ducantur . et in numero producto $\frac{8}{3}$ comperientur . quæ, si ad integra reducas: inuenientur $2\frac{2}{3}$. quæ duplam superbitertiam ꝓportionem inter . 8 . et . 3 . manifestant . quam ex tribus illis mediis compositā esse, per regulam EVCLIDIS explicauimus. Id quod paulo apertius de industria fecimus: ut nihil interesse monstraremus: qui termini medij inter extremos interueniant: etiam si maiore extremo sint maiores: aut minores minore. Qz̄q̄ sunt: qui putant: si id fiat: maiores in medio proportiones nonnunq̄ occursuras: q̄ quæ est inter primum et ultimum: et fieri posse negant: ut pars suo toto sit maior . Verumtamē id nihil obstabit: quo minus proportio inter primū et ultimū ex omnibus mediis colligatur. Nam nunq̄ accidet: ut maior in medio proportio, q̄ quæ inter primū et ultimum est: intercedat: quin simul alia minoris inęqualitatis ꝓportio media etiā reperiatur: quę cum maiore copulata tantū auferet: quātum illa nimium redundat: ut procreatio proportionis inter primum et ultimum ex mediis omnibus ad æqualitatē perducatur . Etsi pergis quęrere: quomodo fieri possit: ut ꝓportioni adiuncta proportio quicq̄ ab ea detrahat: facile est explicatu: si quis proportionum naturam pernouit. Omnis namq; proportio maioris inęqualitatis alteri maioris inæqualitatis addita, proportionem creat laterutra maiorem . At omnis proportio minoris inæqualitatis alteri minoris inæqualitatis adiuncta, minorem,

rem, q̃ alterutra sit: profert. Cęterũ quãdo altera maioris inęqualitatis ꝓportio, et altera inęqualitatis minoris copulantur: ꝓportio, quę procreatur: minor est: q̃ quę maioris est inęqualitatis: et maior: q̃ quę minoris. Quo fit: ut non omnis proportionũ collectio semper augeat. Itaq; quãdo proportionem, quę est inter primum et ultimũ: ex medijs constare Mathematici tradunt: hoc expimunt ex omnibus medijs proportionibus eam colligi. q̃uis nõ tota unaquęq; media semper sit pars illius: ꝙ interdum illa ꝓportionum copulatio detrahat. quod cũ acciderit: quicquid de singulis nõ detractũ restabit: partis uicem pręstabit in ea ꝓportione, quę est inter primũ et ultimũ. Rem illustremus exemplo. in quo et maiore extremo termino maiorem, et minore minorem interponamus. capiamusq; hos quatuor terminos. 2. 1. 20. 16. inter quos, si. 2. ad 1. et. 20. ad. 16. comparemus: maior improportionalitas separata habebitur. Nihil refert ab utra manu multiplicatio initium sumat: dummodo ceptum ordinem progrediendo seruet. Igitur a siniſtra, si libet: ordiamur. ubi intur. 2. et. 1. dupla ꝓportio inuenitur. at inter. 1. et. 20. subuigintupla: quæ proportio progredienti proxima occurrit: et his minutijs exprimitur $\frac{1}{20}$. Ideo numeros has duas proportiones denominantes, alterum in alterũ ducamus: uidelicet. 2. in $\frac{1}{20}$. et ꝓducentur $\frac{2}{20}$. quę faciũt $\frac{1}{10}$, et subdecuplam proportionem inter. 2. et. 20. ex prioribus illis duabus cõpositã indicant. rursus inter. 20. et. 16. sesquiquarta occurrit. quocirca numerum eum denominantem uidelicet $1\frac{1}{4}$ ducamus in denominationem illam

ex prioribus

ex prioribus productam, uidelicet $\frac{1}{10}$. et producētur $\frac{5}{40}$. quę faciunt $\frac{1}{8}$. et ſuboctuplam proportionem, inter. 2. et 16. ex omnibus medijs proportionibus compoſitam eſſe manifeſtant. Vides igitur nihil referre qui termini inter primum et ultimum medij interueniant: dummodo multiplicatio ab altero extremo ad alterum progrediens, ceptumq; ſeruans ordinem, nihil erret: neq; minoris inęqualitatis proportio pro maioris ſumatur. id quod multos ſępe fallit. Regula namq; ab EVCLIDE data generalis eſt: ſiue proportiones eædem, ſiue diuerſæ fuerint, id eſt: ſiue proportionales, ſiue improportionales termini occurrant.

QVAMOBRĖM quod de improportionalitate ſeparata dicimus, proportionem inter primum et ultimum ex medijs omnibus conſtare: multo magis in ſeparata proportionalitate uerum erit: in qua proportiones inter primum et ultimum partim ſimiles, partim ſunt diſſimiles. Veluti ſi compares. 4. ad. 2. et. 6. ad. 3. in his terminis tres proportiones habentur, quarum duas ſimiles tertia media diſſimilis diſiungit. Hic. 4. ad. 2. collata duplam creant. ea prima eſt proportio. iterum. 2. ad. 6. collata, ſubtriplā ꝓportionem mediam, quę duas ſimiles utrimq; diſiungit: mōſtrant. Quocirca. 2. in $\frac{1}{3}$ ducta ꝓferent $\frac{2}{3}$. quę ſubſeſquialterā proportionem inter. 4. et. 6. oſtendunt. Rurſus inter. 6. et. 3. dupla inuenitur, primæ ſimilis: quæ in productā ſubſeſquialterā ducēda eſt. nempe 2. in $\frac{2}{3}$. et producentur $\frac{4}{3}$. quæ ſeſquitertiam proportio-

nem inter primum extremum terminum primę proportionis et ultimum ſecundæ patefaciunt. quam ex duabus ſimilibus proportionibus extremis, tertiaq; media diſſimili compoſitam eſſe liquet. Ad eundem modum fiat: quotcumq; et quæcumq; proportiones, ſiue ſimiles et eædem, ſiue diſſimiles et quantumcumq; uarię inter primum terminum et poſtremum medię interueniant.

QVAERET FORTASSE quiſpiam: quorſum de proportionum compoſitione prius monſtratum eſt in cõtinue proportionalibus? Deinde in improportionalibus tam continue q̃ ſeparatim? et demũ in ſeparatis proportionalibus? quando una præceptio pro omnibus ſufficere potuiſſet. In promptu ratio eſt. EVCLIDEM ſecuti ſumus: qui de proportionum compoſitione in quãtitatibus continue proportionalibus prius docere, atq; ita per faciliora diſcentium animos ad magis ardua præparare uoluit: q̃ regulam hanc enarratam tam multos receſſus tamq; uarios anfractos habentem explicaret.

QVANDO PROPORTIO QVAEVIS OCcurrit: quomodo proportiones alias ipſam componentes inueſtigabis.

QVI PROPOSITA proportione qualibet, putat ſe poſſe dicere: quot et quales aliæ proportiones eam componunt: in chaos maximum incidit imprudens. Sexcentę namq;, immo uero infinitæ proportiones exquiri poſſunt: ex quibus quęuis confiari poteſt, id quod mox apparebit. Quamobrem quot proportiones quamq;

formare

formare queant: enarrare nemo poteſt: quippe cum ſint innumerę. Cæterum complures inueniri poſſunt: ex quibus quæuis proportio conſtet. Nam propoſita proportione qualibet, ea (neceſſe eſt) duos terminos habeat. inter quos, ſi niſi unum medium appones: hi tres termini duas ꝓportiones capient: ex quibus ea, quæ inter extremos eſt: omnino componetur. Porro cum multis modis terminus medius uariari poſſit: multę et uarię proportiones per id enaſci poterunt. Id quod hoc exemplo fiet manifeſtum. Inter. 16. et. 1, ſedecupla proportio eſt. inter quæ ſi medium terminū. 6. interponamus. Per hoc inter. 16. et. 6. proportio dupla ſuperbitertia habetur. at inter. 6. et. 1. ſextupla eſt proportio. Vnde liquet proportionem ſedecuplam, quæ eſt inter extrema: ex his duabus medijs conſtare. Id ita habere probabis: ſi duas illas medias denominationes alteram in alterā ducas. nam. 6. quæ ſextuplam denominant: ducta in $2\frac{2}{3}$. quę denominant alteram. 16. producunt. quę ſedecuplam proportionem inter extrema demonſtrant. Quo fit manifeſtum, duplam ſuperbitertiam et ſextuplam componere ſedecuplam. Q; ſi inter eadem extrema alium terminum medium ponas: alię proportiones oriẽtur. Vtpote ſi. 8. interſeras. Eo fiet, ut inter. 16. et. 8. dupla oriatur. at inter. 8. et. 1. octupla habebitur. quę denominationes, altera in alteram ductę, ſedecuplam iterum creabunt. Qua ratione ſedecupla ex dupla et octupla conflata erit. At ſi inter ipſa extrema plures termini ſint interpoſiti: plures ita ꝓportiones enaſcentur. quas uniuerſas ea, quæ inter primum et ultimum

est: complectetur. Veluti si .5. 6. 8. statuamus inter. 1. et. 16. ut hic sit ordo. 1. 5. 6. 8. 16. inter quinq; hos terminos quatuor diuersæ proportiones habentur, inter. 5. et. 1. quintupla. ir ter. 6. et. 5. sesquiquinta. Igitur. 5. quæ quintuplam denominant: ducta in $1\frac{1}{5}$. quæ denominant sesquiquintam; procreant $\frac{30}{5}$. quæ. 6. in regra faciunt: et sextuplam proportionem inter. 6. et. 1. ex ambabus compositā indicant. Deinde progrediens inter. 8. et. 6. sesquitertiam comperies. Ita si $1\frac{1}{3}$ multiplices in. 6. quæ ex prioribus productam proportionem denominãt: produces $\frac{24}{3}$. quæ ad integra reductę faciunt. 8. et octuplam inter. 8. et. 1. designant. Rursus progredere: et inter. 16. et. 8. dupla tibi occurret. igitur. 2. si in. 8. quæ ex priorum denominationum multiplicatione proxima producta sunt: ducas: tandem produces. 16. quæ sedecuplam proportionem inter. 16. et. 1. denominant. Quo fit manifestum, sedecuplam proportionem ex quintupla, sesquiquinta, sesquitertia, et dupla compositam esse. Igitur cũ terminos inter extrema interponendos innumeris modis per minutias, in quas singuli frangi possunt: uariare licet: manifesto liquet, ꝓportione ꝓposita nequaq; explicari posse: quot et quę ꝓportiones eam possint componere: cum infinita uarietas unam atq; eandem ꝓportionem producat. id quod per exempla iam data uidere licet. nam ut multæ proportiones, ex quibus quæuis constat: facile inuenientur: ita omnes exquirere, quæ eam formare possint: infiniti operis erit.

Quomodo

QVOMODO CVIVSQVE PROPORTIO-nis uel ambo extrema uel alterum per numerum ipſam denominantem inueniri poſſint.

OMNIS PROPORTIO duo extrema habet, quorum ſi id, quod maius eſt: atq; una ipſam proportionis denominationē cognoſcimus: diuiſio ipſius noti extremi per numerū eam ꝓportionē denominantem facta, ignoratū extremum minus in numero partitionis patefaciet. Exempli gratia. Eſto: proportio dupla ꝓponatur, cuius maius extremum nobis notū ſit. 10. ſi minus eius extremum eruere uolumus. 10. per duo, quę duplam denominant: ſecantes, in numero partitionis. 5. inueniemus. ſic extremum minus in lucem prodibit. At ſi proportionis denominatione cognita, minus extremum nobis erit notum: et maius ignoratū exquirere uelimus: ipſum minus extremum in proportionis denominationem ducamus: et numerus productus maius extremū erit. Veluti ſi de proportione tripla minus extremum ſciamus eſſe. 6. tria, quę triplam denominant: in. 6. ducamus: et naſcetur extremum maius: uidelicet. 18. Cæterum ſi denominatione proportionis cognita, neutrum eius extremū habeamus notum: numeros quoſcumq;, qui eam proportionem forment: pro arbitrio apponere poterimus.

HACTENVS de ꝓportionum origine, generibusq; earum, et compoſitione. Nunc reſtat: ut de earū Additione, Subductione, Multiplicatione, et Diuiſione dicam⁹. Id quod huius libri initio ſtudioſis pollicíti ſumus.

DE PROPORTIONVM ADDITIONE.

ADDITIO proportionum, siue continuę sunt: siue separatę: siue similes: siue diuersę: fieri debet ad eũ modum: quem paulo superius explicauimus. ut in longa proportionum serie, primarum duarum denominatio ducatur altera in alteram. Deinde proportionis per hoc productę denominatio in proximam denominationem ducatur. atq; ita deinceps productę cuiusque denominationis multiplicatio in quamq; proximam, usq; in finem peragatur. quo cum uentum erit: postremo producta denominatio, uelut summa quædam, ꝓportionem monstrabit omnes complectentem. Et q̃q̃ exempla de proportionũ compositione iam ante data possunt sufficere: unũ tamen apponemus: in quo proportiones partim continuas, partim separatas, partim similes, partim diuersas, connectemus. Esto, septem hi numeri proponantur. 30. 24. 12. 6. 4. 2. 1. inter hos septem numeros interualla sex sunt: et totidem ꝓportiones. Quare a sinistra incipientes, singulosq; numeros maiores ad minores comparantes, inueniemus primam proportionem sesquiquartam: secundam et tertiam duplas: quartam sesquialteram: iterum quintam et sextam duplas. Omnes has denominationes sic addemus. Primam denominationem sesquiquartã inter. 30. et. 24. in secundam duplam inter. 24. et. 12. ducentes procreabimus duplam sesquialteram: quæ est inter. 30. et. 12. Deinde productam illam duplam sesquialteram in proximã duplam inter. 12. et. 6. ducentes formabimus quintuplam inter. 30. et. 6. Rursus quintupla illa producta

in

in proximam ſeſquialteram inter. 6. et. 4. multiplicata producet ſeptuplam ſeſquialteram inter. 30. et. 4. Denuo ſeptupla ſeſquialtera illa producta, ſi in duplã proximam inter. 4. et. 2. ducatur: enaſcetur quindecupla inter. 30. et. 2. Demum quindecuplam illam in poſtremã duplam multiplicantes, producemus trigintuplam inter 30. et. 1. quę proportio inrer primum et ultimum ſic formata, uelut ſumma quædam, proportiones medias omnes intra ſe complectetur. Hoc modo proportiones, quę ſunt numerorum inter ſe habitudines: per additionem in unam ſummam aptiſſime colliguntur. Nonnullis autem alia uia proportiones ſic addere placet: ut earum omnium, quas ſunt addituri: terminos priores a ſiniſtra notent alium ſub alio: atq; a dextra poſteriores earum terminos prioribus e regione opponãt. Poſtea priorem terminum primæ proportionis in priorem ſecundæ multiplicant: numerumq; productum ſtatuunt priorem terminũ proportionis ex ambabus compoſitę. Deinde poſteriorem terminum primæ proportionis in poſteriorem ſecundæ ducunt. et productum ſimiliter faciunt poſteriorẽ terminum compoſitę. Porro ſi proportiones plures addẽdæ fuerint: tertiæ proportionis priorem terminum in priorem terminum ex primis duabus compoſitæ ducunt: et productum ſtatuunt terminũ priorem ex tribus illis compoſitæ. poſterioremq; terminum tertię, in poſteriorem ex duabus primis compoſitæ ducentes, productum terminum apponunt poſteriorem ex tribus illis compoſitæ. Et ſic ulterius, priorem terminum cuiuſque proportionis compoſitę in terminũ priorem proximę cuiuſq; proportionis

tionis addendæ, et posteriorem cuiusq; compositę in posteriorem cuiusq; addendę, ducunt, usq; in finem, Quo fit: ut inter terminos postremo productos, proportio enascatur omnes priores complectens. Exemplum afferamus. Sint hæ tres proportiones addendæ: prima sesquitertia inter. 4. et. 3. secunda sesquialtera inter. 3. et. 2. tertia dupla inter. 2. et. 1. Si primæ proportionis priorem terminū. 4. duces in. 3. priorem secundæ, creabis. 12. qui terminus erit prior proportionis compositæ. Et si. 3. posteriorem terminum primę duces in. 2. posteriorem secūdæ: produces. 6. qui terminus posterior compositæ proportionis erit. Ita producti illi termini. 12. et. 6. duplam proportionem habentes indicant ex sesquitertia et sesquialtera simul additis, fieri duplam. Id quod etiam denominationes ipsę altera in alteram, ductę probant. Iam uero si priorem terminum proportionis compositæ, uidelicet 12. in tertiæ proportionis priorem terminum. 2. multiplices: prodibunt. 24. qui terminus erit prior proportionis ex tribus compositæ. Et si. 6. posteriorem terminū compositę in posteriorem tertię. 1. duces: nihil nisi ea ipsa 6. habebis. qui terminus erit posterior proportionis ex rribus collectę. Ita proportio inter productos terminos 24. et. 6. monstrat ex sesquitertia, sesquialtera, et dupla simul additis, nasci quadruplam. Nam, ut inquit EVCLIDES. Omnium duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterū, est ex laterum suorū productа proportionibus. Latera autem numerorum appellantur: quorum multiplicatione numeri producuntur. Id quoq; uerum esse, proportionum denominationes, alia

in aliam,

in aliam, ſicuti præcepimus: ductæ, manifeſto probant. Hic proportionum addendi modus per earum terminos multiplicatos, uti diximus: productorum terminorum mutuas habitudines obiter commonſtrat. Cæterum modus ille ſuperior denominationes proportionum, alias in alias ducendi, multo apertius indicat collectam earum ſummam.

DE PROPORTIONVM ſubductione.

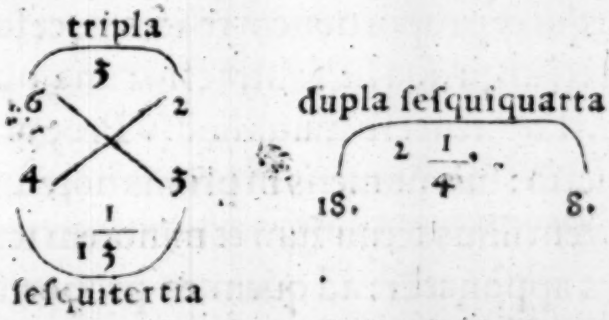
SVBDVCTIO proportionū monſtrat: quando aliæ proportiones ab alijs ſubtrahuntur: quæ proportiones reſtabunt. Ea autem tum demū fieri poteſt: ſi minores ſunt: quæ ſubducuntur: q̃ a quibus fit ſubductio: uel ſi ſunt eis æquales. Neq; enim per rerum naturam, quod maius eſt: ex minore demi poteſt. Quamobrem plurimū iuuabit meminiſſe, proportiones eas alijs maiores eſſe: quæ maiores alijs denominationes habent: minores autem, quæ minores. id quod ſuperius admonuimus. Porro modus ſubducendi proportiones longe facillimus hic eſt. Denominatio proportionum earū, quę ſubducendę ſunt: et earum, a quibus fiet ſubductio: per numeros ipſas deſignantes, ſeorſum annotentur. Deinde numerus denominans proportionem, a qua fit ſubductio: diuidatur per numerum, qui denominat proportionem ſubducendam. et numerus ſectionis proportionem ex ea ſubductione relictam deſignabit. Et ut exempla rem magis aperiant. Eſto, proportio ſeſquialtera ſubduci a dupla debeat. 2.

quæ duplam denominant diuisa per $1\frac{1}{2}$. quę sesquialteræ dant nomen: in numero sectionis proferunt $\frac{4}{3}$. quę ad integra reductę faciunt $1\frac{1}{3}$. atq; ita mõstrant sesquitertiam ex ea subductione relictam. Certũ specimen est recte subductũ esse: si proportio relicta ad subductam addita proportionem instaurat: a qua subducta fuit. sicut fit in numeris. Sesquitertia namq; ad sesquialterã addita per alterius in alteram ductum, duplam iterũ in numero sectionis format. Aliud exemplum demus. sesquiquartamq; subducamus a dupla sesquialtera. $2\frac{1}{2}$ quę denominant duplã sesquialteram, secta per $1\frac{1}{4}$, quæ designant sesquiquartã: in numero sectionis monstrant $\frac{20}{10}$. quę sunt duo integra: et duplã proportionem ex ea subdnctione supereſſe monstrant. Rursus si libet cape specimen: relictamq; duplam ad sesquiquartam adde, ducens alteram in alteram: et in numero sectionis dupla sesquialtera iterum redibit.

ALIVS etiam modus proportiones per earum terminos subducendi, traditur a quibusdam. Porro proportionem utramq;, et quę subduci, et a qua subductio fieri, debet: minimis notent numeris: qui eas proportiones habeant: quo facilius reddatur opus. proportionem autem, a qua fit subtractio: supra scribunt: quæ uero subducenda est: infra: ut termini terminis respondeant: priori prior, posteriorq; posteriori. Deinde priorem terminũ proportionis eius, a qua fit subductio: in posteriorem auferendæ, posterioremq; eius terminum in auferendæ priorem, oblique in formam crucis, ducunt: et terminos ex his

duabus

duabus multiplicationibus productos ſtatuunt eſſe relictę proportionis terminos. Exempli gratia. a proportione tripla inter. 6. et. 2. ſubducatur ſeſquitertia inter. 4. et. 3. In hac ſubductione. 6. in. 3. ducta creant. 18. et 2. ducta in. 4. proferunt. 8. inter quos terminos productos, uidelicet. 18. et. 8. proportio dupla ſeſquiquarta reperitur: quæ ex ſeſquitertiæ ſubductione de tripla relinquitur.



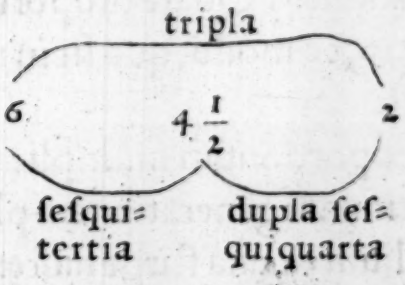
SVBDVCTIONEM hanc recte factam eſſe probabis: ſi ꝓportionis relictę denominationem addes ad ſubductę; ſicuti modo diximus. Vel ſi mauis: proportionem relictam ad proportionem ſubductam adde, per alterius terminos in alterius ducendos: ſicuti proximo capite docuimus. quando quidem illa etiam uia redibit proportio: ex qua ſubductio facta eſt. nam ſi. 18. priorem terminum relictę; ducas in. 4. priorem ſubductę: fient. 72. et ſi. 8. poſteriorem terminum relictę duces in. 3. poſteriorem ſubductę: ſurgent. 24. quę proportionem illam fuiſſe triplam, a qua ſubductio facta eſt: deſignant.

Qz SI plures ꝓportiones ab una ſubduci debent: prius in unã ꝓportionem, uelut in ſummã quandã, omnes ſunt addendę: et tum demũ ad eius ſubductionem procedendum: modo nõ ſit facta maior: q̃ ea, a qua ſubductio fiet.

Porro ſunt nõnulli: qui ſingulas ſeorſum ſubducunt: Cęterũ maiorem ea res laborem pariet: q̃ ſi quis omnes ſubducendas prius in ſummam colligens unicam ſubductionem faciat.

PROPORTIONVM itaq; ſubtractionẽ duobus his modis fieri uides. Altero per denominationũ ſectionem. Altero per earum terminos oblique, uti diximus: multiplicandos. Tertius quoq; modus ex his duobus mixtus inuentus eſt: qui et proportionem relictam, et ſubductã, necnon illam etiam, a qua fit ſubtractio: una opera ante oculos ponit. Is autem eſt huiuſmodi. Proportio illa, a qua fit ſubductio: ſuis numeris in primis notetur. Deinde inter maiorem illius terminum et minorem tertius numerus medius apponatur: ad quem ea proportione maior terminus ſe habeat: qua ſit ipſa proportio: quæ ſubduci debet. Ita inter numerum medium et terminum minorem inuenietur ea proportio: quæ ex ſubductione reſtabit. Exempli gratia. A proportione tripla inter. 6. et 2. ſubducamus ſeſquitertiã. Poſtq̃ notata ſunt. 6. et. 2. numerus exquirendus eſt: ad quem maior terminus, uidelicet. 6. proportione ſeſquitertia, quę ſubducenda eſt: ſe habeat. Eum autem numerum facile inuenies: ſi memoria tenes regulam: quam ſupra enarrauimus. Quę eſt huiuſmodi. Quando maior terminus proportionis cuiuſuis una cum eius denominatione notus eſt: ſi ipſum terminũ per proportionis illius denominationem diuidas: minor terminus ignoratus ex numero ſectionis inuenietur. Igitur, 6. illa, quæ ſeſquitertię proportionis, quam inueſtigamus: maiorem terminum præſtant: per eius denominationem

nationem $1\frac{1}{3}$ diuidenda ſunt. et numerus partitionis proferet $\frac{18}{4}$. quæ faciunt $4\frac{1}{2}$. Is terminus minor erit proportionis ſeſquitertię inter. 6. et $4\frac{1}{2}$. Deinde poſtq̃ per cõparationem maioris extremi ad medium numerum interſertum, proportionem auferendam deprehendiſti: rurſus compara medium numerum ad extremum minus. et proportionem eã, quæ ex ſubductione relinquetur: inter eos reperies, quæ eſt dupla ſeſquiquarta. Id ita eſſe probabis: ſi relictę duplę ſeſquiquartę denominationem ad ſubductę ſeſquitertię (ſicuti mõſtrauimus) addes. rurſus namq; naſcetur proportio tripla. Per hanc ſubducẽdi uiam, tres proportiones ſimul ante oculos licet cernere. unam: a qua ſubducimus. alteram: quam ſubducimus. tertiam: quam relinquimus. Itidem etiam apparent ſingularum termini. Ad hęc proportionum differentię, quæ ex ſubductione oriuntur: patefiunt per hunc modum.



PROPORTIONVM igitur additio multiplicationi numerorum ſimilis eſſe uidetur. At earum ſubductio magnopere diuiſionis, præſertim eius, quæ fit in minutijs: ſimilitudinẽ refert. Id, quod ea, quæ hoc capite, et proximo ſunt dicta: manifeſtum faciunt.

MVLTIPLICATIO proportionum longe diuersa est ab ea: quę fit in numeris. Numerus namq; est unitatum collectio. At proportio numerus non est: sed ipsorum numerorum inter se respectus et habitudo: quæ nisi inter duos, minimũ, numeros esse nequit. Igitur proportionem p proportionem, uelut per quendam numerũ, multiplicari, sensus communis nõn admittit. Cæterum quando proportio proportioni est addenda: numeri ipsas denominantes, aut ipsarum termini, per aliarum denominationes, aut terminos multiplicari possunt: sicuti supra de earum additione facienda dictum est. Quę denominationum aut terminorum multiplicatio est additio ipsarũ habitudinũ. Ita ꝓportionũ diuersarum collectionem in unam summam, uulgus multiplicationẽ putat: q; per eam fiat: cum tamen sit additio. Quare proportionum aliarũ per alias multiplicatio, eo modo, quo fit in numeris, nulla proprie esse potest.

VERVM si per proportionum multiplicationem intelligis similem et continuam generationem plurium numerorum proportionalium ex una stirpe nascentium, et secũdum datam proportionem minimorum: ea fiet ad hunc modum. Proportio quęuis, cui complures similes continuare cupis: minimis numeris, qui eam ꝓportionem habeant: uelut stirps quędam, ex qua cęterę proditurę sunt: notetur. Deinde prior eius terminus in se multiplicetur: productusq; numerus signetur. iterũ idem terminus ducatur

catur in posteriorem. productusq; secundus apponatur numerus. Tertio posterior terminus ducatur in se ipsum. numerusq; productus tertius tertio loco statuatur. atq; ita inter tres illos productos terminos duo interualla habentur: et duæ proportiones stirpis, ex qua ductæ sunt: similes nascuntur. eaq; proportio, quæ inter eorum extremos est: duas alias medias complectitur. Exempli gratia. proportionem sesquialteram signemus his numeris, 3, et 2. ducamusq;. 3. in se, et. 9. surgent. Iterumq;. 3. in. 2. ducamus: et fient. 6. Deinde. 2. in se multiplicemus: et prodibunt. 4. inter quos tres numeros productos. 9. 6. 4. duæ proportiones sesquialteræ continuantur. et inter primum. 9. et ultimũ. 4. dupla sesquiquarta ex illis duabus sesquialteris, composita inuenitur. Et quia. 9. et. 4. illorum trium terminorum continue proportionalium extremi, contra se sunt primi; ideo tres illi secundum datam proportionem sunt tres minimi. Nam secundum EVCLIDEM, Si numerorum quotlibet continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes, secundum suam proportionem in totidem numeris sumptam, minimos esse necesse est. Qz si quatuor numeros eadem proportione procreare uolumus: primum terminum stirpis in omnes tres numeros productos singulatim ducamus: numerosq; ex his denuo productos seorsum notemus. Deinde secundum terminum stirpis multiplicemus in tertium productũ solũ. et numerus ex hoc productus quarto loco signetur. Igitur in exemplo priore quatuor numeros. et tres sesquialteras procreaturi primũ numerũ productũ, uidelicet, 9. in, 3. ducamus: et surgẽt

27. Iterum

27. Iterum. 6. ſecundum productum in. 3. ducentes, 18. formabimus. Rurſus. 4. tertium productum in. 3. multiplicantes, producemus. 12. Demumq; ſecundum terminum ſtirpis, uidelicet. 2. in ſolum tertium numerum ante productum, uidelicet. 4. ducentes, efficiemus 8. qui quartus erit numerus. inter quos quatuor numeros proportiones ſeſquialteræ tres habentur. et proportio inter primum. 27. et ultimum. 8. ex tribus illis coaceruata comperietur, tripla ſupertripartiens octauas. Et quoniã 27. et. 8. qui quatuor illorum continue proportionalium extremum locum tenent: ſunt contra ſe primi: ideo quatuor illi ſecũdum datam proportionem ſunt quatuor minimi. Eodem modo priorem terminũ ſtirpis ducentes in omnes quatuor illos numeros ultimo productos, notantesq; numeros rurſus producẽdos, et deinde poſteriorem ſtirpis terminum in ſolum quartum poſtremo productũ multiplicantes, formabimus quinq; numeros, et quatuor continuas ꝓportiones ſeſquialteras. Sicq; etiam ulterius quotlibet numeros eadem proportione continue formare licet. uti ſubiectę notę monſtrant.

81. 54. 36. 24. 16.

27. 18. 12. 8.

9. 6. 4.

3. 2.

QVSI CVI proportionem per numerũ aliquem multiplicare libet: tunc proportionis denominatio uelut aliqua alia res numerata accipietur. et ideo quot unitates in numero producto reperientur: totidem proportiones illius denominationis per numerum illum productum deſignabuntur.

ſignabuntur. Veluti ſi unam triplam per numerum ternarium multiplicare uelimus: ſurgent. 3. triplę. ſi duas triplas in ternarium ducamus: fient. 6. triplæ. Similiter ſi unam quadruplã per ternariũ multiplicemus: prodibunt 3. quadruplę. ſi. 2. quadruplas in ternariũ ducamus, orientur. 8. quadruplę. et ſic de alijs fiat.

DE PROPORTIONVM DIVISIONE.

DIVISIO proportionis fit: quando inter eius extrema uel unus terminus medius, uel plures interponuntur. quo fit: ut diuidenda proportio in totidem alias proportiones ſecetur: quot interualla inter eius extrema ex illa interpoſitione oriuntur. qua de re ſuperius abunde diximus: quãdo docuimus: quomodo proportione quauis occurrente, proportiones alias ipſam componẽtes inueſtigares. Exempla illic explicata hic tantum attingemus. Si proportionem diuidendam partiri in duas proportiones cupis: unicus terminus interſerendus eſt. Veluti ſi in ſedecupla proportione inter. 16. et. 1. interpones. 8. in duas proportiones eã ſecabis. quarũ una inter 16. et. 8, dupla erit. Altera inter. 8. et. 1. octupla. At ſi in eadẽ ſedecupla inter eius extrema, tres terminos interpones: utpote. 8. 6. 5. ut quinq; terminorum hic ſit ordo. 16. 8. 6. 5. 1. in quatuor proportiones ſectio per hoc fiet. quarum prima erit dupla. ſecunda ſeſquitertia. tertia ſeſquiquinta. quarta quintupla. Similiter eiiã fiet: ſi quot-

libet terminos medios appones. nam in totidem proportiones facta erit sectio: quot inter primum et ultimū comperientur interualla. Nec quicq̄ refert: qui termini medij inserantur: etiam si maiore extremo maiores sint: aut minore minores: quemadmodum illic latius explicauimus. Ad hunc modum diuisio fit in proportionibus: nec ulla alia, q̄ hęc est: in eis reperitur.

QVOMODO PROPORTIONEM INTER quosuis numeros assignatam inuenias in minimis numeris, qui eam proportionem habeant.

INTER QVOSLIBET numeros assignatā proportionem inuenire potes in numeris secundum eam proportionem minimis: ad hunc modum. Principio obseruandum est: an numeri ipsius datæ proportionis sint cōtra se primi: ut nullus numerus eas numeret pręter unitatē. nā si sunt huiusmodi: illi ipsi sunt ea proportione minimi. Sin autem alius numerus præter unitatem eos numerat: maximus numerus utrūq; communiter numerans est inuestigandus. et per illum inuentum uterq; numerorum, tam antecedens q̄ consequens diuidendus. Quo fiet: ut in numeris ambarum sectionum minimi eiusdem proportionis numeri appareant. Nā maximus numerus duos communiter numerans numerat eos, per minimos illius proportionis numeros. Quomodo autem maximus numerus duos communiter numerans sit inuestigandus:

supra

ſupra libro ſecundo copioſius admonuimus: quando docuimus: Quomodo partes ad minimam ſui nomenclaturam redigantur. quare quę illic de numeratore et denominatore partium ſunt dicta: hic de numero antecedente et numero conſequente cuiuſq; proportionis repetita intelligantur. nam idem utrobiq; modus eſt et partes ad minimam ſui nomenclaturā, et proportiones ad minimos numeros ipſas habentes, reducendi. Exemplum demus in numeris contra ſe primis. Inter. 7. et. 3. proportio dupla ſeſquitertia eſt. nec minores numeri haberi poſſunt: inter quos ſit ea proportio. Exemplum demus in alijs numeris communicantibus: quos communis aliquis numerus alius q̄ unitas metitur. Veluti inter. 35. et. 15. inter quos proportio dupla ſeſquitertia ex ſectione maioris per minorem reperitur. et quia uterq; illorum numerorum numeratur a. 5. qui maximus numerus eſt eos communiter numerans: utrumq; per. 5. diuidamus. et ex ſectione. 35. facta per. 5. in numero partitionis. 7. inueniuntur. Iterū per. 5. diuidamus. 15. et in numero ſectionis. 3. prodeunt. ſic ex duabus illis ſectionibus minimi numeri. 7. et. 3. comperuntur: inter quos proportio dupla ſeſquitertia haberi poteſt.

QVOMODO PROPORTIONVM DISIVNctarum ſimilitudo inueniri poſſit in minimis numeris ſecundū ipſas proportiones continue proportionalibus.

PROPORTIONVM quarumlibet, quæ ſeparatæ ſunt, et diſiunctę: ſimilitudo in minimis numeris cõtinuatim proportionalibus ſecundum illas ipſas proportiones diſiunctas, inueniri poteſt hoc modo. Notentur quęuis proportiones diſiunctę, ſuis quęq; minimis terminis. Deinde minimus numerus exquiratur: quem primæ proportionis extremum conſequens, et extremum antecedens ſecundę numerant. Nam is inuentus primam proportionem cum ſecunda copulabit. Extremum autem antecedens ei adiungendum, ita demũ inueniemus: ſi primę proportionis antecedens per eum numerum multiplicamus: per quem primę extremum conſequens multiplicatum, producit minimũ ab eo, et antecedente ſecundę numeratum. Conſequens uero ſecundę proportionis continuandę exquiremus: ſi per eum numerũ multiplicemus conſequens, ſecundę ꝓportionis diſiunctę: per quem antecedens eiuſdem procreat minimũ numerum ab ipſo, et primę diſiunctę cõſequente numeratum. Deinde ſi antecedens tertiæ proportionis diſiunctę, per aliquem numerũ numerat conſequens ſecundę continuatę: per eundem multiplica conſequens tertię diſiunctę: et produces conſequens ꝓportionis tertię: cum duabus ſuperioribus cõtinuandę. Sin autem tertium antecedens diſiunctę ꝓportionis per nullum numerum numerat conſequens ſecũdæ continuatæ: inquirendus eſt minimus numerus: quem conſequens ſecundæ continuatę, et antecedens tertię diſiunctæ numerant: is autem inuentus, antecedens erit tertię proportionis continuatæ. Poſtea ſi conſequens tertiæ

diſiunctę

diſiunctę multiplicabis per eum numerum: per quem antecedens eiuſdem multiplicatum, producit minimum ab eis numeratum: prodibit conſequens tertiæ continuatæ proportionis. Deinde ſi reliquos terminos ante continuatos multiplicabis per eum numerū: per quem cōſequens ſecundę continuatæ producit minimum a ſe et ab antecedente proportionis tertię diſiunctę numeratum: tres proportiones diſiunctim propoſitæ cōiungentur. idq; in minimis terminis. Et q̄q̄ duæ primæ proportiones, ante in minoribus terminis coniunctę erant: has tamen tres uniuerſas in minoribus terminis copulare non licet. Atq; ad eundem modū quotlibet ꝓportiones continuari poſſunt. Exemplū afferamus de tribus proportionibus: ut res magis appareat. redigamusq; ad minimos numeros continue proportionales has tres proportiones: uidelicet primam, triplam ſupertriquartam. Secūdam, ſubquadruplā ſeſquialteram. Tertiam, ſeſquialteram. Porro minima tripla ſupertriquarta reperitur inter. 15. et. 4. minima ſubquadrupla ſeſquialtera inter. 2. et. 9. Et minima ſeſquialtera inter. 3. et. 2. quos numeros minimos in ordinem deſignemus. Deinde primas duas proportiones per terminos cōtinue proportionales copulaturi minimum numerum inquiramus: quem. 4. conſequens primæ et. 2. antecedens ſecūdę numerāt. et quia hi ſunt numeri cōmunicātes: ideo minimi illius ꝓportionis, cuius ipſi ſunt: inquirantur. Illi autem ſunt. 2. et. 1. qui inuenti ſubtenduntur. 2. ſub. 4. et. 1. ſub. 2. Ita ſiue. 1. in. 4. ſiue. 2. in 2. ducamus: comperiemus. 4. minimum numerū numeratum

ratum ab eis. nam secundum EVCLIDEM. Quilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis maior minorem, aut minor maiorem, multiplicantes, minimum ab ipsis numeratum producunt. quare supra uerticem inter primam proportionem et secũdam illum annotemus. Postea antecedens ei adiungẽdum inuestigemus: et quia 4. consequens primæ numerat. 4. minimum numerum numeratum a consequente primæ, et antecedente secundę per unitatem. per eam multiplicemus antecedens primæ 15. et ipsa. 15. prodeunt: quæ supra uerticem signata antecedens erunt ad illa. 4. supra annotata. Deinde ut cõsequens secunde proportionis continuandæ exquiramus. quia. 2. antecedens secundæ disiunctæ per. 2. multiplicata producunt. 4. minimum uidelicet numerum numeratum a consequente primæ disiunctæ, et antecedente secũdæ disiunctę: per illa. 2. multiplicemus. 9. cõsequens secundæ disiunctæ: et producemus. 18. quæ supra uerticem signata, consequens erunt proportionis secundæ cõtinuatæ. Sic ex duabus proportionibus disiunctis duas ędidimus proportiones continuatas: quibus tertiam disiunctam copulemus. Et quia ternarius antecedens tertię disiunctæ numerat consequens secundæ continuatæ, uidelicet. 18. per. 6. multiplicemus consequens tertiæ disiunctæ: nempe. 2. per illa ipsa. 6. et prodibũt duodecim quæ erunt consequens tertiæ continuatæ. Ita quatuor hi numeri. 15. 4. 18. 12. continue pro portionales erunt, secundum tres illa proportiones disiunctas, uidelicet triplam supertriquartam, subquadruplam sesquialteram, et sesquialteram.

ſeſquialteram. Minimi autem continue proportionales ſunt: in quibus has proportiones ſecundum illas diſiunctas inuenire licet. quia nulli totidē his minores hoc præſtare poſſunt.

15		4		18		12	
15	4	2	9	3	2		

SIN autem tertium antecedens, proportionis diſiunctæ, per nullum numerum numerat conſequens ſecundæ continuatæ: inquirendus eſt minimus numerus: quem conſequens ſecundæ cōtinuatæ et tertium antecedens diſiunctæ numerant. ueluti ſi quadruplam inter. 4. et. 1. ſeſquialteram inter. 3. et. 2. ac triplam inter. 3. et. 1. cōtinuare uelimus: comperiemus eo modo: quo iam diximus: primas duas proportiones quadruplam et ſeſquialteram his tribus minimis terminis. 12. 3. et. 2. ſecūdum datas proportiones continuari. Quibus tertiam diſiunctam poſtea copulemus. et quia. 3. antecedens tertię diſiunctæ, per nullum numerum numerat conſequens ſecūdæ continuatę. 2. inquirendus eſt minimus numerus ab his numeratus. et quia. 3. et. 2. ſunt numeri contra ſe primi: alter in alterū ducatur: et producentur. 6. quæ erunt antecedens tertiæ continuandæ: et ſupra uerticem conſequentis ſecūdæ continuatæ reponenda ſunt. Deinde quia 3. antecedens tertiæ diſiunctę ducta in. 2. produxerunt 6. Similiter per illa ipſa. 2. multiplicemus cōſequens tertię diſiunctę, uidelicet. 1. et prodeunt. 2. quę erūt conſequens

quens tertię continuatę. Iam uero quia tertia proportio continuata inter .6. et .2. maiores habet terminos: q̄ ut precedentes ante continuati cum ea congruant. et consequens secundæ continuatæ .2. multiplicata per .3. produxerunt minimum a se numeratum. multiplicemus per illa .3. antecedens secūdę cōtinuatæ, uidelicet .3. et prodeunt .9. quæ iam erunt antecedens secundę continuatę: et supra uerticem ante .6. statuentur. Rursus per illa .3. multiplicemus etiam antecedens primæ continuatę, uidelicet .12. et producentur .36. quæ iam erunt antecedens primæ continuatæ: et supra uerticem ante .9. reponi debent. Ita in his quatuor terminis .36. 9. 6. 2. continuatæ sunt in minimis terminis tres proportiones uidelicet quadrupla, sesquialtera, et tripla, secundum illas tres disiunctas datas. Ex hac autem postrema terminorū ante continuatorum multiplicatione per unum et eundem numerum facta, propterea ut cum tertia continuata proportione conueniant. producuntur eędem proportiones: quæ ante in minoribus terminis continuatę erant. Nam secundum EVCLIDEM, Si unus numerus in plures ducatur: eadem erit numerorum inde productorum: quę multiplicatorum proportio.

36		9		6		2	
12		3		2			
4	1	3	2	3	1		

HAC RATIONE his quartā proportionem disiunctam,

ctam: et quotlibet alias per terminos continue proportionales connectere licet. nam de primis quibuſq; proportionibus primum expedire oportet: atq; his adaptatis, ad alias tranſire.

DE PROPORTIONE HABENte medium duoq; extrema.

APVD GEOMETROS ſpecies quędam proportionis longe a prędictis diuerſa reperitur. quã EVCLIDES nuncupat proportionem habentem medium duoq; extrema. Ea nunq̃ in paucioribus terminis q̃ in tribus haberi poteſt: cum cæteræ proportiones inter duo conſtent. Qua in re ſimilitudinẽ proportionalitatis refert. et ad quorundam corporum dimenſionem, quę ſine ea intelligi nequit: adinuenta, Geometris ad multa confert. ſicuti EVCLIDES libro. 13. multis prędictis explicat. qui etiam libro. 6. propoſitione. 29. ſecũdum eam proportionem lineam ſecare docet. Verumtamen quia in numeris huiuſmodi proportio nõ habetur: nec ad ſupputationem facit: nos Geometris eam relinquamus.

DE PROGRESSIONE NVMErorũ continue proportionalium.

PROPORTIONVM continuatarũ progreſſio, quã Geometricam uocant: eſt plurium numerorum continue proportionalium in unam ſummam collectio: quæ compendium affert numerandi eos numeros: inter quos

continua et æqualis est proportio: q̃uis numerorum differentiæ sint inæquales. Et quia proportionũ species uariæ sunt: ideo uariæ in his dantur progressionum regulę. Quare a multiplicium specie, in qua dupli primum occurrunt: faciamus exordium.

IN COMPLVRIBVS numeris duplis longa serie cõtinuatis primus numerus a postremo subduci, et quod de ipso postremo reliquum erit: ad ipsum integrum postremum addi debet. Sic summa, quę inde surget: omnes seriei continebit unitates. nec quicq̃ refert: a quo numero series initium sumat. neq; an numeri proportionales sint integri: an minutiæ. Exemplum demus in his numeris 3. 6. 12. 24. 48. A postremo. 48. subtrahe primum. 3. et supererũt. 45. ea adde ad. 48. et fient. 93. ea summa est illius progressionis. Idem erit si ab unitate incipias, ueluti. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. ab ultimo. 64. deme primum. 1. et reliqua, quę sunt. 63. ad. 64. adde. et crescẽt 127. quæ summa est uniuersorũ. Regula hęc et certa est: et perpetua: sicut illa de triplis.

QVANDO numeri tripli longa serie cõtinuantur: primũ a postremo subducito: et reliqui dimidium, quod de postremo supereſt: integro postremo adde. Ita numerus uniuersorũ prodibit: a quocumq; numero series incipiat: etiam si minutiæ interueniãt. Exemplo sint hi numeri. 1. 3. 9. 27. 81. tolle primũ. 1. a postremo. 81. et restant. 80. cuius numeri dimidium est. 40. ea adde ad. 81. et fient 121. quæ summa est omniũ. Similiter eueniet si a. 2. incipias. 2. 6. 18. 54. deme. 2. a. 54. et remanẽt. 52. cuius numeri dimidium est. 26. ea adde ad. 54. et surgent. 80.

quę

quæ ſumma eſt uniuerſorum.

SIN quadrupli numeri cōtinue proportionales occurrent: deme primum de poſtremo: et tertiam partem eius reliqui, quod de poſtremo ſupereſt: ad ipſum integrum poſtremum adiunge. et ſumma uniuerſorum habebitur. Veluti in his numeris. 1. 4. 16. 64. ſubtrahe primum a. 64. et. 63. relicta ſunt. quorum pars tertia eſt. 21. ea adde ad ultimum. 64. et exeunt. 85. ſumma omnium. Itidem erit in 2. 8. 32. 128. tolle. 2. ab. 128. et relinquuntur. 126. quorum tertia eſt. 42. quæ addita ad. 128. procreant. 170. ſummam uniuerſorum.

AT VBI numeri quintupli longa ſerie connectuntur: ſi primus a poſtremo dematur: et reliqui de poſtremo relicti pars quarta ad integrū poſtremū addatur: omnium naſcetur ſumma. Vtpote. 1. 5. 25. 125. ſubtrahe. 1. ab 125. et reſtant. 124. quorū quarta eſt. 31. quę addita ad 125. faciunt. 156: quę ſumma capit omnes. Sic in infinitum procedit ordo in multiplicibus: ut ſi progreſſio ſit in ſextuplis: poſt ſubductionem primi ab ultimo factā pars reliqui quinta iungatur ultimo. Si in ſeptuplis: poſt factam primi a poſtremo ſubtractionem, addatur ultimo pars ſexta. Si in octuplis: poſt eiuſmodi ſubductionem pars ſeptima adiungatur: Si in nonuplis: pars octaua Si in decuplis: pars nona. et ſic in infinitū poſt ſubductionē primi ab ultimo factā ea pars reliqui, quę denominatur a numero unitate minore: q̄ proportionis denominatio ſit: addatur ad ipſum ultimum, et omnium ſumma prodibit.

DE PROGRESSIONE autē numerorū ſuperparticularium unius proportionis, dantur etiam regulę. et in

primis hæc de numeris ſeſquialteris. In numeris cõtinue ſeſquialteris ſi primus duplicatus ſubducatur ab ultimo triplicato: id, quod reliquum eſt: ſummam omnium numerorum monſtrabit. Exemplo ſint. 2. 3. $4\frac{1}{2}$. $6\frac{3}{4}$ duplica. 2. et fiũt. 4. Triplica. $6\frac{3}{4}$. et ſurgent. $20\frac{1}{4}$ a quibus ſubtrahe. 4. et reſtant. $16\frac{1}{4}$ ſumma uniuerſorum.

ATIN ſeſquitertijs primus numerus triplicatus ab ultimo quadruplicato demendus eſt: et reliquum indicabit omnium ſummam.

IN ſeſquiquartis primus quadruplicatus a poſtremo quintuplicato ſubducatur. et reliquum monſtrabit ſummam.

IN ſeſquiquintis primus quintuplicatus ab ultimo ſextuplicato dematur. et reliquum ſummam proferet.

IN ſeſquiſextis primus ſextuplicatus a poſtremo ſeptuplicato demptus omnium ſummam relinquet. Et ſic in infinitum, numerus ex multiplicatione primi in proportionis denominationem productus ſubduci debet a numero producto ex multiplicatione poſtremi in numerum uno maiorem: q̃ ſit ipſa denominatio. ita reliquum monſtrabit uniuerſorum ſummam. nec refert a quo numero progreſſio ſumat initium.

SIMILITER ad alias proportionum ſpecies regulę dari poſſunt: ſi cuį obſeruare libet. Verumtamen niſi faciles ſint: multo ſatius erit per additionem, ipſorum numerorum ſummam colligere: q̃ per flexuoſas ambages compendium ſectari. nam quorſum progreſſio: ſi compendium non affert?

De

DE FALSARVM POSITIONVM REGVLIS.

SVPEREST nunc: ut uiam aperiamus: per quã ex fortuitis coniecturis, atque ipsis quidem falsis, et ad quas errores insequuntur: propositæ quæstionis ueritas explicetur. Arabes et Phœnices mercatura celebres, et a quibus Arithmetica profecta primum putatur: artem illam ueritatis inueniendę barbaro uocabulo Cathaym appellant. Latini siue falsarũ positionũ, siue falsarũ cõiecturarũ regulas uocãt. per quas pene uniuersa, quæ ad negociationem attinent: atq; alia pleraque possunt expediri: modo aliqua rei propositæ pars sit certa et cognita. Per eã namque miro compendio reliqua omnia ignorata, quantumcumq; ænigma præ se ferant: continuo inuestigata in notitiam proferuntur. Qua in re dici non potest: q̃ diuinis ingenijs prædíti fuerunt primi huius scientiæ inuentores: quorum solertia factum est: ut quæ pleriscq; in perscrutabilia uidentur: nullo negocio in lucem ueniant.

Porro numerorum quæstiones multæ sæpe occurrunt: in quibus rei ꝓpositę pars aliqua nobis cognita est. sed alia eius pars, quam maxime scire cupimus: a sensu communi longe summouetur. quam ut cum parte nota congruere faciamus: pro arbitrio nostro fingere poterimus eam esse: quæ magis apta uidetur. et cum obseruauerimus, uel q̃ prope coniectura nostra rem attigit: uel q̃ longe a scopo errauit: iterum conijcere licet: ut si priore cõiectu parum profecerimus: saltem secundo propius accedamus. Quæcumq; autem per unicam positionem inueniuntur: ea etiã

per duas expediri possunt. Cęterum e conuerso non idem eueniet. neq; enim quicquid duæ positiones explicant: id unica prestabit. Et quod maxime in his admirandum uidetur. nihil refert: q̃ longe coniectura nos fallat. nam per illos ipsos errores, regulæ mox dandæ nos ad ueritatem perducent. De quibus dicere aggrediemur: et quidem prius de ea, quæ per unicam positionem, id quod quæsitum est: eruit.

REGVLA DE VNIÇA FALSA POSITIONE.

IN NVMERORVM quæstionibus, in quibus pars est cognita: pars est ignorata: frequẽter euenit: ut unica coniectura fortuita, tã et si aberret a uero: id, quod inuestigatur: manifestet. Nam cum obseruamus: quid ipsa coniectura parit: proportionemq; annotamus: quæ est inter id, quod conijcimus: et id, quod ex eo consequitur: ad exemplum illius, inter partem cognitam et partem ignoratam, proportionem alteram procreare licet: dummodo nos adiuuet quatuor proportionalium regula: quæ de tribus notis quartum ignotum proferentibus supra data est. quippe cum tria sint cognita: primũ id, quod conijcimus: secundum id, quod ex eo consequitur: inter quę cadit proportio: tertium, quod de quæstione proposita est cognitum: certe quartum, quod ignoratum est: et tertio respondere debet: nequaq̃ latere potest. Ita unica positio primam proportionem sibi fingit. Ad cuius exemplum regula illa quatuor proportionalium succedens, aliamq; similem

ſimilem proportionem formans, id, quod qꝫſitum eſt: continuo in lucem profert. Exempla rem magis aperient.

VIATOR tot aureos in itinere reperijt: ut eorum pars ſecunda tertiaqꝫ et quarta ſimul additę facerent. 50. Hæſitatur: quænam ſumma reperta erat? Pone quãuis ſummã: quæ partes eas habeat. et uide: an illius ſummę partes denominatæ ſimul additæ faciant. 50. Si faciunt: ea ſumma eſt: quam quæris. Si non faciunt: ulterius inueſtigabis hoc modo. Finge ſummã repertam: quæ partes eas habeat: eſſe. 12. cuius dimidium eſt. 6. tertia pars 4. quarta. 3. quæ omnes ſimul additę faciunt. 13. at tu quæris. 50. Igitur coniectura te longe fefellit. Verumtamen ille ipſe error in uiã te reducet: ſi rem bene conſyderes. Nam ſicut partes ſummæ per coniecturam poſitæ, quę ſimul additæ fiunt. 13. ſe habent ad ipſam ſummam totã: quæ eſt. 12. ſic partes ſummæ repertæ ſimul additæ, quæ ſunt. 50. ad ipſam ſummam repertam, quæ ignoratur: ſe habere debent. Atqꝫ ideo ad regulam de tribus notis negociũ ſic applicabis. Si. 13. quæ partes ſimul additas notant: ueniunt ex. 12. male a te poſitis: cuius ſummę partes illæ erunt: quę collectę complent. 50? Sequens regulam multiplica. 50. per. 12. et ſurgent. 600. ea per. 13. diuide: et prodibunt. $46\frac{2}{13}$. quę ſumma aureorũ reperta erat. cuius dimidiũ eſt. $23\frac{1}{13}$. pars tertia. $15\frac{5}{13}$. pars quarta. $11\frac{7}{13}$. quæ partes ſimul additæ faciunt. 50. Similiter eueniet: quæcumqꝫ alia ſumma q̃. 12. per coniecturam ponatur: modo partes eas habeat. Vides itaqꝫ per adiumentum

mentum regulæ de tribus notis unica coniectura fortuita rem expediri: nec duabus positionibus esse opus.

PER HANC regulam exempla, quæ sequuntur: possunt explicari. quę subijcienda duximus: ut ad ea iuuenes exerceantur.

INVESTIGETVR numerus: in quo. 5. sint $\frac{2}{3}$. Pone numerum: quem uoles: qui partes eas habeat. ueluti. 6. et uide: quantum capiant $\frac{2}{3}$. et inuenies. 4. at tu quæris. 5. Scrutare igitur: si. 4. faciunt $\frac{2}{3}$ de. 6. de quo. 5. complebunt $\frac{2}{3}$? tenta: et inuenies. $7\frac{1}{2}$.

EXQVIRATVR numerus: ex quo, postq̃ pars tertia, pars quarta, et pars quinta subductę sunt: adhuc supererunt. 24. Pone numerum aliquem: qui partes eas hẽat. Veluti. 60. Postea deme partes illas: et uide: quid restabit. et inuenies. 13. Ecce quantum errasti. quę liuisti 24. at inueniſti nisi. 13. Quamobrem sic tecum ratiocinare. Si. 13. post partes subductas supersunt de. 60. de quo numero, post subductas partes: relicta erunt. 24. Tenta per regulam de tribus notis: et inuenies. $110\frac{10}{13}$ numerũ illum esse: cuius pars tertia est. $36\frac{12}{13}$. Quarta. $27\frac{9}{13}$. Quinta. $22\frac{2}{13}$. quæ omnes simul additæ faciunt. $86\frac{10}{13}$. Et si subducantur a. $110\frac{10}{13}$. restabunt. 24.

SI QVIS numerum exquiri iubet: a quo parte secũda, tertia, et quarta subductis: restent. 24. Cõtinuo responde, id fieri nequaq̃ posse. Nam quicumq; numerus sumatur: qui partes eas habeat: semper minor erit: q̃ partium

tium ipſius ſumma coaceruata. quo fiet: ut ne illa quidem ſubduci poſſit: nedum quicq̃ reſtare. Quippe (ut obiter admoneamus) tres ſunt numerorum ſpecies. Vna eſt eorum: quí partium ſuarum ſummam maiorem habent: q̃ ſint illi ipſi. Hí abundantes uocantur. cuiuſmodí numerus eſt. 12. nam huius dimidium eſt. 6. pars tertia. 4. quarta. 3. ſexta. 2. duodecíma. 1. quę partes ſimul addítę redundant in. 16. et corporis ſuí numerum uincunt. Item 24. numerus eſt abundans. nam eius dimídium eſt. 12. pars tertía. 8. quarta. 6. ſexta. 4. octaua. 3. duodecíma 2. uiceſíma quarta. 1. quarum ſumma redundat in. 36.
Altera eorum ſpecies eſt: quí diminuti uocantur. in quíbus ſumma partium ſimul poſita minor eſt: q̃ ſint ipſí. cuíuſmodí numerus eſt. 8. nam eius dimidium eſt. 4. pars quarta. 2. octaua. 1. quarum partium collecta ſumma. 7. minor eſt: q̃ totum corpus. Item. 14. numerus eſt dímínutus. nam dímídium eius eſt. 7. pars ſeptíma. 2. quartadecíma. 1. ſumma omnium. 10. toto corpore minor eſt.
Tertía ſpecies eorum eſt: in quibus partes in ſummã collectæ ſuo corporí ſunt æquales. Hí, quia nec exceſſum nec defectum habent: perfecti uocantur. cuíuſmodí numerus eſt. 6. nam eius dímídiũ eſt. 3. pars tertia. 2. ſexta. 1. quę partes compoſítæ reddunt etíam. 6. Item. 28. numerus eſt perfectus. nam dímídium habet. 14. quartam partem 7. ſeptímam. 4. quartamdecímam. 2. uiceſímam octauam. 1. quæ partes coaceruatæ ſuo toto numerum æqualem faciunt. 28. Hí numeri perfecti, q̃ rarí ſint: uíris bonís aſſímulãtur. Itaq; ut ad rem redeamus: minimus numerus, quí $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ habeat: eſt. 12. huius dímídiũ. 6.

tertia. 4. quarta. 3. partes hę collectæ proferunt. 13. quę a. 12. ſubduci nequeunt. Q; ſi numerus maior partes eaſdem habens ſumatur: partium ſumma maior redũdabit. Ita nunq̃ fiet earũ ſubductio: nedum quicq̃ reſtabit. Quare propoſitis huiuſmodi quęſtionib⁹, continuo, priuſq̃ ad illas reſpondemus: nobiſcum meditemur: an poſſibilia ſuggerant: ne labor irritus fruſtra ſuſcipiatur.

SI. 4. ESSENT. 6. quis numerus eſſet. 10? Priuſq̃ reſpondes, quęre ab interrogante: quid intelligat ſermone tam ambiguo? utrum uelit. 4. creſcere ad. 6. an. 6. minui ad. 4? Etenim ſi. 4. creſcunt ad. 6. eadem ratione 10. ad. 15. creſcent. Nam ſi. 6. in. 10. ducas: creſcẽt. 60. quæ ſi ſeces per. 4. prodeunt. 15. At ſi. 6. ad. 4. minuere uoles: ſic rationem facito. Si. 6. fiant. 4. quid fient. 10? Ducantur. 4. in. 10. et ſurgent. 40. quæ diuide per. 6. et exeunt. $6\frac{2}{3}$. eouſq; minuenda eſſent. 10.

Itidem ſi quis ſic roget. Si $\frac{1}{2}$ de. 5. eſſent. 3. ipſa. 5. cuius numeri eſſent $\frac{1}{4}$. quærendum ante omnia eſt: quid ſibi uelit. Nam ſi dimidium de. 5. quod eſt. $2\frac{1}{2}$. creſcere debet ad. 3. Eadem ratione. 5. per regulam de tribus notis creſcent ad. 6. et erunt $\frac{1}{4}$ de. 24. At ſi. 3. minui debent ad $2\frac{1}{2}$. Eadem ratione. 5. per regulam de tribus notis minui debent ad. $4\frac{1}{6}$. et erunt $\frac{1}{4}$ de. $16\frac{2}{3}$.

SI. 3. ESSENT $\frac{1}{2}$ de. 7. quæ pars. 4. eſſent de. 11? ſi. 3. creſcere debent ad. $3\frac{1}{2}$. ſcrutare: quid ſecundum eam rationem. 4. eſſe debẽt. et per regulam de tribus notis inuenies

tis inuenies ea creſcere ad. $4\frac{1}{3}$. Iam uidendum. $4\frac{1}{3}$. quę pars ſunt de. 11. id quod ſcies: ſi. 11. per. $4\frac{1}{3}$ ſeces. ſic prodibunt. $2\frac{7}{13}$. ea pars. 4. erunt de. 11. Nam ſecundum hoc thema. 11. immota manent. Animaduertere itaq; oportet: quid ſit: quod quęratur: ne reſponſum aberret a quęſito. Porro ſi $\frac{1}{2}$ de. 7. minui deberent ad. 3. conuerſa ratione ſupputandū eſſet, ſicuti in proximis ſupradictū eſt.

EXQVIRANTVR duo numeri: in quibus $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ unius ſint $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ alterius. Accipe aliquem numerum: qui unam ſecundam et unam tertiam habeat. puta. 54. cuius $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ ſint. 45. Poſtea ut ſcias: cuius numeri illa. 45. ſint una quarta et una quinta: per poſitionem unicam inueſtigare licet, hoc modo. Pone quemuis numerū, qui $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ habeat: utpote. 60. Deinde uide quis numerus ſit quarta et quinta illius. et inuenies eū eſſe. 27. At tu quęrebas. 45. Sic igitur per regulā de trib⁹ notis ratiocinare. Si. 27. ſunt quarta et quinta de. 60. quis numerus eſt: cuius quarta et quinta ſunt. 45? Scrutare ſequens regulam: et inuenies eum eſſe. 100. ſic. 54. et. 100. numeri ſunt: quos quærebas. Alia etiam uia, atq; ea quidem compendioſa, id inueſtigari poteſt ad hunc modum. Eæ minutiæ, quæ ad unum numerū utrinq; ſpectant: ſimul addantur: ut ſint unæ minutiæ. quo fiet: ut $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ per additionem collectę, faciant $\frac{5}{6}$. At $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ per additionem iunctæ facient $\frac{9}{20}$.

Deinde hæ minutiæ seorsum coaceruatę, alterę contra alteras annotentur. et uterq; denominator in alterarum numeratorem oblique in crucis formam ducatur: numeriq; producti reponantur iuxta suum uterq; denominatorem: a quo ductus est. Ita ex ea multiplicatione. 54. iuxta $\frac{5}{6}$ habebuntur. et. 100. iuxta $\frac{9}{20}$. qui numeri partes eo modo, quo prescriptum est: communicantes habebunt. Numerus autem, qui ambobus ex obliqua multiplicatione productis inæqualiter communicat: is est: qui ex numeratorum mutuo in se ductu surgit. uidelicet. 45. nam. 45. sunt $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ de. 54. Itemq; . 45. sunt $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ de. 100. Hoc compendium inueniendi numeros: qui partes ad hunc modum inæqualiter commuicantes habeant; ad multos in numeris nodos explicandos plurimum iuuabit: si in promptu habeatur.

$$\frac{1}{2}\ \frac{1}{3} \qquad\qquad \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$$

$$54 \cdot \frac{5}{6} \times \frac{9}{20} \cdot 100$$

MERCATOR argenti libram, quæ de nota atq; indicatura. 8. scrupulorum erat: aureis. 9. emit. quero, si secundum eam rationem uelit de nota. 10. scrupulorum emere libras. 20. quot aureis constabunt? Pone: ut libet: puta constituras aureis. 80. ut singulæ libræ ueneant aureis. 4. Vide quid secundum eam rationem una libra

bra de nota. 8. ſcrupulorum conſtabit. id, quod facies ſic ratiocinando. Si argenti nota de. 10. profert unius libræ precium. 4. quod precium unius librę dabit nota ſcrupulorum. 8. Sequere regulam de tribus notis: et inuenies eã dare. $3\frac{1}{5}$. at tu ſcis eam dare. 9. Quamobrem ſic ſupputabis. Si. $3\frac{1}{5}$ prodeunt ex. 80. quæ coniectura poſuit: de quo prodibunt. 9? Ducãtur. 9. in. 80. et ſurgent. 720. quæ ſi ſeces per. $3\frac{1}{5}$. in numero partitionis prodeũt. 225. tot aureis libræ. 20. de. 10. ſcrupulorum nota conſtabũt: quarum unaquæq; precij erit aureorum. $11\frac{1}{4}$.

QVI ARGENTI libram de. 10. ſcrupulorũ nota, aureis. 11. emit: poſtea libras argenti. 25. de alia nota aureis. 200. mercatus eſt. quæro cuius notæ fuerunt? Quia earum unaquęq; conſtetit aureis. 8. ſic ratiocinabere. Si. 11. aurei reddunt notam. 10. quam notam reddent aurei. 8? Scrutare et inuenies. $7\frac{3}{11}$. Ea nota et indicatura librarum. 25. erat. Hic propter facilitatem nulla poſione fuit opus.

COMPLVRES huiuſmodi quæſtiones, et multæ etiam ex his, quas ſupra libro tertio explicaui mus: per unicã poſitionem, adiuuante regula de tribus notis, ſolui poſſunt.

REGVLA DE DVABVS FALSIS POSITIONIBVS.

IN NVMERAE quæstiones in numeris occurrunt: quæ, tam et si earum pars sit cognita; pars sit ignorata: per unicam coniecturam explicari nequeunt. At hæ per duas positiones statim expedientur. In quibus ante omnia obseruare oportet: q̃ prope utraq; positio uel accedit ad uerum: uel a uero recedit. Item ipsorum errorum differentia magnopere notanda est. Nam per obseruationem approximationis utriusq; positionis ad uerũ, et per differentiam errorum, qui ex his insequũtur: ueritas in lucem ueniet. quæ duobus modis inueniri potest: uidelicet uel per regulas pluris et minoris: uel per differentiarum obseruationem. Itaque de plure et minore quatuor hæc præcepta sunt in primis ediscenda. Primũ. Si utraq; positio plus q̃ uerum conijcit: alterum plus subducere ab altero plure oportet. Secundum. Si utraq; positio minus q̃ uerum affert; alterum minus ab altero minore subtrahendum est. Tertium. Si prior positio plus, posterior minus profert: tum plus et minus in unũ sunt addenda. Quartum. Si prior positio minus, posterior plus coniectat: tũ minus et plus in unum coniungantur. Ita cum his quatuor modis coniectura uarietur. Primus eorum duobus uidelicet siue utraq; cõiectura plus, siue utraq; minus ponat: alterius ab altero subductio fieri debet. At postremis duobus, uidelicet quando prior positio plus posterior minus conijcit: uel e conuerso: pluris et minoris additio necessaria est. Et quo facilius has præceptiones studi-

osi

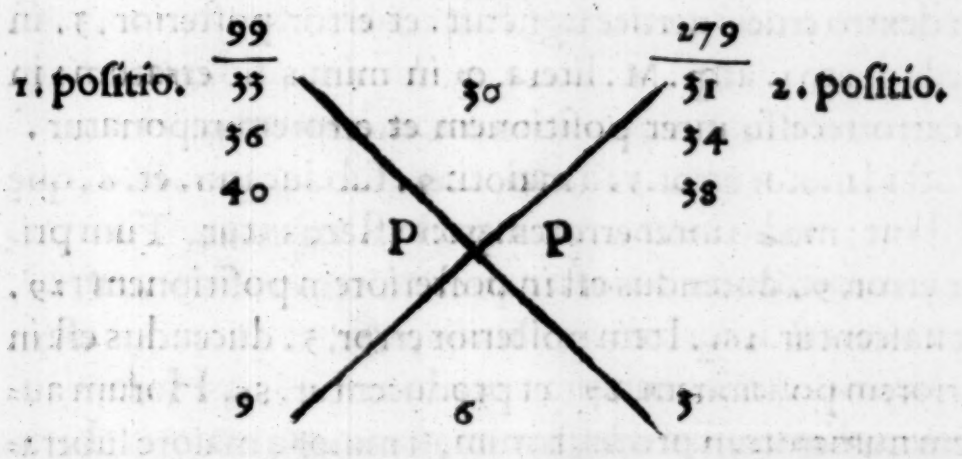
oſi memoria tenerent: MORVS, rogatu noſtro, redegit eas in hoc carmen.

A plure deme pluſculum.
Minus minori ſubtrahe.
Pluri minus coniungito.
Atq; ad minus plus adijce.

HARVM primæ regulæ, in qua utraque poſitio plus affert: ſenſus eſt. Si per priorem poſitionem atq; itē per poſteriorem plus q̄ ueritas exit: tunc alter error plus afferens ab altero plus afferente ſubducendus eſt. et id, quod reſtat, diuiſor totius operationis erit. Poſtea prior error ducendus eſt in poſitionem poſteriorem. Itemq; error poſterior in poſitionem priorem ad formam obliquę crucis. et numerorum ex his duabus multiplicationibus productorum alterius ab altero fit etiam ſubductio. Deinde id, quod reliquum eſt: per errorum differentiam diuiditur. Atq; ita numerus partitionis ueritatem profert. Exemplum prebeamus. Tres mercatores aureos centum lucrifactos ſic diuiſerūt: ut ſecundus tres aureos plures q̄ primus caperet: tertius quatuor plures q̄ ſecundus. Libet inueſtigare: quot aureos quiſq; habuit. In primis magna crux obliqua, formā referens X literæ Græcę, quam uulgus crucem diui Andreæ uocat: in abaco depingenda eſt. Poſt id factum cōiecturas aggrediamur, et ponamus primum mercatorem accepiſſe. 33. aureos. quo fiet, ut ſecundus. 36. tertius. 40. debuerit accipere. quæ ſummæ collectæ faciunt. 109. At tantum. 100. erant diuiſi. ita in 9. errauimus. qui error ex illorum. 33. falſa poſitione, quę nimia erat: natus eſt. Eapropter illam poſitionem. 33. ad

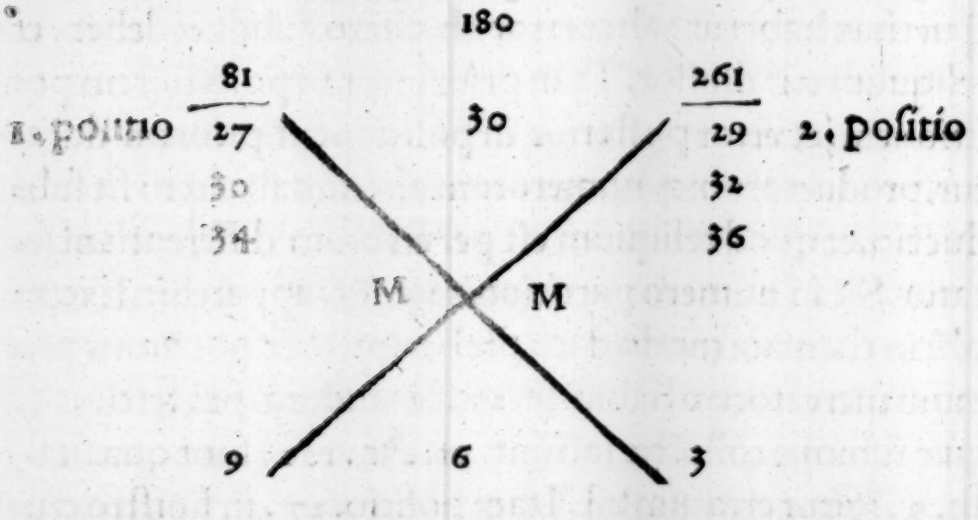
uerticem

uerticem ſiniſtrum depictę crucis ſignemus: errorem uero ex ea inſecutum, qui capit. 9. annotemus ad pedem ipſius crucis ſiniſtrum. Et quia plus q̄ uerum coniectura peperit. P. litera ad ipſum plus ſignificādum, inter ſiniſtrū uerticem et ſiniſtrum pedem in intimo crucis ſinu ſcribatur. Deinde quia priore coniectu parum profecimus: iterum tentantes fingamus primum mercatorem aureos. 31. habuiſſe. Ea ratione ſecundus. 34. tertius. 38. accepit. quorum ſumma collecta profert. 103. At tantū. 100. ſunt diuiſi. Quocirca ſecunda coniectura etiam ipſa plus q̄ uerum attulit: et errauit in. 3. Quare poſitio illa ſecūda de 31. ad uerticem crucis dextrum ſtatuenda eſt: errorq; ex ea inſecutus ad pedem eius dextrum ſubnotetur. et. P. litera ad plus ſignificandum inter dextrum uerticem et pedem dextrum in intimo ſinu ponatur. Deinde minor error. 3. a maiori. 9. ſubducatur. et. 6. quæ reſtabunt: medio ſpacio inter utrumque errorem notanda ſunt. Poſtea prior error. 9. ducatur in ſecundā poſitionem. 31. et enaſcētur. 279. Item ſecundus error. 3. ducatur in priorem poſitionem. 33. et producentur. 99. quarum ſummarum productarum minor. 99. ſubducatur a maiore. 279. et ſupererunt. 180. Ea ſi per errorū differentiam, uidelicet. 6. ſecētur: numerus partitionis proferet. 30. quæ uera ſumma primi erat. Primus namq; 30. ſecundus. 33. tertius 37. habuit. quæ ſummæ coaceruatæ faciunt. 100. ſicut thema propoſuit. Ita demum ueritas per duas falſas poſitiones inuenta medio ſpacio inter crucis uertices, in quibus hæ ſignatæ ſunt: annotanda eſt.



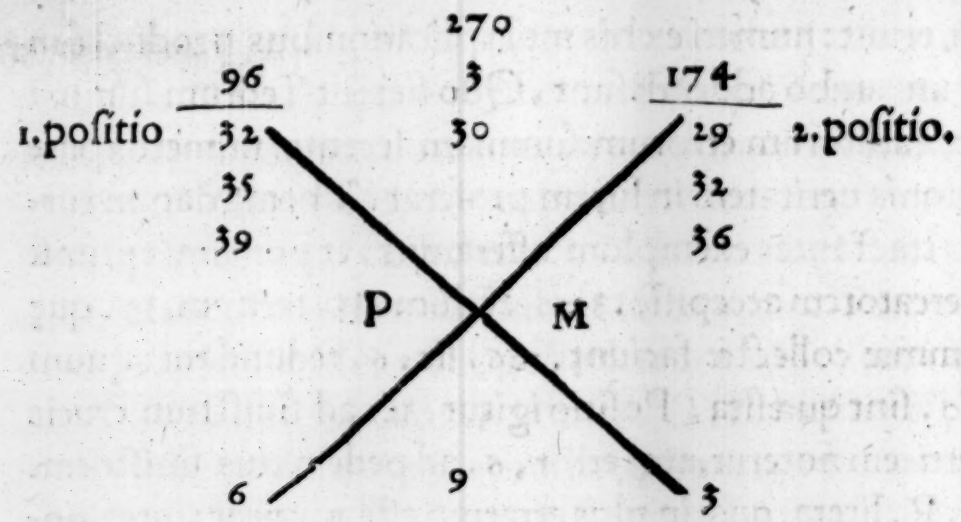
SECVNDAE regulæ, in qua utraque positio minus affert: sensus pene primæ similis, huiusmodi est. Si per priorem positionem, atq; item per posteriorem minus q̄ ueritas habetur: alter error ab altero subduci debet. et reliquum erit diuisor. Tum prior error in posteriorem positionem, et error posterior in positionem priorem ducatur, productorumq; numerorum alterius ab altero fit subductio. et quod reliquum est per errorum differentiam secatur. Sic in numero partitionis ueritas apparebit. Exemplū in themate modo dato prębeamus. et ponamus primum mercatorem habuisse. 27. secundum. 30. tertiū, 34. quæ summæ collectæ faciunt. 91. At. 100. sunt quæsita. In. 9. igitur erratum est. Itaq; positio. 27. in siniſtro crucis uertice: error. 9. in siniſtro pede statuatur. et quia error minus attulit. M. litera, quæ minus indicet: in siniſtrum recessum, inter positionem et errorem, condatur. Iterum deinde coniectura tentemus. et fingamus primum mercatorem accepisse, 29. secundum. 32. tertium. 36. quę uniuersa faciunt, 97. At scopus erat, 100. sic. 3 de nume-

ro deſtinato deſunt. Quocirca ipſa poſterior poſitio. 29. in dextro crucis uertice ſignetur. et error poſterior. 3. in pede dextro. atq; M. litera, ꝙ in minus ſit erratum: in dextro receſſu inter poſitionem et errorem reponatur. Poſt id minor error. 3. a maiori. 9. ſubducatur. et. 6. quę reſtant: medio inter errores ſpacio ſtatuantur. Tum prior error. 9. ducendus eſt in poſteriorem poſitionem. 29. et naſcentur. 261. Item poſterior error. 3. ducendus eſt in priorem poſitionem. 27. et producentur. 81. Horum autem numerorum productorum, ſi minor a maiore ſubtrahatur: relinquentur. 180. quę ſi per errorum differentiam uidelicet. 6. ſecentur: numerus partitionis uerum primi numerum. 30. monſtrabit.

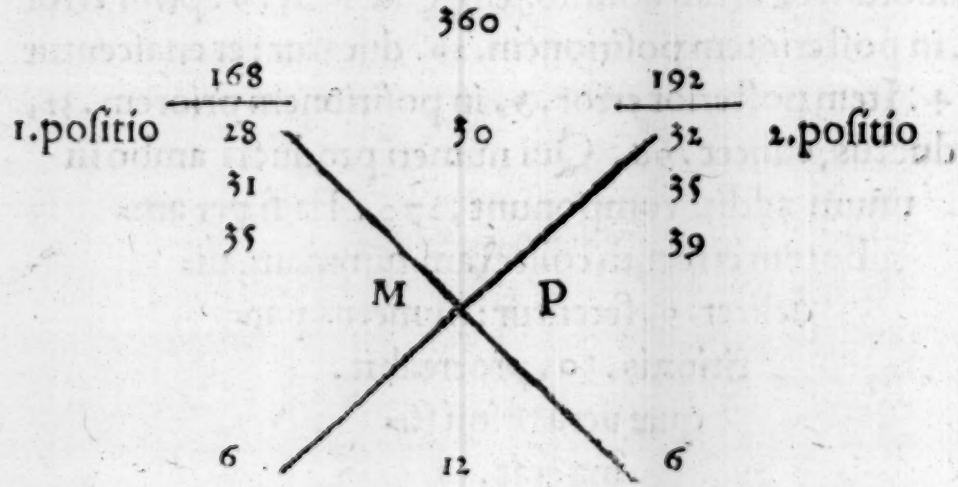


TERTIAE regulæ, in qua prior poſitio plus, poſterior minus affert: hic ſenſus eſt. Si per priorem poſitionē plus, per poſteriorē autē minus, q̄ ueritas inuenitur: alter error ad alterum addi debet: ut amborū ſumma diuiſor fiat. Præterea poſtq̄ prior error in poſitionem poſteriorem, et error poſterior in poſitionem priorem ducti

cti erunt: numeri ex his multiplicationibus producti in unum ambo addendi sunt. Quo fiet: ut si eorum summa per additorum errorum summam secetur: numerus partitionis ueritatem in lucem proferat. Thema datum rursus tractantes exemplum afferamus. et ponamus primū mercatorem accepisse. 32. secūdum. 35. tertium. 39. quę summæ collectæ faciunt. 106. sic. 6. redundant: quum 100. sint quæsita. Positio igitur. 32. ad sinistrum crucis uerticem notetur. atq; error. 6. ad pedem eius sinistrum. et. P. litera, quæ in plus erratum esse moneat: inter positionem et errorem in sinistro crucis sinu scribatur. Et quia coniectura nimium attulit: paulum infra tentemus. fingamusq; primum mercatorem habuisse. 29. secundum 32. tertiū. 36. qui numeri collecti proferunt. 97. atq; ita 3. desunt de numero. 100. destinato. Ea propter ipsa secunda positio. 29. ad dextrum crucis uerticem. error autem. 3. ad pedem eius dextrum signetur. et. M. litera, quæ in minus erratnm esse monstret: in crucis dextro sinu inter positionem et errorem reponatur. Deinde post amborum errorum additionem, quæ facit. 9. prior error 6. in posteriorem positionem. 29. ducatur: et enascentur 174. Item posterior error. 3. in positionem priorem. 32. ductus, educet. 96. Qui numeri producti ambo in unum additi componunt. 270. Ea si per amborum errorum collectam summam, uidelicet. 9. secentur: numerus partitionis. 30. procreabit. quæ uera primi sūma erat.



QVARTAE regulæ, in qua prior positio minus, posterior plus coniectat: idem per omnia sensus, qui tertiæ: est: nisi q̃ prior positio, quę minus affert: atq̃ error ex ea insequutus, sinistram crucis partem tenere debent. Posterior uero positio cum suo errore dextram. Cętera omnia eodem modo, quo in tertia regula factum est: expediantur. Exemplum in themate iam dato spectandũ ante oculos subiecimus: quod quiuis facile sine præeunte explicabit.



DIFFERENTIARVM OBSERVATIO.

PLVRIS et minoris regulis expeditis, differentiarū obſeruationem ab eiſdem præceptionibus pendentē, quæ etiam ipſa per duas falſas poſitiones expeditur: his adiungamus. Et quo magis manifeſtum ſit: quantulum hic explicandi modus ab illo iam dato differt: idem thema ſeruemus. Et fingamus primū mercatorem accepiſſe 35. ſecundum. 38. tertium. 42. quorum ſumma collecta facit. 115. ſic coniectura. 15. plura q̄ opus erat: peperit. Quare poſitio. 35. ad ſiniſtrū crucis uerticem: et error ex ea natus. 15. ad pedem eius ſiniſtrum ſtatuatur. et P. litera, ad plus denotandum: in ſiniſtro ſinu condatur. Et quia coniectura plus iuſto protulit: iterum tentemus. et ponamus primū mercatorem habuiſſe. 31. ſecundū. 34. tertium. 38. qua ratione omnes acceperunt. 103. cum tamen tantū. 100. ſint diuiſi. Ita ſecūda poſitio in. 3. quæ redundāt: errauit. Quocirca ipſa poſitio. 31. ad uerticem crucis dextrum: error. 3. ad pedem eius dextrum. P. litera, ad plus ſignificandum, in dextro ſinu reponatur.

Poſtea poſitionū ipſarum differentia, per minoris a maiore ſubductionem deprehenſa, paulo ſupra medium inter utramq; ſpacium notetur. ea eſt. 4. Atq; itidem errorum differentia, per alterius ab altero ſubductionem inuenta: medio inter eos ſpacio reponatur. ea eſt. 12. Deinde conſyderemus priorem poſitionem. 35. occultum in ſe exceſſum et adhuc ignotum habentem, procreaſſe errorem excedentem in. 15. et ſecundam poſitionem. 31. ex-

ceſſum etiam ignotum habentem: edidiſſe errorem excedentem in.3. Ex quo uidere licet poſitionum differentiam 4. quę inter earum utramq; media eſt: peperiſſe differentiam errorum. 12. quæ media eſt inter utrumq; errorem. Et quoniam prior poſitio ſuperat ſecundam in. 4. eo magis abducit a ueritate per. 12. q̃ ſecunda. At ſecunda poſitio quia minor eſt priore per. 4. eo magis appropinquat ad ueritatem. Nihilominus tamẽ ueritatem excedit in.3. Quare ſi magis fuiſſet imminuta: propius ad ueritatem acceſſiſſet: et minorem aliquanto genuiſſet errorem. Ea propter inueſtigare oportet: ad quem numerum ſecũda poſitio. 31. ſit minuenda: ut nihil erroris pariat. Hoc autem manifeſtũ fiet: ſi conſyderemus tres numeros proportionales nobis eſſe notos. Primus eſt poſitionum errantium differentia: quæ eſt. 4. Secundus, qui ex ea naſcitur: eſt errorum differẽtia. 12. Tertius numerus eſt ſecundus error. 3. ex ſecunda poſitione errante exiens: qui magis ad uerum appropinquat per. 12. q̃ prior error: eoq; ſecunda poſitio minor eſt priore per. 4. Quocirca quæ proportio eſt inter errorũ differentiã. 12. longius a ueritate diſtantem, et errorem ſecundum. 3. propius ad uerũ accedentem, hoc eſt inter ntramq; ſobolem: eadem eſſe debet inter utramq; genitricem, uidelicet inter poſitionũ differentiam. 4. quæ ueritatem intercludens peperit differentiam errorum: et illam ſecundę poſitionis differentiam a uero nos excludentem, et adhuc ignotam, quæ exceſſum in ſecundo errore edidit. Et permutatim. quę proportio eſt inter errorum differentiam. 12. et differentiam poſitionum. 4. quæ eam peperit: eadem inter ſecundum

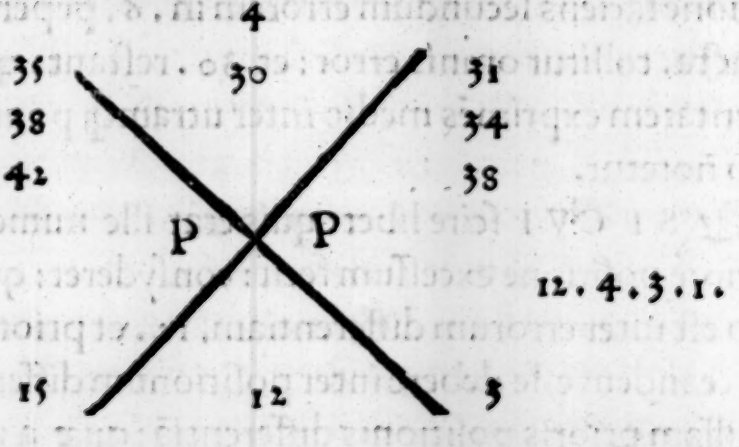
errorem

errorem. 3. et a uero nos excludentem ſecundæ poſitionis differentiam: quæ eum edidit: et adhuc ignota eſt: eſſe debet. Quamobrem regula de tribus notis quartum ignotum proferentibus: rem totam patefaciet. nobis ſic cõſyderãtibus. Si errorum differentia. 12. uenit ex falſarum poſitionũ differentia ueritatem interludente: quæ eſt. 4. de qua falſæ poſitionis differentia ueritatem abſcondente ueniet ſecundus error. 3? Ducantur. 3. in. 4. et ſurgent 12. quæ ſecta per. 12. in numero ſectionis edunt. 1. tantum minui debet ſecunda poſitio. 31. ut ueritas in lucem ueniat. Illa enim unitas erat: quæ exceſſum in ſecũda poſitione faciens ſecundum errorem in. 6. peperit. qua ſubducta. tollitur omnis error: et. 30. reſtant. qui numerus ueritatem exprimẽs medio inter utramq; poſitionem ſpacio notetur.

Qz SI CVI ſcire libet: quis erat ille numerus: qui in priore poſitione exceſſum fecit: conſyderet: quæ proportio eſt inter errorum differentiam. 12. et priorem errorem 15. eandem eſſe debere inter poſitionum differentiam. 4. et illam prioris poſitionis differentiã: quæ a uero nos excludit: et adhuc ignota eſt. Et permutatim. quæ proportio eſt inter errorum differentiam. 12. et poſitionum differentiam. 4. eandem eſſe debere inter priorem errorem 15. et illam prioris poſitionis differentiam a uero nos excludentem et ignotam. quare tractans regulam de tribus notis tertio loco ſtatuat primum errorem. 15. hoc modo. Si differentiã errorum, quæ eſt. 12. uenit ex falſarum poſitionũ differentia: quæ eſt. 4. de qua falſę poſitionis differentia ueritatẽ in priore poſitione occultãte naſcetur er-

ror

ror primus. 15. Ducantur. 4. in. 15. et producentur. 60. quæ secta per. 12. educent. 5. Is excessus in priore positione peperit errorem in. 15. quare si subducatur: restat uerus numerus. 30. Sic sublata redundante differentia, quæ facit excessum: ueritas sola relicta sese offert: siue excessum in secũda positione, siue in priore inuestigare, atq; auferre libet. Atq; ita per duas falsas positiones, quarum utraq; plus iusto conijcit: ueritas eruitur, per obseruationem proportionum: quæ sunt inter differentias errorum, et differentias positionum, adiuuãte regula quatuor proportionalium: quorum tria sunt nota.



AD EVNDEM modum per differentiarum obseruationem res expediatur: etiam si utraq; positio minus q̃ uerũ afferat. Veluti si ponamus primum mercatorem habuisse. 27. secundum. 30. tertium. 34. quæ summæ collectæ faciunt. 91. cũ. 100. sint quæsita. Quare positio. 27. ad siniſtrum crucis uerticem: error. 9. ad siniſtrum pedem. M. litera in medio sinu reponatur. Iterum tentantes, fingamus primum accepisse. 29. secũdum. 32. tertium. 36. quæ simul addita faciunt. 97. sic. 3. de. 100.

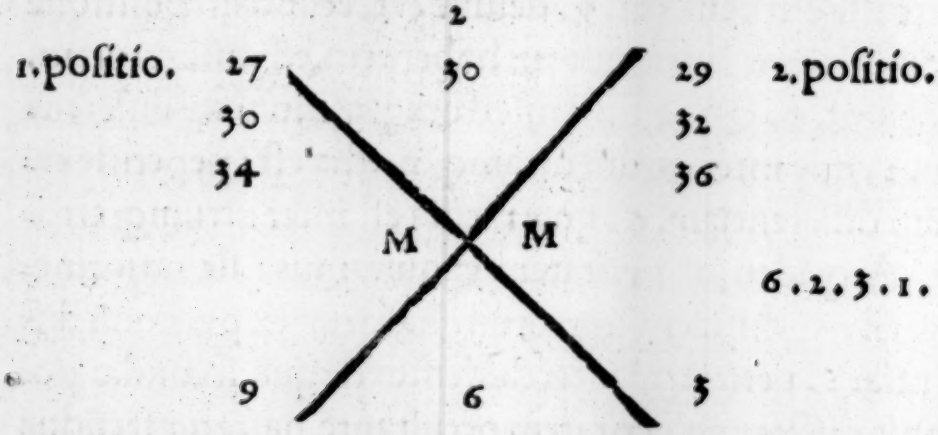
desunt.

deſunt. Quare ea omnia a dextra, ſuo quęq; loco, ſtatuantur: uidelicet poſitio ad uerticem: error ad pedem. M. litera ſinu medio. Deinde quia utraq; cōiectura minus attulit: differentias errorum et poſitionum per ſubductionem capiemus. Poſtea conſyderare oportet priorem poſitionem. 27. defectum adhuc ignotum in ſe habentem, procreaſſe errorem. cui. 9. deſunt. et ſecundam poſitionē 29. defectum etiam ignotum habentem, edidiſſe errorem. cuideſunt. 3. Quo fit manifeſtum poſitionum differentiam. 2. quę inter earum utramq; media eſt: peperiſſe errorum differentiam. 6. quæ media eſt inter utrumq; errorem. Atq; ideo, ut ueritatem exquiramus: ſic ratiocinemur. Si. 6. differentia errorum naſcitur ex poſitonū differentia. 2. ueritatem intercludente: de qua ſecundæ poſitionis differentia ueritatem occultante, naſcetur ſecūdus error. 3? Operare ſecundum regulam quatuor poportionalium: et inuenies eū naſci ex. 1. quod quia ſecūdæ poſitioni defuit: etiam ipſa ſecunda coniectura minus iuſto protulit. Quapropter unitas addita ueritatem exprimit.

AT SI ſcire uoles: quantum priori poſitioni defuit: in regula de tribus notis tertio loco quæſtionē de primo errore ſtatue, hoc modo. Si errorum differentia. 6. uenit a 2. differentia poſitionū: de qua falſæ poſitionis differentia ueritatem in priore poſitione arcente, naſcetur primus error. 9? Regulam ducem ſequens deprehendes illam fuiſſe. 3. Ipſa igitur differentia addita ad primā poſitionem, defectum eius replet.

SIC quando per differentiarum obſeruationem ueritas inquiritur: ſi utraq; poſitio minus affert: id quod uel pri-

mæ coniecturæ uel ſecũdæ deeſſe per regulã de tribus notis deprehenditur: ſuppletur. ſicut, quando utraq; poſitio plus profert: id, quod ſiue in priore cõiectura, ſiue in poſteriore redundantem exceſſum facere per regulam de tribus notis inuenitur: auferendum eſt: ut ueritas exprimatur. ſicuti in proximo ſuperiori exemplo uidere licuit.



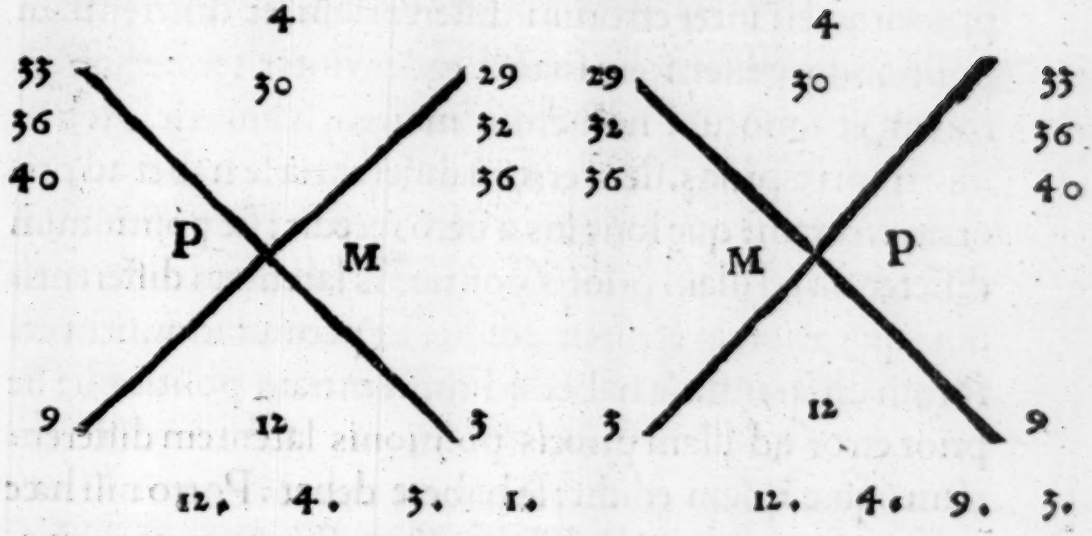
NVNC uideamus: quomodo per differentiarum obſeruationem res expedietur: quando prior poſitio plus, poſterior minus affert. uel e conuerſo. Et in themate iam dato, fingamus primum mercatorem accepiſſe. 33. ſecundum. 36. tertium. 40. Ea in unam ſummam collecta faciunt. 109. ex quo liquet. 9. redundare. Quare a ſiniſtra crucis, poſitio uerticem, error pedem. P. litera, quę plus coniectum eſſe demonſtret: ſinũ occupet. Iterumq; tentantes, ponamus primum mercatorem habuiſſe. 29. ſecundum. 32. tertium. 36. quę per additionem coacerua-ta faciunt. 97. atq; ita. 3. de. 100. deſunt. ea dextrã teneant. M. litera, ad minus indicandum: in ſinu dextro repoſita. Deinde conſyderare oportet prioris poſitionis exceſſum edidiſſe exceſſum prioris erroris: ſecundę autẽ poſitionis

sitionis defectū peperisse defectū erroris secundi. Quocirca hi duo errores, quia alter in plus alter in minus peccat: in unū sunt addendi: et surgēt. 12. quæ errorū cumulatio uenit ex differentia positionum, uidelicet. 4. Nam quia prior positio. 9. plura q̄ oportuit attulit: secunda autem positio per. 4. tantum ab ea differens non solū excessum illum prioris abstulit: sed etiam plus, q̄ iustum erat: auferens, defectum superinduxit: ideo tam ad auferendum prioris positionis excessum, q̄ ad supplendum defectum posterioris, fit ista errorum additio: ut per eam temperamentum inter excessum et defectum inueniatur: Nam ita proportionum ratio in utramuis partem, siue excessus, siue defectus uim suam porrigere potest. Etenim si in dextram ad defectum respicimus. quę proportio est inter amborum errorum cumulationem, et secundum errorem: eadem inter positionum differentiam excessum et defectum cumulantem, et illam differentiam, quæ in secunda positione ueritatem occultat: esse debet. Et permutatim. quæ proportio est inter amborum errorum cumulationem, et positionum differentiam excessum et defectum cumulantem, ex qua nascitur: eadem inter secundum errorem et illam secundæ positionis differentiam uerū abscondentem, ex qua nacitur: esse debet. Atq; ea propter si scire uoles: quis sit numerus: qui in secūda positione defuit: ut iustū suppleret: consyderare oportet, ad hunc modum. Si cumulatio errorum, quę est. 12. nascitur a positionum differentia ueritatem occulente: quæ est. 4. de qua secūdę falsæ positionis differentia uerum abscondente nascetur secūdus error. 3? Multiplica. 3 in. 4. et producentur. 12.

quæ per. 12. ſecta monſtrant. 1. in numero partitionis. Hoc autem additū ad ſecundam poſitionem. 29. qui numerus uno deficitur: ſupplet id, quod defuit. et fiunt. 30. qui numerus uerus primi mercatoris erat.

AT SI ſcire uoles: quantum priori poſitioni redundāti detrahendum erat: ut ſolum exceſſum auferret: et iuſtū numerum relinqueret: proportionum ratio a ſiniſtra cōſyderanda eſt. nam ſicut amborum errorum cumulatio ad priorem errorem ſe habet: ſic poſitionum differentia ad illam differentiam, quæ in priore poſitione ueritatem occultat: ſe habere debet. Et permutatim. ſicut amborū errorum cumulatio ſe habet ad differentiam poſitionum: ex qua naſcitur: ſic prior error ad illam prioris poſitionis differentiam uerum intercludentem, ex qua naſcitur: ſe habere debet. Et ideo in operatione facienda per regulam de tribus notis, tertio loco forma quæſtionem de primo errore: qui plus attulit: perinde quaſi uerſo exemplo, poſitio prior fuiſſet minor: et ſecūda maior, hoc modo. Si. 12. cumulatio errorum naſcitur a poſitionum differentia. 4. ueritatem præcludente: de qua prioris falſę poſitionis differentia ueritatem abſcondente, naſcetur primus error. 9? Ducantur. 4. in 9. et creſcent. 36. quæ ſecta per. 12. in numero partitionis edunt. 3. is exceſſus erat: qui primam poſitionē. 33. errare fecit. Quocirca dempto illo exceſſu, ſuperſunt. 30. qui uerus erat primi mercatoris numerus. Itaq; quando altera poſitio plus, altera minus affert: ſi per regulam de tribus notis exquiris numerum: qui exceſſum in poſitione fecit: is inuentus ſubducēdus eſt. At ſi numerum inquiris: qui poſitioni defuit: is compertus

ad eam eſt addendus: ut ueritas appareat.



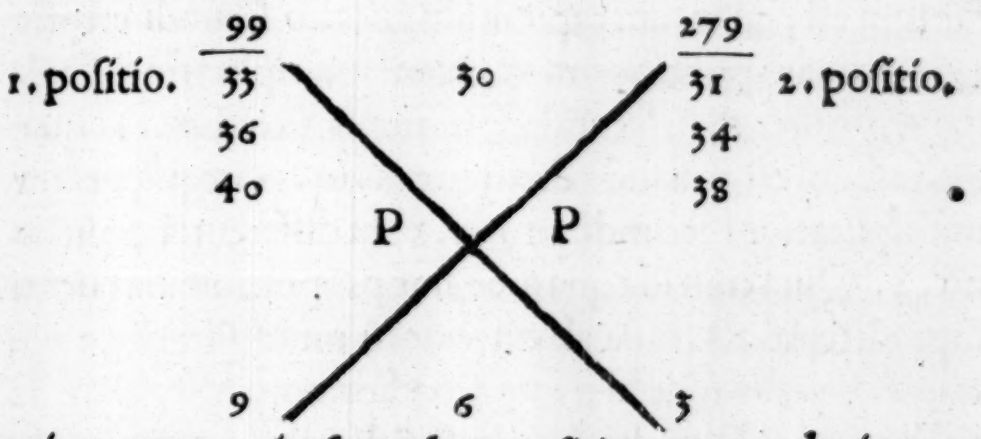
SI QVISPIAM ſcire cupit: quando per differentiarum obſeruationem res expeditur: cur ſiue utraq; poſitio plus, ſiue utraq; minus affert: alterius poſitionis ab altera, atq; alterius erroris ab altero fit ſubductio? Animaduertere debet ad ea: quæ dicta ſunt: nempe q̃ diſtãtia a ueritate, uel appropinquatio ad ueritatem, per differentiam alterius poſitionis ab altera, atq; alterius erroris ab altero deprehenditur. ipſa autem numerorũ differentia per ſubductionem inuenitur. Ex proportione autem illarum differentiarum, quæ mediæ ſunt inter errores et poſitiones: ueritas inueſtigata per regulam de tribus noris in lucem uenit: ſiue in dextram partem, ſiue in ſiniſtrã reſpicias. Nam ſi in dextram. quæ proportio eſt inter errorum differentiam et ſecundum errorem: qui magis ad ueritatem appropinquat: eadem inter poſitionum differentiam, quæ differentiam errorum peperit: et illum ſecũdæ poſitionis numerum, qui ueritatem adhuc abſcõdens

ſecundum errorem edidit: eſſe debet. Et permutatim, quę proportio eſt inter errorum differentiam, et differentiam poſitionum genetricem ſuam: eadem inter ſecundum errorem, et ignotum numerum matrem ſuam erit. At ſi in ſiniſtram reſpicias, ſicut errorū differentia ſe habet ad priorem errorem: quę longius a uero recedit: ſic poſitionum differentia ad illam prioris poſitionis latentem differentiam: quę priorem errorem edidit. Et permutatim, ſicut errorum differentia ſe habet ad differentiam poſitionū: ſic prior error ad illam prioris poſitionis latentem differentiam: quæ ipſam edidit: ſe habere debet. Porro niſi hæc proportionum ratio in differentijs poſitionum atq; errorum ineſſet: nulla unq̃ quęſtio per regulas falſarū poſitionum ſolui quouiſmodo poſſet. Succedens autem illa quatuor proportionalium regula, quæ quartum numerū ignotum latere non ſinit: per tres numeros notos ſtatim eum profert: et rem totam explicat.

AT SI ſcire uoles: cur in regulis pluris et minoris ſiue utraq; poſitio plus, ſiue utraq; min⁹ affert: prior error ducitur in ſecundam poſitionem: et ſecundus error in poſitionem priorem: poſteaq; alterius producti ab altero, et alterius erroris ab altero fit ſubductio. Ratio huius rei pendet partim ab his: quæ de differentiarū proportione dicta ſunt: partim a prima et ſecunda regula EVCLIDIS libro ſecundo. quas q̃q̃ ille de lineis poſuit: quia tamen in numeris etiam ueræ ſunt: nos de numeris eas demus, ad hunc modum. Si fuerint duo numeri: quorū unus in quotlibet partes diuidatur: illud, quod ex ductu alterius in alterum fiet: æquum erit his: quæ ex

ductu

ductu numeri indiuiſi in unamquãq; partem numeri par-
ticulatim diuiſi producentur. Itẽ ſi fuerit numerus in par-
tes diuiſus: illud, quod ex ductu totius in ſe ipſum fit:
æquũ erit his: quę producentur ex ductu eiuſdem in om-
nes ſuas partes. Ita quando prior error in ſecundam po-
ſitionem ducitur: perinde eſt: quaſi differẽtia errorum et
ſecundus error, qui numeri ſunt partes primi erroris: du-
cantur in eandem ſecundam poſitionem. Veluti in primo
exemplo de regulis pluris et minoris dato: ubi utraq; po-
ſitio plus affert: 180



prior error. 9. in ſecundam poſitionem. 31. ducitur: et
procreantur. 279. ſic ſi errorum differentia. 6. ſeorſum in
31. ducatur: naſcentur. 186. et ſi. 3. ſecũdus error in. 31.
ducatur: fient. 93. qui numeri producti ambo ſimul ad-
diti faciunt. 279. Similiter cum differentia poſitionũ. 2.
et ſecũda poſitio. 31. partes ſint primæ poſitionis. 33. du-
centes ſecundum errorem. 3. in primam poſitionem. 33.
producemus. 99. qui numerus ꝓductus æqualis eſt nu-
mero producendo: ſi ipſe ſecundus error. 3. ſeorſum in
poſitionum differentiam. 2. et poſtea in. 31. ducatur. ſic
quoq; ſurgent. 99. Itaq; cum inter differentiam errorum

et

et ſecundum errorem ea ſit proportio: quæ eſt inter differentiam poſitionū et exceſſum in ſecunda poſitione: quãdo multiplicamus differentiam errorum, 6. in ſecundam poſitionem. 31. facimus. 186. et ducimus eam non ſolum in totum uerum numerū. 30. ſed etiam in exceſſum: qui ueritatem abſcondit: uidelicet. 1. Et cum multiplicamus ſecundum errorem, 3. in ſecundam poſitionem, 31. facimus. 93. quę addita ad. 186. creant. 279. Horum autem utrumq; tacite fecimus ducentes primū errorem in ſecundam poſitionem. Ita. 99. ſupra uerum addidimus. quod tantum eſt: quantum capit multiplicatio ſecundi erroris 3. in primam poſitionem. 33. Nam multiplicatio differẽtiæ errorum, 6. in ſecundæ poſitionis exceſſum, 1. quæ tacite facta eſt: quando duximus. 6. in. 31. æquiparatur multiplicationi ſecundi erroris. 3. in differentiã poſitionū. 2. Quia cum illa quatuor ſint proportionalia: ſicuti ſupradictum eſt, quæ ab extremorū multiplicatione ueniunt: equalia ſunt his: quę a mediorum. per regulam de tribus notis. Et multiplicatio ſecũdi erroris. 3. in ſecundam poſitionem, 31. quæ tacite facta eſt: quando duximus primum errorem in ſecundam poſitionem: facit. 93. ſic. 99. ſupra ueritatem ſunt adiecta. Quare ſubductio numeri per multiplicationem ſecundi erroris in primam poſitionem producti, qui etiam eſt. 99. exceſſum omnem a ueritate aufert: et numerum uerū uelut in turba latitantem relinquit, ſed quis ſit: adhuc ignoramus. Diuiſio autem facta per errorū differentiam. 6. quiſnam ſit: oſtendit: uidelicet. 30. Nam quando aliquis numerus ex duorum multiplicatione producitur: eius diuiſio per alterum

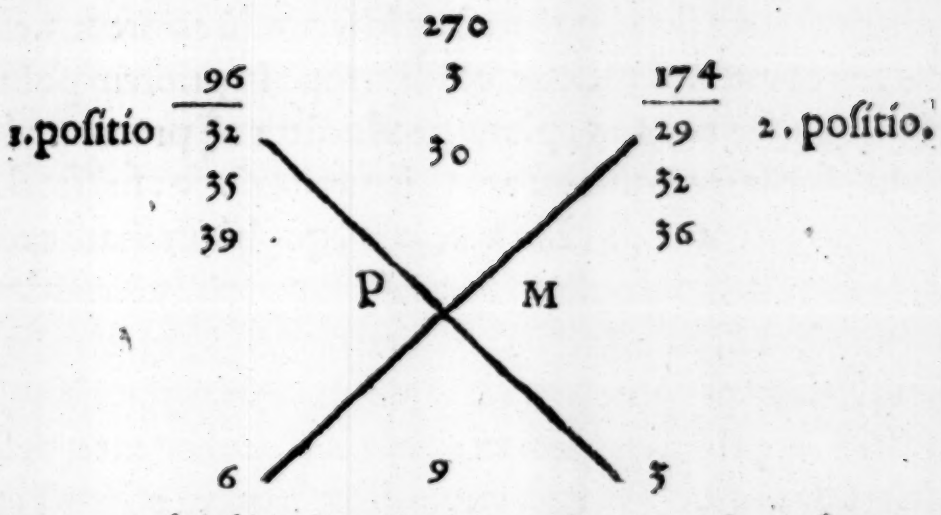
facta

facta profert alterum in numero sectionis. Eadem ratione subductio alterius producti ab altero, et alterius erroris ab altero fiet: quando utraq; positio minus afferet.

QVOD si scire desyderas: quando per differentiarũ obseruationem res expeditur: cur errorum fit additio: siue prior positio plus, posterior minus affert: siue e conuerso. Ratio illa est: quam cum exempla daremus: attigimus. uidelicet ꝙ si contingat priori positioni aliquid supersse, secundæ aliquid deesse: differentia positionum non solum excessum prioris positionis aufert: sed etiã defectum in secũda inducit. Vel si eueniat priorem positionem defectum afferre: secundam excessum: tum differentia positionum non solum id, quod priori positioni deest: supplet: sed plus iusto aggregans excessum in secũda positione parit. Quocirca ad inueniendum temperamentum inter excessum et defectum, prior error ex priore positione ueniens et posterior exiens ex posteriore, in unum coniũgũtur: quæ errorum cumulatio inter duos errores media, in utramuis partem siue excessus siue defectus comparari potest. Nam si ad defectum respicimus. Sicut errorũ cumulatio a differentia positionum defectũ et excessum accumulãte nascens se habet ad illum errorem: qui nascitur ex defectu: sic positionum differentia, ad illam falsæ positionis latentem differentiam: quæ defectũ edidit. Et permutatim. sicut errorum cumulatio se habet ad differentiã positionum: sic error defectum patiens ad illam differentiam, quæ defectum attulit: se habere debet. At si in alteram partem, ad excessum respicimus. Sicut errorũ cumulatio se habet ad errorem: qui natus est ab excessu: sic dif-

ferentia positionum ad illam falsę positionis latentem differentiam: quæ peperit excessum. Et permutatim. sicut errorum cumulatio se habet ad differentiam positionum: sic error ab excessu ad illam differentiã, quę excessum protulit: se habere debet. Atq; ideo regula de tribus notis facile quartã illam ignotam siue excessus siue defectus differentiam, quæ uerũ occultat: manifestabit. Ea uero cognita si excessum affert: subducenda est. si defectum: addenda: ut uerus numerus exeat.

PORRO si scire uoles: cur in regulis pluris et minoris, siue prior positio plus, posterior minus affert: siue e conuerso: semper prior error ducitur in secundam positionem: et secundus error in positionem priorem: posteaq; alterius producti ad alterum fit additio: et amborũ summa per summam errorum diuiditur: ut ueritas exeat? Ratio tota huius rei pendet, partim ab his: quæ de ratione proportionũ modo sunt dicta: sine quibus huiusmodi quęstiones per falsarum positionum regulas explicari nequeunt: partim a prędictis EVCLIDIS regulis prima uidelicet et secunda, libro secundo. Et ut in exemplo uersãtibus res magis eluceat: repetam⁹ illud: quod in tertia pluris et minoris regula supra datum est: in quo prior positio plus posterior minus affert. ubi prior error. 6. ductus in secundam positionem. 29. profert. 174. secũdus autem error. 3. ductus in positionem priorem. 32. producit. 96. qui numeri producti ambo coniuncti faciunt. 270. quæ secta per. 9. proferunt. 30.



HIC multiplicatio prioris erroris. 6. in ſecundam poſitionem. 29. quę procreat. 174. perinde eſt: ac ſi ipſe prior error duceretur in ueritatem. 30. et fierent. 180. præterq; ꝙ tot unitates multiplicationi prioris erroris in ſecundā poſitionem, deſunt ad æquādam eam ueritati: quot multiplicatio prioris erroris in id, quod ueritati in ſecūdæ poſitione defuit: addere poteſt. Quocirca quia. 1. defuit ſecundę poſitioni: quod ductum in. 6. crearet. 6. ideo numerus productus ex multiplicatione prioris erroris in ſecundā poſitionem. 174. per. 6. differt a numero: qui produceretur ex multiplicatione prioris erroris in ueritatem. qui eſſet. 180. qui numerus per. 6. ſuperat. 174. Similiter multiplicatio ſecūdi erroris. 3. in priorem poſitionem. 32. quę facit. 96. perinde eſt: acſi ipſe ſecūdus error. 3. duceretur in ueritatē 30. et procrearentur. 90. niſi ꝙ multiplicatio ſecundi erroris in priorem poſitionem, per tot unitates ſuperat multiplicationem ſecūdi erroris in ueritatem: quot multiplicatio ſecundi erroris in id, quod in priore poſitione ueritatem excedit: producere poteſt. Quare cū in priore poſitione exceſſus

ſupra ueritatem ſit. 2. qui ductus in ſecundū errorem. 3. creat. 6. ex ea multiplicatione ſecūdi erroris in priorem poſitionem, quę facit. 96. 6. plura producūtur: q̄ procreari deberent: ſi ipſe ſecundus error. 3. in ueritatē. 30. fuiſſet ductus: et crearentur. 90. Illa autem. 6. quę hic ueritatē excedunt: in priore multiplicatione prioris erroris in ſecundam poſitionē, ueritati defuerūt. Et ita defectus ab exceſſu ſupplebitur. Nam quę proportio eſt inter exceſſum prioris poſitionis. 2. et priorē errorem ex eo natū. 6. eadem inter defectū ſecūdę poſitionis. 1. et ſecundū errorem ex eo natū. 3. omnino erit. Et permutatim. quę ꝓportio eſt inter exceſſū prioris poſitionis. 2. et defectū ſecundę poſitionis. 1. eadē erit inter priorē etrorem. 6. et ſecundū errorem. 3. Quare cū ſint. 4. numeri proportionales: quę ab extremorū multiplicatione producuntur: æqualia ſunt his: quæ a mediorū. tantū enim faciunt bis tria: quantū ſemel ſex. Quamobrem ſi ambo numeri ex obliqua errorū in poſitiones multiplicatione producti cōiungantur: alter alterius uitiū ſemper corriget. Atq; is, cui deeſt: alterius exhauriet exceſſū. et is, cui ſupereſt: alterius ſupplebit defectum. Qua ratione res ad ęqualitatē reducetur. et fient. 270. Idem autem numerus ſimiliter etiā producetur: ſi uterq; errorū ſeorſum in ueritatē 30. ducatur. Nam. 6. in. 30. ducta creāt. 180. et. 3. in. 30. ducta componūt. 90. quę ſimul addita faciunt etiam. 270. Quamobrem cum ſumma productorū ex obliqua errorū in poſitiones multiplicatione, ſit ęqualis ſummę productorū ex utriuſq; ſeorſum erroris in ueritatem ductu: Eaq; multiplicatio utriuſq; ſeorſum erroris in ueritatem, ęqualis ſit amborum errorum ſimul additorum ſummę in ueritatem ductæ,

ctæ, per prędictam EVCLIDIS primã regulam ſecundí: Neceſſe eſt: ſi ípſa errorum ſumma cumulata, quæ eſt 9. ſummam productorum ex oblíqua errorũ ín poſitiones multiplicatione, uidelicet. 270. diuidat: ípſa ueritas. 30. ín numero ſectionis ín lucem prodeat. Nam quãdo numerus alíquis ex duorũ multiplicatione ꝓducitur: ídemq; per eorũ alterũ díuiditur: ín numero partitionis alter apparebit.

EXPEDITIS falſarum poſitionum regulís: quo magís ſtudioſí ín eís exerceantur: queſtiones aliquot, quę per eas ſolui poſſunt: híc ſubíjciemus.

SOCII tres habuerunt communes aureos. 44. quorum ſecundus bís tantum, quantũ primus, atq; eo amplíus aureas. 4. contulit. tertius quantum ambo reliquí, atq; eo amplíus aureos. 6. quęro: quantum ab unoquoq; collatum eſt? Experire per datas regulas. et comperies primum contuliſſe aureos. 5. ſecundum. 14. tertium. 25.

TRES panni telę aureís. 250. ſunt emptę. quarum ſecunda bís tanti, quanti prima conſtitit: atq; eo pluris aureís. 10. tertia bis tanti, quanti aliæ duæ, atq; eo pluris aureo uno. quęro: quanti tela quæq; conſtitit? Tenta per datas regulas. et ínuenies primam aureís. $24\frac{1}{3}$ emptã eſſe: ſecundam aureís. $58\frac{2}{3}$. tertiam aureís. 167.

OBSONATOR quíſpiam emit in cœnã domíni gallínas. 3. perdices. 4. phaſianos. 5. nũmis. 86. perdíx quíſq; nummís. 3. pluris, q̃ gallína cõſtitit. phaſianus quíſq; nummís. 7. pluris, q̃ perdíx. quæro: quanti quæq; auis empta eſt? Tentans per datas regulas comperies gallínam quamq; nummis. 2. perdícem quemq; nummis. 5.

phaſianum quemq; nummis . 12 . conſtitiſſe.

CVBITI . 6 . panni rubri, et . 4 . panni uiridis ualent aureos . 36 . Eodem precio cubiti . 9 . pāni rubri, et . 7 . panni uiridis ualent aureos , 57 . quæro : quanti cubitus quiſq; utriuſq; panni conſtitit ? Pone quo precio libet . 6 . cubitos panni rubri et . 4 . panni uiridis fuiſſe emptos : dūmodo de ambobus coloribus omnium cubitorū precium . 36 . efficiat. Deinde uide ſi . 9 . cubiti panni rubri et . 7 . panni uiridis eodem precio emantur : quantum uel deerit, uel ſupererit de . 57 . et errore notato, iterū ad eundum modum ponens perge. Ita deprehēdes per datas regulas pāni rubri cubitum aureos . 4 . ualere : cubitum autem uiridis aureos . 3 .

GALLINAE . 3 . perdices . 4 . phaſiani . 5 . ualent nūmis . 72 . Eodem precio gallinæ . 3 . perdices . 5 . et phaſiani . 7 . ualent nummis . $94\frac{2}{3}$. quęro : quanti conſtitit unaquæq; auis ? regulas duces ſequens comperies gallinam emptam eſſe nummo . $1\frac{1}{3}$ perdicem nūmis . $5\frac{1}{3}$. phaſianum nummis . $9\frac{1}{3}$.

MINISTER cui, tradita a domino nūmorū ſumma, mādatū erat : ut quendā tritici modiorū numerū emeret : in mercatū profectus ſingulos tritici modios denis nūmis licetur. qua ratione de ſumma accepta nūmos . 40 . ſibi ſuperfuturos deprehendit . At tritici uēditor duodenis nūmis ſingulos modios indicat . quod preciū miniſter ſoluere recuſat : q; ea ratione comperit ſibi defuturos nūmos . 40 . quęritur : quis erat modiorū numerus ; quem emi dominus iuſſit ? et quis nūmorū numerus ad id traditus erat ? Si modiorū numerus eſſet cognitus : ſimul etiam nūmorū numerus

rus ſciretur. Ideo ut exquiras: quot modij tritici fuerunt: inueſtigādus eſt numerus, qui in. 10. ductus additis. 40. tantum producat: quantum in. 12. multiplicatus, ſubductis. 40. Is inuentus modiorum numerum monſtrabit. quem ut exquiras: pone fuiſſe modios, 36. quorum ſi ſinguli conſtarent nummis denis: fierent. 360. his adde nūmos. 40. qui ſupereſſent: et ſurgent. 400. p ſumma miniſtro data. Poſtea uideamus: an uenditoris indicatura cum his quadret, Is in ſingulos modios nummos 12. poſcit, qua ratione modij. 36. conſtarent nummis 432. a quibus ſi. 40. ſubducantur: qui ad precium illud explendum defuerūt: reſtabūt. 392. ſic. 8. deſunt: ut fiāt 400. pro ſumma miniſtro data. Atq; ita poſitio modiorum. 36. defectum in. 8. profert. Quare iterum ponamus fuiſſe modios, 38. quorum ſi ſinguli denis cōſtarent nummis: fierent. 380. quibus addamus. 40. quæ ſupereſſent. et fient. 420. pro ſumma miniſtro data. Deinde uideamus: an uenditoris indicatura de. 12. nūmis in ſingulos modios. 38. quadret: nam ſic fierent nummi. 456. a quibus ſi. 40. pro his, qui ad explendum precium defuerunt: ſubducas: relinquentur. 416. Ita deſunt. 4. ut fiant. 420. pro ſumma miniſtro data. Sic utraq; poſitio et de. 36. et de. 38. falſa eſt. Ex quibus ſi ueritatem per regulas ſupra datas inueſtigare libet: inuenies modiorum numerum: quem dominus emi uoluit: eſſe. 40. et nummorum numerum miniſtro datum. 440. in quibus numeris emptoris licitatio cum uenditoris indicatura quadrabit.

ALIO modo per compendium quęſtio hæc, atq; aliæ huiuſmodi

huiuſmodi ſolui poſſunt: ut numerum, qui ſuperfuiſſet: et numerum, qui defuiſſet: in unam ſummam addas. Deinde precium licitantis miniſtri, quod minus eſt: a precio maiore uenditoris indicantis ſubducito. et per preciorum differentiam: quæ reſtat: illam ſummam nummorũ, qui ſuperfuiſſent: et qui defuiſſent: diuide. ſic in numero ſectionis exibit modiorum numerus: qui cętera omnia aperiet. id, quod in ſequenti queſtione licebit etiam uidere.

OPERARII a patrefamilias ad putandam uineam in unum diem conducti mercedem operarum petũt, ſinguli nũmos quinos. ille cauſatus ante ueſperã ab opere eos ceſſaſſe, ſolum ternos offert: quibus ſi contenti eſſent: excuſſis loculis, deprehendit ſibi ſuperfuturos nũmos. 7. At ſi quini ſoluẽdi eſſent: defuturos. 13. libet inueſtigare: quot operarios habuit: et quot nummos? Vt nodũ hũc atq; huiuſmodi, per compendium ſoluas: addere oportet nummos. 7. qui ſuperfuiſſent: ad nummos. 13. qui defuiſſent. et ſurgent. 20. qui numerus ſecandus eſt. Deinde ſubducere oportet mercedem minorem oblatam a maiore flagitata, uidelicet. 3. a. 5. et reſtabunt. 2. qui numerus diuiſor erit. Ita. 20. per. 2. ſecta in numero partitionis decem proferent. Tot operarij uineam putarunt. Nummorum enim numerus, qui ſuperfuiſſet: ad numerũ additus, qui defuiſſet: diuidendus eſt per mercedis petitę et oblatæ differentiam: ut numerus ſectionis monſtret: quot mercedem petunt. Poſtea facile ſcitu eſt: quot nummos paterfamilias habuit. Nam mercedis oblatæ numerus in numerum operariorum ductus id aperiet. Itaq;. 3. in. 10. ducta procreabunt. 30. quibus ſi. 7. addas: prodeunt

debũt. 37. is nummorum numerus patrifamilias in loculis erat. Præterea si operarius quisq; .5. in mercedem exegisset: operarij decem necesse est habuissent. 50. a quibus si .13. qui defuerunt: subducas: supererunt. 37.

POTES etiã rem explicare: si per falsas positiones numerũ exquiras: qui in .3. multiplicatus, additis .7. tantum producat: quantum si in .5. ducatur, subductis .13. Is inuentus operariorum numerum indicabit: qui cætera omnia aperiet.

DVO AVREOS habentes, æqualem quisq; numerum, ad emendum pannum in mercatum uadunt. Alter .13. panni cubitos emit: cui superfuerunt aurei, $15\frac{1}{2}$. Alter eodem precio panni cubitos emit .20. cui defuerũt aurei .28. in quibus remansit debitor. quęro, quanti constitit panni cubitus quisq;: et quantũ eorum uterq; in crumena habuit? Potes per coniecturas falsas rem explicare: si numerum per eas inuestiges: qui in .13. ductus additis 15. tantum producat: quantũ in .20. multiplicatus, subductis .28. Vel si mauis: per compendium supra datum rem aggredi licet. et utroq; modo deprehendes unius cubiti precium fuisse. $6\frac{1}{7}$. utrumq; autem seorsum in crumena habuisse aureos. $94\frac{6}{7}$.

MERCATOR panni linei telam emptura, ratione facta, comperit: si singulos cubitos nũmis.8. emat: sibi superfuturos nummos .50. At si .10. nummis cubiti

singuli constent: defuturos nummos. 80. quæro, quot cubitos tela capiebat? et quantum illi in loculis erat? Si per falsas positiones rem tentas: per eas inuestigandus est numerus: qui in octo ductus, additis quinquaginta tantum Producat: quantum in decem multiplicatus, subductis octoginta. Qua ratione inuenies telam cubitos sexaginta quinq; longam fuisse: nummosq; in loculis eum habuisse. 570. potes etiam per compendium datum continuo rem explicare.

DVO MERCATORES nauem lanis onerandam conducunt. Alter in eam saccos lanæ septem, alter lanæ saccos. 11. imposuit. eorũ uterq; seorsum pro se saccum unum magistro nauis traditum uendi, deq; precio nãulum solui, et si quid supereſſet: reddi mãdauit. Quod cum expleta nauigatione, factum esset: magister nauis ei, qui septem saccos imposuerat: aureos quinquaginta reddidit. ei uero, qui. 11. saccos: aureos. 20. quæritur: quãtum cuiusq; sacci naulum erat? et quanti magister nauis traditum saccum uendidit? Per positiones inuestigandus est numerus: qui in. 7. multiplicatus, additis quinquaginta tantum producat: quantum in. 11. ductus, additis 20. qui cum inuentus fuerit: monstrabit sacci cuiusq; naulum fuisse aureos. $7\frac{1}{2}$. saccum autem illum magistro nauis traditum, aureis. $102\frac{1}{2}$ uenditum fuisse.

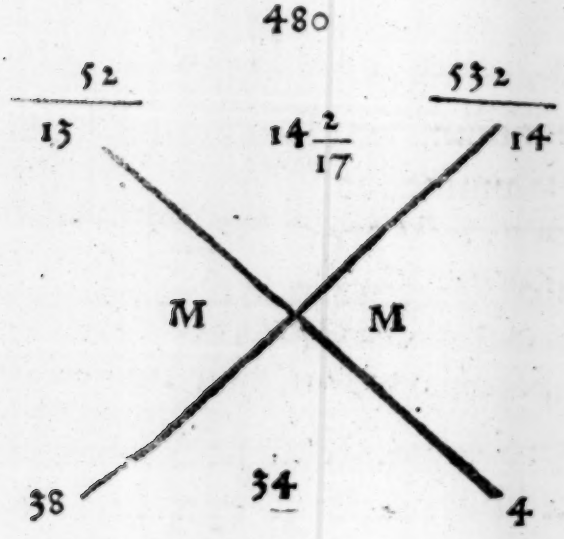
QVI SACCARI libras sex emerat: interrogatus de unius libræ precio, respondit. quanti libræ sex

pluris

pluris decem nummis constiterunt: tanti libræ. 10. pluris 20. nummis sunt emptæ. Quæritur: quodnam precium est unius libræ? Ad hanc quæstionem explicandam, per positiones inquirendus est numerus: qui in sex multiplicatus tantum supra decem producat: quantum in decem ductus supra. 20. proferret. Is autem inuentus unius libræ precium indicabit. $2\frac{1}{2}$. Vel si mauis: ad huius generis ænigmata soluēda, compendiū sequi licet ad hunc modum. Minimum numerum a medio subducere oportet: et quatuor restabunt. qui numerus diuisor erit. Deinde medium numerum a maximo subtrahere est opus. et decem remanebunt. Ea per diuisorem secta librā unam nūmis. $2\frac{1}{2}$ esse uenditam, in numero partitionis monstrabunt. In tribus namq; his numeris. 6. 10. 20. duæ sunt differentiæ, siue duo excessus: quorum minor in hoc quæsito maiorem secare debet. Postq; autem habes unius libræ precium: responsi ænigma in lucem uenit. Nam si libræ sex in unius libræ precium ducas: procreantur nūmi. 15. Atq; iterū si libras decem per unius libræ precium multiplices: surgent nummi. 25. Ita numerus hic. 5. æqualiter superat et. 10. nummos et. 20.

ARCHITECTVS qui intra. 30. dies ædes reficiendas suscepit: cum earum domino uehementer urgente, ut operi instaret: pepigit: ut in singulos dies, quibus operaretur: mercedē acciperet nūmos. 18. at si quos dies cessaret: pro singulis redderet domino nummos. 16. Is tot diebus ædibus reficiendis operam dedit: et tot die-

bus ceſſauit: ut facta ratione nihil ei reſtaret. quæro quot diebus operatus eſt: et quot diebus ceſſauit? Pactũ bene conſyderans cõperies de. 30. partes. 2. exquirendas eſſe: quarum altera ducta in. 18. tantum producat: quantum altera in. 16. id, quod per poſitiones fortuitas facile inueſtigabis: ſi ſub. 30. numerum dierum, quibus operatus eſt: conijcias: eumq; in. 18. ducas: deinde reliquam partem de. 30. multiplices in. 16. pro ceſſationis diebus. Poſtea uide: uter numerus productus altero maior erit. Si numerus pro diebus ceſſationis productus alterum ſuperat: poſitio de operis diebus defectum oſtentat. At ſi numerus productus ex operum diebus maior eſt: poſitio in exceſſu peccat. Vtrumcumq; autem euenerit: annotandum erit. et iterum tentanda poſitio. Sequens itaq; regulas datas comperies dies, quibus operatus eſt: eſſe, $14\frac{2}{17}$. reliquos uero uſq; ad. 30. quibus ceſſauit: eſſe, $15\frac{15}{17}$.



INTERROGATVS quíſpiam, quotam horam índex horologíj mõſtraret: reſpondit. tertía et quarta pars horarum, quas índicat: ſunt quinta et ſexta pars earum, quas índicare deberet. quęro, quotam horam índex monſtrabat? et quotam monſtrare debebat? Priusq̃ reſpondes: animaduertere oportet morem regionis: in qua eſt horologium. Eſto, fuerit in Italia: in qua horarũ ſupputatio per diem et noctem progreditur uſq; ad. 24. Vt ænigma hoc ſoluas: per poſitiones, duæ partes de. 24. ſunt inueſtigandæ: quarum $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ unius, ſint $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$ alterius. Ita inuenies horas ab horologio monſtratas eſſe $9\frac{5}{19}$. eas uero, quæ debuiſſent monſtrari: eſſe. $14\frac{14}{19}$. Quippe de $9\frac{5}{19}$ tertía pars eſt. $3\frac{5}{57}$. Quarta. $2\frac{6}{19}$. quæ partes ambæ ſimul additæ faciunt. $5\frac{437}{1083}$. At de. $14\frac{14}{19}$ quinta pars eſt. $2\frac{18}{19}$. Sexta. $2\frac{26}{57}$. quę etiam partes ambæ ſimul additę creant. $5\frac{437}{1083}$.

AVREI ducenti inter duos aleatores æquis portionibus diuidi debuerunt: ut eorum uterq; .100. deportaret. Effuſis e ſacco aureis, cum rixa inter eos orta eſſet: iniectis uterq; manibus aceruum deripiunt, de quo alter plus, alter minus ſuſtulit. Demum ſedata rixa, conuentum eſt: ut qui plus rapuiſſet: dimidium deponeret. qui minus: partem tertiam. quæ ſummæ depoſitæ, quũ æquis partibus inter eos diuiſæ fuiſſent: uterq; ſe compe-

rit habere aureos. 100. quēadmodū ab initio partitio fieri debuit. quæro, quantū uterq; rapuit? Per positiones inuenies alterū aureos octogita quinq; et $\frac{5}{7}$. alterum aureos centū quatuordecim et $\frac{2}{7}$ rapuisse. quæ summę compositæ faciunt. 200.

ETRIBVS aleatoribus primus de pecunia secundi dimidium lucratus est. Secundus de tertij pecunia partem tertiam. Tertius de primi pecunia partem quintam, lusuq; finito, discedens eorum quisq; centum aureos deportauit. quæro, quantum quilibet initio lusus artulit? Tentans per positiones comperies primū attulisse aureos quinquaginta quinq; et $\frac{5}{9}$. Secundum aureos. 111 $\frac{1}{9}$. Tertium. 133 $\frac{3}{9}$. Nam primus de sua pecunia quintam partem perdidit, uidelicet. 11 $\frac{1}{9}$. quo factū est: ut ei restarēt quadraginta quatuor et $\frac{4}{9}$. quibus dimidium de secūdi pecunia accessit, nempe quinquaginta quinq; et $\frac{5}{9}$. ita centum deportauit. Secundus de sua pecunia dimidium perdidit: et de tertij pecunia partem tertiam lucratus est, uidelicet quadragita quatuor et $\frac{4}{9}$. quæ si addas ad alterū dimidium: quod remansit: surgent etiam centum. Tertius de tertia parte pecuniæ suæ iacturam fecit. sic ei remāserūt octogintaocto et $\frac{8}{9}$. quibus si quintam partem de primi pecunia lucrifactam, uidelicet. 11. $\frac{1}{9}$ adiungas: fiēt etiam illi centum.

Duo

DVO VIATORES CORNELIVS ET ANtonius in itinere crumenas duas, alteram rubram, alteram nigram, subinde repererunt: in quarum altera aurei. 10. plures q̃ in altera fuerunt: atq; in ambabus aurei centum. Cornelius secum supputans, ad Antonium inquit. Si tu mihi crumenam rubram dabis: et aureos decem de tuis: tum ego tuæ pecuniæ quadruplum sum habiturus. Respondit Antonius. At si tu mihi dabis crumenam nigram, et de tuis aureos uiginti: tum ego tuæ pecuniæ quintuplum sum habiturus. quæritur, quot aurei in rubra crumena: quot in nigra fuerunt? et quot aureos Cornelius de suis? quotq; Antonius habuit? Principio de centum duas partes facere oportet: quarum altera superet alteram partibus decem. hæ sunt quinquaginta quinq;, et. 45. Deinde uiatorum utriusque aureos per positiones exquisiturus, finge eorum utrumq; numerum quemlibet habere: assignans etiam eis ut libet crumenas. annotaq; errorem. Cæterum priusq̃ ad secundam positionem pergis: crumenarum assignationem (seruata ipsa eadem positione) commuta obseruaq; utra earum assignatio minorem errorem parit: ut illam, reiecta altera, etiam in secunda positione teneas. Ita scies uter crumenam rubram uter nigram habuit. Postea ad secundam positionem accingere: et regulas datas sequens deprehendes Cornelium de suis habuisse aureos. $40\frac{5}{19}$.

Antonium

Antonium. $36\frac{6}{19}$. atque in crumena rubra fuisse aureos 55. in nigra. 45.

MILES, QVI IN STATIONE ERAT: a uiatore interrogatus, quot in præsidio essent: respondit. Si totidem alij accederent: dimidium de totidem: et quarta pars de totidem: omnes una tecum faceremus. 100. Iuuat scire: quot milites essent in præsidio. Tenta per positiones: et inuenies fuisse triginta sex.

MERCATOR AD TRINAS NVNDInas subinde profectus, primis omnem suam pecuniam per lucrum duplicauit. et insumpsit libras auri duodecim. Secundis id, quod ex primis superfuit: per lucrum duplicauit: et iterum insumpsit libras auri duodecim. Tertijs id, quod ex secundis remansit: per lucrum duplicauit

duplicauit.et rursus insumpsit auri libras .12. Quo factũ est: ut nihil omnino ei restaret. Quęritur, quãtum pecuniæ ad primas nundinas ab initio secum extulit? Tenta per positiões: et comperies eũ extulisse auri libras .10 $\frac{1}{2}$. Licet etiam sine ulla positione quæsitum hoc explicare: si a postremis nundinis incipiens, colligensq; per singulas lucra quęq;, et subducens impensas, ordine retrogrado ad primas nundinas pergas. quemadmodum de sacerdote tribus mendicis pecuniam erogante libro tertio monstrauimus.

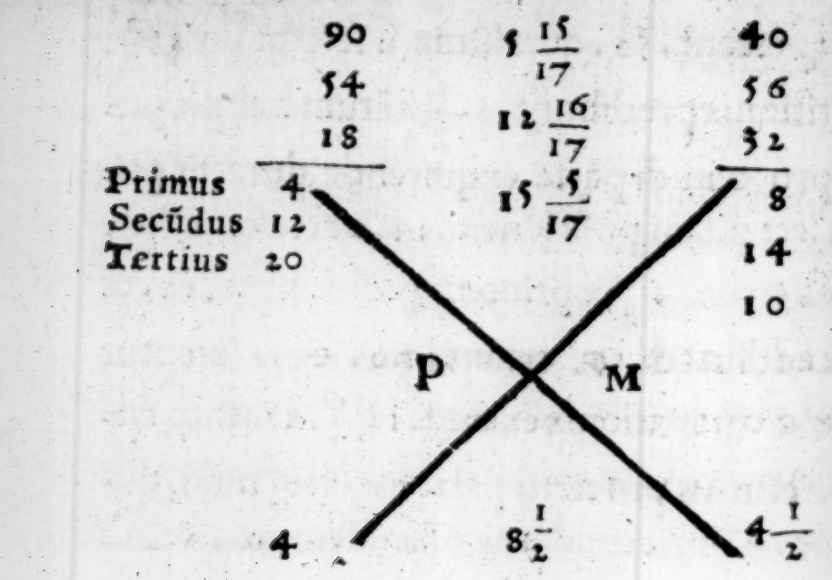
TRES pecuniam habent, aureorum quisq; summã: quorũ primus alijs duobus inquit. Si mihi dimidiũ pecuniæ uestræ contuleritis: habebo una cum mea pecunia aureos. 20. Secũdus uero cæteris dicit. Si mihi partẽ tertiam pecuniæ uestræ donaueritis: habebo una cũ mea aureos .20. Tertius quoq; reliquis affirmat: si mihi partem quartam pecuniæ uestræ dederitis: habebo una cum mea aureos .20. Quęro, quot aureos habet eorum unusquisq;? Pone, ut libet: puta primum habere aureos .4. alij (necesse est) habeant in summa .32. quorum $\frac{1}{2}$ primo data faciet illi aureos .20. Iam uero, ut seorsum exquiras secundi et tertij partes: positiones alias facere oportet, ad hunc modum. Adde simul omnium partes prima positione coniectas: et fient .36. Deinde ut partem secundi exquiras: inuestigare oportet de .36. partes duas: quarum alteri pars tertia alterius iuncta faciat .20. id, quod obiter per alias positiones faciendum est: et earum alteram inue-

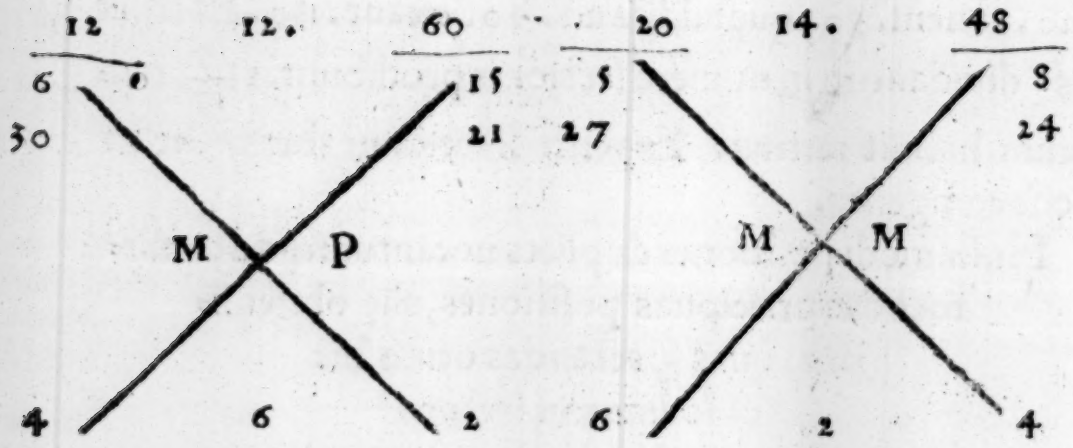
nies. 12. tantum habebit ſecundus. Sic primus et tertius habebunt. 24. e quibus. 4. ſunt primi: ſicut eſt poſitum: 20. erunt tertij. Sic ſecundum thema partes primi et ſecundi congruunt. cæterum tertij pars per hanc poſitionem erit. 24. quippe ſi primus et ſecundus $\frac{1}{4}$ ei conferant: ea erit. 4. at ipſe habet. 20. ſic fiunt. 24. et. 4. excedentes in prima hac poſitione redundant. Iterum igitur pone: ut libet: puta primum habere. 8. quo fiet: ut ſecundus et tertius habeant. 24. quorum $\frac{1}{2}$ faciet ei: qui primus eſt 20. Et ut partē ſecundi inuenias: adde ea omnia ſimul: et fient. 32. poſtea per alias poſitiones obiter inueſtigare oportet de. 32. partes duas: quarum alteri pars tertia alterius iuncta faciat. 20. Et inuenies alterā eſſe. 14. Tantum habebit ſecundus in ſecunda hac poſitione: in qua primus habet. 8. primus uero et tertius habebunt. 18. quorum $\frac{1}{3}$ ſecūdo collata faciet ei. 20. Sic primus et ſecūdus habebit. 22. quorum $\frac{1}{4}$ eſt. $5\frac{1}{2}$. quæ addita ad. 10. faciunt. $15\frac{1}{2}$. qua ratione deſunt. $4\frac{1}{2}$: ut fiant. 20. atq; ita ſecunda poſitio defectum parit. Quocirca ut inter has duas falſas poſitiones, quarum prior exceſſum, ſecunda defectum profert: ueritas inueniatur: adde ambos errores, uidelicet. 4. et. $4\frac{1}{2}$. et ſurgent. $8\frac{1}{2}$. qui numerus diuiſor erit. Deinde primus ertor. 4. ducatur in ſecundam poſitionem. 8. et producentur. 32. Item ſecundus error. $4\frac{1}{2}$ ducatur in priorem poſitionem. 4. et fient. 18.

ea addita

ea addita ad. 32. creant. 50. quæ ſũma ſi ſecetur per 8 1/2: in numero partitionis prodibunt. 5 15/17. tãtum habuit primus. Iterum pro ſecundi parte exquirenda, ducatur prior error. 4. in ſecundam poſitionem. 14. et creſcent. 56. Itidem ſecundus error. 4 1/2 in priorem poſitionem. 12. et fient. 54. quæ addita ad. 56. creant. 110. ea ſi ſecentur per. 8 1/2. in numero partitionis exeunt. 12 16/17. tantum habuit ſecundus. Rurſus pro tertij parte inueſtiganda, ducatur prior error. 4. in ſecundam poſitionem. 10. et fiẽt 40. Similiter ſecundus error. 4 1/2 in priorem poſitionem 20. et fient. 90. quę addita ad. 40. creant. 130. Ea ſi per 8 1/2 diuidantur: in numero ſectionis prodibunt. 15 5/17. tantum habuit tertius. Experire ſecundum thema. et ita eſſe comperies.

Huiuſmodi poſitiones duplices uocantur: q̃ ad confirmandas præcipuas poſitiones, alię obiter fiant: quas ſpectandas oculis hic ſubiecimus: ut lector melius intelligat.





IN SVMMA, per falſarum poſitionũ regulas uniuerſæ queſtiones, quæ in negociationibus interuenire ſolent: facile explicantur. Quæ uero radicum ſupputationem, aut quadraturas requirunt: altiorem poſcunt artem: quam Arabes Algebram uocant. Ea mõſtrat radicum quadratarum cubicarumq; additionem, ſubductionem

nem, multiplicationem, et diuisionem. per quam uniuersa quantumuis ardua, quæ ad numeros attinent: possunt expediri. Cæterum nos tantum ea, quæ ad uitam communem transigendam necessaria sunt: studiosis explicanda suscepimus.

EXPLICITVS EST LIBER QVARTVS ET VLTIMVS.

APPENDIX EX BVDAEI LIBRO DE ASse excerpta: in qua prisca Latinorum et Grecorũ supputatio, ad æstimationem pecunię, tum Gallicæ, tum Anglicæ reuocatur.

OPERAEPRECIVM esse putauimus nostrates studiosos admonere: quemadmodũ prisca uel Romana uel Græca nummismata eorumq; summæ quælibet pecunia nostrate possint æstimari: ut cum ueteres authores in manus legendos sumunt: si qua pecunię summa interuenit: eius æstimationem protinus agnoscãt. Id, quod BVDAEVS uir cum primis ętatis nostrę eruditus in eo libro, quem de Asse et partibus eius mira industria composuit: de pecunia gallica suam gentem admonuit. Quo nomine non tantum gallorum, sed omnium nationum posteritas ei plurimum debet: q; priscorum thesauros refractis barbariei uinculis, quibus concluſi erant: aperuerit. Itaq; quibus pecunia gallica nota est: satis ab illo sũt edocti: quanti uetera queq; nummismata, atq; eorũ summę quęlibet occurrentes ęstimentur. Nostrates uero, quibus ea ignota est: per quędam, quę ex illius libro excerpta hic subnotauimus: facile idem cognoscent.

APVD Romanos, dum floreret imperium: auri libra nummos aureos quadragenos octonos capiebat: quorũ singuli ualebant denarios uicenos quinos. Ex his aurei quatuor unciam pendebant: postea partim luxu, partim bellis ciuilibus, extenuatis opibus, imminuti sunt aurei: ut tertia pars põderi decederet: et septuaginta duo ex auri libra

ri libra fierent. Hi solidi uocari cepti sunt, quasi integri: quibus nihil deesset. solidum enim antiqui integrum uocabant. Atq; sextulę etiam nuncupati sunt: q̄ eorum sex unciam complerent. Nunc, quod sciam: nusq̄ gentium illorum aureorū instar aliquod manet: nisi apud nostrates Anglos: quorū aurei quatuor, quos Nobiles Rosatos uulgo uocāt: pendent unciam. qui ueteres aureos Romanos et pondere ęquant: et auri probitate parum aut nihil cedūt. Itē sex nostrates aurei, quos Nobiles Angelos appellamus: complent unciam: et ueteres solidos, qui sextulę nuncupati fuerunt: et pondere et indicatura ęquiparāt. Porro Romani nummariam argenti libram cētum denarios argenteos, quorum singuli drachmæ pondus æquabant: complecti uoluerunt. Denarius apud eos dictus, q̄ denos ęreos asses ualeret. ut inquit Varro. Huius dimidiū Quinarius argenteus ualebat æreos asses quinq̄. At nummus Sestertius argenteus duos asses et semissem, dictus quasi semis tertius. Horum quatuor denarium ualebant. quo fit: ut quadringenti sestertij denarios centū, hoc est, libram nummariam ualerent. Qua ratione Sestertium neutro genere, quod duas argenti libras et semissem complectebatur: mille sestertios genere masculino capiebat. Sestertius autem ipse nūmus ęris duas libras et selibrā cōplectebatur: hoc est duos asses et semissem. Nam As ęris librā duodecim uncias cōplectentem ualebat. Sextās nūmisma paruū ualebat duos asses. Quadrās nūmus æreus quartā assis partem: ut Triens tertiam. Semis autem duos ualebat quadrantes. Huic nummariæ rationi, quod ad denarios quinarios et sestertios attinet: uetus pecunia nostra,

ſtra, quam Sterlingam uocamus: per omnia ſimilis eſt. Quod enim ueterem Groſſum Sterlingũ noſtrate lingua dicimus: id pondere et indicatura denarium Romanum æquat. Quod ueterem Semigroſſum uocamus: Quinariũ. Quod noſtratiũ uulgus ueterem denarium Sterlingũ appellat: ſeſtertium nummũ æquiparat. Cæterum nos libram Sterlingã uocamus: quod apud Romanos libræ dimidiũ, ſelibra erat. At quod Romani neutro genere ſeſtertiũ uocabant, duas argenti libras et ſemiſſem complectens: nos quinq; libras uocam⁹: q̃ libræ noſtræ ſint ſelibræ Romanæ.

ILLVD obſeruandum uidetur: ueteres Seſteritum, q̃ duas libras et ſemiſſem caperet: per duo. L. et unum. S. notare ſolere, ad hũc modũ. LLS. ſiue de ſeſtertijs nummis, ſiue de alijs ſeſtertijs intelligas. Id quod adhuc extantes libri ueteres teſtantur.

Seſtertiũ neutri generis. Viginti quinq; aurei coronati.	Quinq; libræ ſterlingæ.
Decẽ ſeſtertia. Ducẽti quinquaginta coronati.	Quinquaginta libræ ſterlingæ.
Viginti ſeſtertia. Quingenti coronati.	Centum libræ ſterlingæ.
Triginta ſeſtertia. Septingẽti et quinquaginta coronati.	Centum et quinquaginta libræ ſterlingæ.
Quadraginta ſeſtertia. Mille coronati.	Ducentæ libræ ſterlingæ.
Quinquaginta ſeſtertia. Mille ducenti quinquaginta coronati.	Ducentæ quinquaginta libræ ſterlingæ.
Centum ſeſtertia. Duo millia et quingenti coronati.	Quingentæ libræ ſterlingæ.
Ducẽta ſeſtertia. Quinq; millia coronatorum.	Mille libræ ſterlingæ.
Quadringenta ſeſtertia. Decem millia coronatorum.	Duo millia librarum ſterlingarum.

Quingenta seſtertia.	Duo millia et quingẽtæ libræ sterlingæ.
Duodecim millia et quĩgẽti corõati.	
Sexcenta seſtertia. Quindecim millia coronatorum.	Tria millia librarum sterlingarum.
Octingenta seſtertia. Viginti millia coronatorum.	Quatuor millia librarũ sterlingarum.
Mille seſtertia. Viginti quinq; millia coronatorum.	Quinq; millia librarum sterlingarum.

Decies seſtertium Romani quodam ſermonis compendio dicebant pro decies centena millia seſtertiorum. quo ſignificabant idem: quod mille seſtertia. et fere ſupra mille per aduerbia loquebantur: infra mille, nunq̃.

Duodecies seſtertiũ. Triginta millia coronatorum.	Sex millia librarum sterlingarum.
Quindecies seſtertiũ. Triginta ſeptem millia et quingenti coronati.	Septem millia et quingentæ librę sterlingę.
Vicies seſtertiũ. Quinquaginta millia coronatorum.	Decem millia librarum sterlingarum.
Tricies seſtertiũ. Septuaginta quinq; millia coronatorũ.	Quindecim millia librarum sterlingarum.
Quadragies seſtertiũ. Centũ millia coronatorum.	Viginti millia librarum sterlingarum.
Sexagies seſtertium. Centum quinquaginta millia coronat.	Triginta millia librarũ sterlingarum.
Octogies seſtertium. Ducenta millia coronatorum.	Quadraginta millia librarũ sterlingarum.
Centies seſtertiũ. Ducẽta quĩquaginta millia coronatorũ.	Quinquaginta millia librarũ sterlingarum.
Ducenties seſtertiũ. Quingẽta millia coronatorum.	Centum millia librarum sterlingarum.
Quadringẽties seſtertiũ. Decies centena millia coronat.	Ducẽta millia librarum sterlingarum.
Quingẽties seſtertium. Duodecies centena quinquaginta millia coronatorum.	Ducẽta quinquaginta millia librarum sterlingarum.
Octingenties seſtertiũ. Vicies centena millia coronatorum.	Quadringenta millia librarũ sterlingarum.
Millies seſtertiũ. Vicies quinquies centena millia coronat.	Quingenta millia librarum sterlingarum.

Bis millies ſeſtertium. Quinquagies centena millia coronatorum.
Ter millies ſeſtertiũ. Septuagies quinquies cẽtena millia coronatorum.
Quater millies ſeſtertiũ. Centies centena millia coronatorum.
Sexies millies ſeſtertiũ. Centies quinquagies centena millia coronatorum.
Octies millies ſeſtertium. Ducenties centena millia coronatorum.
Decies millies ſeſtertiũ. Ducenties quinquagies centena millia coronatorum.
Vicies millies ſeſtertiũ. Quingenties centena millia coronatorum.
Quadragies millies ſeſtertiũ. Millies centena millia coronatorum.

Decies centena millia librarum ſterlingarũ, ſiue millies millenę libræ.
Quindecies centena millia librarum ſterlingarum.

Vicies cẽtena millia, hoc eſt, bis millena millia librarum ſterlingarum.
Tricies cẽtena millia, hoc eſt, ter millena millia librarum ſterlingarum.
Quadragies centena millia, hoc eſt, quater millena millia librarum ſterlingarum.
Quinquagies centena millia, hoc eſt, quiquies millena millia librarum ſterlingarum.
Centies centena millia, hoc eſt, decies millena millia librarum ſterlingarum.
Ducenties cẽtena millia, hoc eſt, uicies millena millia librarum ſterlingarum.

GRAECORVM SVPPVTATIO.

MINA APVD Græcos idem eſt: quod libra, et põdo apud Romanos. hęc centum drachmas continebat: hoc eſt centum denarios romanos, ſiue quadringentos ſeſtertios. Drachma enim et denarius paris erant eſtimationis. Mina decẽ coronatos ualebat: ſiue duas libras ſterlingas. Drachma in ſex obolos diuidebatur: atq; in trientes, quadrantesq;. Seſquiobolus Athenis, erat Romæ ſeſtertius.

TALENTVM multiplex fuit: ſed Atticum maxime ab hiſtoricis celebratum ſexaginta libras ſiue minas ualuit: hoc eſt: ſexcentos coronatos: ſiue centum uiginti libras ſterlingas.

Decem talenta. Sex millia coronatorum.
Viginti talenta. Duodecim millia coronatorum.
Quadraginta talẽta. Viginti quatuor millia coronatorũ.
Quinquaginta talenta. Triginta millia coronatorum.
Centum talenta. Sexaginta millia coronatorum.
Ducenta talenta. Centum uiginti millia coronatorum.
Trecẽta talenta. Centũ octuaginta millia coronatorum.
Quadringenta talẽta. Ducẽta quadraginta millia coron.
Quingenta talenta. Trecenta millia coronatorum.
Sexcenta talenta. Trecenta ſexaginta millia coron.
Septingenta talenta. Quadrigẽta uiginti millia coron.
Octingenta talẽta. Quadringẽta octuaginta millia coron.
Noningenta talenta. Quingẽta quadraginta millia cor.
Mille talenta. Sexcenta millia coronatorum.
Duo millia talentũ. Duodecies centena millia coronat.
Tria millia talẽtũ. Duodeuicies centena millia coronat.
Quatuor millia talentũ. Vicies et quater centena millia coronatorum.

Mille et ducentę libręſterlingæ.
Duo millia et quadringentæ libræ ſterlingæ.
Quatuor millia noningentæ libræ ſterlingæ.
Sex millia librarum ſterlingarum.
Duodecim millia librarum ſterlingarum.
Viginti quatuor millia librarum ſterlingarum.
Triginta ſex millia librarum ſterlingarum.
Quadraginta octo millia librarum ſterlingarum.
Sexaginta millia librarum ſterlingarum.
Septuaginta duo millia librarum ſterlingarum.
Octuaginta quatuor millia librarum ſterlingarum.
Nonaginta ſex millia librarum ſterlingarum.
Centum et octo millia librarũ ſterlingarum.
Centum uiginti millia librarum ſterlingarum.
Ducenta quadraginta millia librarum ſterlingarum.
Trecenta ſexaginta millia librarum ſterlingarum.
Quadringenta octuaginta millia librarum ſterlingarum.

Sex

Sex millia talentũ. Tritiesſexies centena millia coron. Octo millia talẽtũ. Quadragies octies cẽtena millia cor. Decem millia talentũ. Sexagies centena millia coronat. Quindecim millia talẽtũ. Nonagies centena millia coron. Viginti millia talentũ. Centies uicies cẽtena millia cor. Septingenta uiginti millia librarum ſterlingarum. Noningenta ſexaginta millia librarum ſterlingarum. Mille et ducenta millia librarum ſterlingarum. Mille et ſexcenta millia librarum ſterlingarum. Bis millena et quadringenta millia librarum ſterlingarũ.

MENSVRAE EX BVDAEI LIBRO DE ASSE.

CYathus, duodecima pars ſextarij, pendet uncias duas: drachmas ſexdecim.

Acetabulum, quod dicitur Oxybaphus: quarta pars Cotylę, continet Cyathum et dimidium. pendet uncias tres.

Cotyla, quæ Hemina dicitur: dimidiũ ſextarij cõtinet: Cyathos ſex. pendet libram unam.

Sextarius, ſexta pars Congij, cõtinet Cotylas duas: Cyathos duodecim. pendet libras duas.

Congius continet Sextarios ſex: Heminas duodecim: Cyathos ſeptuaginta duos.

Modius, tertia pars Amphorę, capit Sextarios ſexdecim: Heminas quadraginta octo.

Amphora, quę Quadrantal dicitur: capit Vrnas duas: Modios tres: Congios octo: Sextarios quadraginta octo: Heminas nonaginta ſex.

Cadus, qui etiam Metreta dicitur: capit Cõgios decem: Sextarios ſexaginta: Amphoram et quadrantem.

Culeus capit Amphoras uiginti: Vrnas quadraginta: Modios ſexaginta.

Medimnus capit Modios ſex: Amphoras duas.

HACTENVS ex Budęi libro de Aſſe excerpſimus. Nunc ętate noſtra apud ſingulas pene nationes aurei pro regum aut principum arbitrio uarium habent pre-

cium. ſic libre, ſic ſolidi, ut nunc ſunt uocabula: magnam pro regionibus diuerſitatem habent. Cæterum illud mirum uidetur: quomodo in tanta librarum et ſolidorum æſtimationis differentia, pro ſuo cuiuſq; regionis more, multæ tamen nationes conſentiunt: ut uulgari lingua ſolidum uocent: quod denariolos duodecim uulgares complectitur. libram: quod ſolidos uiginti. Quocirca mercatorijs ſupputationibus in hac ætate noſtra plurimum conducet: ſi quis in promptu teneat: quot ſolidos quelibet denariolorum ſumma procreet uſq; ad mille. Id, quod ante oculos per gradus quoſdam, numerorum notis ſignandum duximus.

QVOMODO EX DENARIIS FIANT SOLIDI.

12.d.	1.ſ.	100.d.	8.ſ.4.d.
18.d.	1.ſ.6.d.	200.d.	16.ſ.8.d.
24.d.	2.ſ.	300.d.	25.ſ.
30.d.	2.ſ.6.d.	400.d.	33.ſ.4.d.
36.d.	3.ſ.	500.d.	41.ſ.8.d.
42.d.	3.ſ.6.d.	600.d.	50.ſ.
48.d.	4.ſ.	700.d.	58.ſ.4.d.
54.d.	4.ſ.6.d.	800.d.	66.ſ.8.d.
60.d.	5.ſ.	900.d.	75.ſ.
66.d.	5.ſ.6.d.	1000.d.	83.ſ.4.d.
72.d.	6.ſ.	1100.d.	91.ſ.8.d.
78.d.	6.ſ.6.d.	1200.d.	100.ſ.
84.d.	7.ſ.		
90.d.	7.ſ.6.d.		
96.d.	8.ſ.		

FINIS APPENDICIS.

IMPRESS. LONDINI IN AEDIBVS RI=
CHARDI PYNSONI. ANNO VER=
BI INCARNATI. M. D. XXII.
PRIDIE IDVS OCTO=
BRIS. CVM PRI=
VILEGIO A
REGE IN=
DVL=
TO.